Newton

Natuurkunde voor de bovenbouw

5 vwo

Naam

Klas

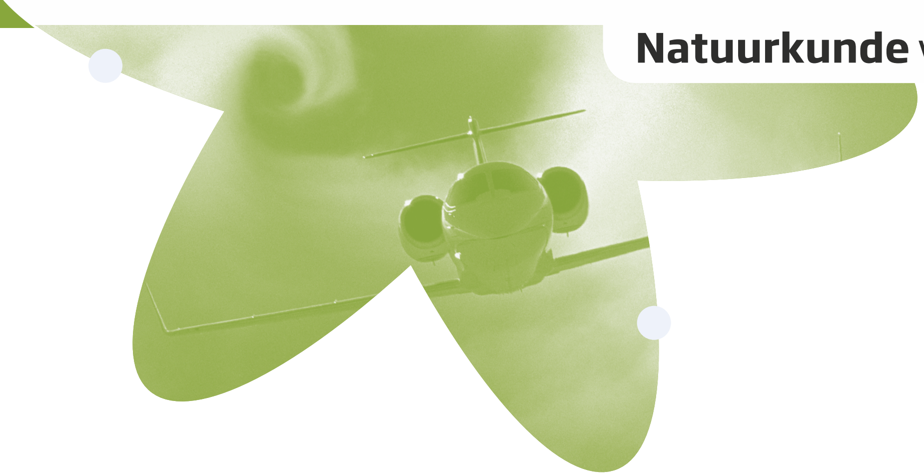
ThiemeMeulenhoff

LRN·line

5 vwo

Newton

Natuurkunde voor de bovenbouw



Beste leerling,

Dit boek van Newton kun je samen met de digitale leeromgeving gebruiken in de les. Het is van jou persoonlijk, dus je mag er aantekeningen in maken. Na dit schooljaar mag je het boek houden. Dat is makkelijk als je volgend jaar iets wilt opzoeken, of iets moet leren voor een toets.

Wij wensen je veel succes en plezier met het vak natuurkunde.
Team Newton

ThiemeMeulenhoff

Auteurs
Jan Flokstra, Aart Groenewold, Kees Hooyman, Carolien Kootwijk, Koos Kortland,
Mark Bosman, Nicole ten Broeke, Torsten van Goolen, René Hazejager, Michel Philippens, Mariska van Rijsbergen,
Hein Vink

Eindredactie
Jan Flokstra, Aart Groenewold

Eindredactie digitaal
Evert-Jan Nijhof

Bureauredactie
Easy Writer, Maurik

Opmaak
Crius Group

Ontwerp en beeldresearch
Michelangela, Utrecht

Tekeningen
Jaap Wolters, Amersfoort, DDCom, Veldhoven

Over ThiemeMeulenhoff
ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en leeroplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs. Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.
www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 14865 7
Eerste druk, tweede oplage, 2021

Deze uitgave is volledig CO_2-neutraal geproduceerd.
Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.
Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Inhoud

Er zijn werkbladen en experimenten beschikbaar. Je docent maakt een keuze hieruit en zal deze verspreiden.
In het boek staan verwijzingen naar je eigen digitale oefenmateriaal. Als je een ziet, dan weet je dat er digitaal oefenmateriaal is.

HOOFDSTUKVRAAG

INLEIDING

PARAGRAAFVRAAG

Als je een **T** bij een opgave ziet staan, kun je aan de slag met een tekenblad. Tekenbladen vind je in je eigen digitale omgeving.

In de gele kaders zie je samengevatte leerstof.

In de paarse kaders zie je formules en rekenvoorbeelden.

Van elk hoofdstuk is er een uitgebreide samenvatting.

WERKEN MET NEWTON VOOR DE LEERLING

Op jouw school werk je met de methode Newton. Met je klasgenoten ga je ontdekken en onderzoeken hoe de natuurkunde in theorie en in de praktijk werkt, zodat je je goed kunt voorbereiden op het eindexamen. Op deze pagina vind je uitleg over de onderdelen die je tegenkomt bij het werken met Newton.

Leerboek en digitaal materiaal

Alle leerstof die je nodig hebt voor je examen vind je in dit leerboek. Vanuit het leerboek vind je verwijzingen naar onderdelen die de docent verspreidt en naar het digitale oefenmateriaal (Start, Oefenen A, Oefenen B, Zelftoets).

Introductie

Elk hoofdstuk begint met een introductieparagraaf. Je maakt kennis met het onderwerp vanuit de praktijk. Dan zie je de hoofdstukvraag, zodat je weet wat je gaat leren in het hoofdstuk. Je frist je kennis uit de onderbouw op en je kunt hier een paar opgaven over maken. In overleg met je docent ga je aan de slag met de opgaven en werkbladen uit je boek of de digitale vragen.

Paragraaf

Elke paragraaf heeft dezelfde opbouw:

* **Ontdekken:** Met de experimenten, opgaven en de ontdekactiviteiten op werkbladen ontdek je hoe de natuurkunde werkt. Je docent bepaalt met welke experimenten en andere ontdekactiviteiten je aan de slag gaat. De paragraafvraag is het leerdoel van deze paragraaf.
* **Begrijpen:** Alle belangrijke leerstof wordt in begrijpelijke taal aan je uitgelegd. Belangrijke begrippen zijn weergegeven als *paarse woorden*. Deze vind je ook in het register achter in het boek. Samenvattingen van de uitleg vind je in aparte gele kaders direct onder de leerstof. De opgaven zijn erop gericht om je de leerstof goed te laten begrijpen. Bij sommige opgaven heb je een tekenblad nodig om iets te tekenen.
* **Beheersen:** De leerstof van Begrijpen wordt uitgebreid, zodat je ermee kunt gaan redeneren en rekenen. Formules zie je in aparte paarse kaders. Naast een formule vind je in de marge vaak een of meer rekenvoorbeelden. In de opgaven leer je zowel redeneren als rekenen. De uitkomsten van de rekenopgaven vind je achter in dit boek.

Verdieping

Aan het einde van het hoofdstuk kun je je extra verdiepen in het onderwerp met extra leerstof en opgaven.

Afsluiting

Aan het eind van het hoofdstuk blik je eerst terug op de hoofdstukvraag. Kun je deze nu beantwoorden? Je maakt aan de hand van vragen zelf een samenvatting. Dit kun je doen op basis van de korte samenvattingen in de paragrafen.
In de keuzeopdrachten leer je hoe de natuurkunde van het hoofdstuk werkt in andere praktijksituaties. Je docent bepaalt of je ermee aan de slag gaat.
Met de eindopgaven en digitale zelftoets test je jezelf op examenniveau: ben je klaar voor het echte werk?

WERKEN MET NEWTON VOOR DE DOCENT

Newton is een contextgerichte methode met veel aandacht voor begripsontwikkeling, experimenten en differentiatie.

Alles voor het centrale examen en schoolexamen

Per leerjaar is er voor havo en voor vwo een leerboek met de verplichte leerstof voor CE en SE. Elk subdomein is ondergebracht in een hoofdstuk. Daarnaast zijn er zowel voor havo als voor vwo vier keuzekaternen met aparte hoofdstukken voor de SE-keuzedomeinen.

Digitaal materiaal voor leerling en docent

Via uw eigen licentie krijgt u toegang tot het digitale oefenmateriaal (Start, Oefenen A, Oefenen B, Zelftoets), de digiboeken van de leerboeken en de SE keuzehoofdstukken. Ook heeft u de beschikking over werkbladen, experimenten, keuzeopdrachten, toetsen en vele extra's. U kunt zelf kiezen wat u uw leerling aanbiedt.

Herkenbare didactische opbouw

Elke paragraaf heeft een didactische opbouw die flexibel kan worden ingezet:

1. Het onderdeel *Ontdekken* is bedoeld voor activerend leren in de vorm van experimenten en ontdekactiviteiten. Deze vindt u op uw docentenpagina als werkbladen en experimenten. U kunt zelf een selectie maken en onder uw leerlingen verspreiden.
2. De kern van de leerstof van elke paragraaf bestaat uit de onderdelen Begrijpen en Beheersen. Bij *Begrijpen* is er sprake van kwalitatieve begripsvorming. Opgaven zijn voornamelijk gericht op begripsontwikkeling.
3. In het onderdeel *Beheersen* wordt de stap gezet naar kwantitatieve beheersing. De benodigde formules worden hier aangeboden. In de nieuwe examens wordt namelijk steeds meer een beroep gedaan op het kunnen beredeneren van de oplossing van een vraagstuk.

Verdieping en Afsluiting

De paragraaf *Verdieping* biedt bij elk hoofdstuk de mogelijkheid voor differentiatie. De leerstof is een aanvulling voor de gemotiveerde leerling, maar valt buiten het CE examenprogramma. De leerstof van Verdieping kan naar eigen inzicht worden getoetst. Hetzelfde geldt voor de keuzeopdrachten, waarnaar in de *Afsluiting* verwezen wordt.

Context leidt tot inzicht in concept

Elk hoofdstuk van Newton begint met een contextuele vraag waarmee de theorie en de opgaven toepassingsgericht worden aangeboden. De contextkaders op een paarse achtergrond (geen examenstof) bieden toepassing in concrete praktijkvoorbeelden. Er wordt extra gevarieerd met contexten in de opgaven, keuzeopdrachten en eindopgaven. Zo oefent de leerling met het oplossen van vraagstukken in bestaande en nieuwe contexten.

Extra aandacht voor vaardigheden

In hoofdstuk 11 behandelt rekenvaardigheden en wiskundige vaardigheden.
In leerwerkboek 4 zijn de volgende vaardigheden aan bod geweest: rekenen, onderzoeken, modelleren en ontwerpen.

ONTDEKKEN

Centrale vraag voor de leerling:
"Waar gaat dit over?"

BEGRIJPEN

Centrale vraag voor de leerling:
"Wat is hier aan de hand?"

BEHEERSEN

Centrale vraag voor de leerling:
"Wat moet ik hiermee kunnen?"

7

Muziek en communicatie

Trillingen en golven

7.1 Introductie

Geluid maak je door te praten, te zingen of een instrument te bespelen. Honden blaffen, poezen spinnen en vogels fluiten. Allemaal geluidsbronnen. Geluid hoor je met je oren en je brein. Je kunt geluid ook opslaan door het op te nemen met een microfoon en een recorder. Maar wat is nu eigenlijk geluid? Hoe ontstaat het? Hoe komt het dat elk muziekinstrument zijn eigen geluid produceert? Deze vragen staan centraal in dit hoofdstuk.

Start
Maak de vragen bij Start.

Figuur 1 **Muziek maak je met allerlei instrumenten, elk met een eigen geluid.**

HOOFDSTUKVRAAG

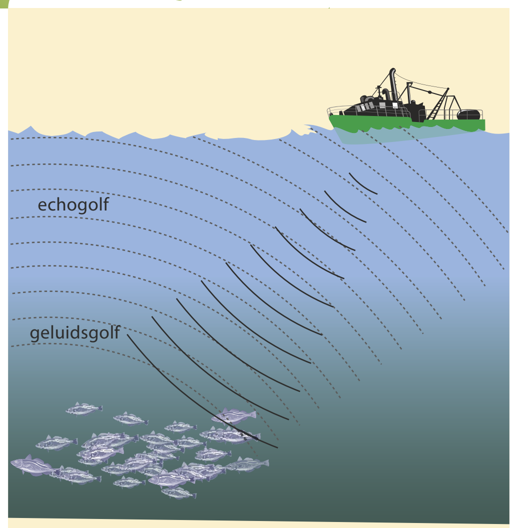
Wat heeft geluid te maken met trillingen en golven? En hoe wordt informatie overgebracht?

Elke geluidsbron bevat een trillend onderdeel. Bijvoorbeeld een snaar in een gitaar, een luidsprekerconus in een luidspreker en stembanden in de menselijke stem. Een ontvanger van geluid, zoals je oor of een microfoon, vangt uiteindelijk iets van die trillingen op. Van bron naar ontvanger wordt geluid doorgegeven als trillingen van de lucht. Geluid bestaat dus uit snelle veranderingen van luchtdruk die ontstaan bij de geluidsbron en met de geluidssnelheid worden doorgegeven: geluidsgolven.

Experiment 1: Geluidsbronnen trillen

In de telecommunicatie wordt informatie doorgegeven via radiogolven, of door lichtgolven in een glasvezel.
In dit hoofdstuk staan de volgende vragen centraal:

- Wat is geluid en wat is een trilling? Wanneer is een toon een zuivere toon? (paragraaf 7.2)
- Wat zijn lopende golven en welke eigenschappen hebben ze? (paragraaf 7.3)
- Wat zijn staande golven en welke eigenschappen hebben ze? (paragraaf 7.4)



Figuur 2 Echolocatie met sonar

INLEIDING

Geluidssnelheid en echo

Geluid plant zich door de lucht voort met een constante snelheid, de ***geluidssnelheid***. De deeltjes van de lucht, de moleculen, geven de trillingen aan elkaar door. De lucht zelf verplaatst zich niet zoals bij wind. Als je de geluidssnelheid kent, kun je met de ***echo*** van een geluidssignaal de afstand bepalen tussen de bron en het reflecterende voorwerp. Zo kun je bijvoorbeeld de diepte van een waterput schatten door het tijdsverschil te meten tussen een schreeuw en de echo ervan. Vleermuizen zijn blind maar gebruiken echo om te 'zien' en hun prooi te lokaliseren.

Ook in water kan geluid zich voortplanten. Dan geven de watermoleculen de trillingen door. Zo kunnen vissers op zee met hun sonarapparatuur de vis opsporen. En met echoscopie (zie hoofdstuk 5) wordt bij zwangere vrouwen de groei van de vrucht gecontroleerd om eventuele afwijkingen al in een vroeg stadium vast te kunnen stellen.

De geluidssnelheid is ongeveer 340 m/s in lucht en ongeveer 1,5 km/s in water.
Hoe sterker de moleculen van een stof aan elkaar gebonden zijn, des te sneller geven de deeltjes de trillingen aan elkaar door en des te groter is de snelheid van het geluid in die stof. In diamant bijvoorbeeld is de geluidssnelheid (12 km/s) daardoor veel groter dan in rubber (50 m/s).

Hard en zacht, hoog en laag

Het geluid van een stemvork of een andere geluidsbron kan hard of zacht, en hoog of laag klinken. Met andere woorden: de ***geluidssterkte*** en de ***toonhoogte*** van een geluid kunnen verschillen. De toonhoogte hangt af van het tempo waarin de geluidsbron trilt. De toonhoogte wordt bepaald door de ***frequentie*** f, het aantal trillingen per seconde.

Een eenmaal aangeslagen stemvork of snaar gaat steeds zachter klinken, maar de toonhoogte blijft gelijk. De geluidsbron trilt nog steeds met evenveel trillingen per seconde, maar de maximale ***uitwijking*** van de trillingen wordt steeds kleiner. De geluidssterkte hangt dus af van de maximale uitwijking, de ***amplitude***, van de trillingen. De geluidssterkte die je hoort, neemt ook af met de afstand van je oor tot de geluidsbron.

1 Beantwoord de volgende vragen.

- **a** In een echoput hoor je de echo 120 ms nadat je een gil geslaakt hebt. Bereken hoe diep de put is.
- **b** Leg uit dat de computer bij echoscopie rekent met een geluidssnelheid van 1,5 km/s.

In rubber is de geluidssnelheid maar 50 m/s.

- **c** Leg uit waardoor de geluidssnelheid in rubber kleiner is dan in metalen.

2 Bij sonar worden ultrasone geluidsgolven gebruikt, die kunnen mensen niet horen.

- **a** Komt het door de geluidssterkte of door de toonhoogte dat je ultrasoon geluid niet kunt horen?

Een school vissen kan met sonar worden gelokaliseerd.

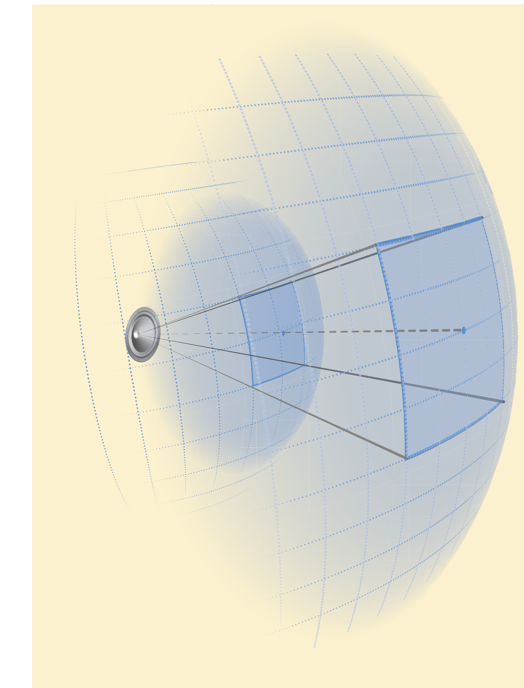
- **b** Beschrijf hoe met echolocatie de afstand van de boot tot de school vissen wordt bepaald.

3 Met muziekinstrumenten kun je allerlei tonen produceren: hard of zacht en hoog of laag.

- **a** Wat is het verschil tussen een hoge toon en een lage toon?
- **b** Wat is het verschil tussen een harde toon en een zachte toon?

4 Het geluid dat je waarneemt is zwakker naarmate je verder van de bron staat.

- **a** Waardoor komt dat?
- **b** Leg met behulp van figuur 3 uit dat de geluidssterkte in de open lucht omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand tot de bron.
- **c** Hoe komt het dat in een bos het geluid sneller afneemt dan in open terrein?

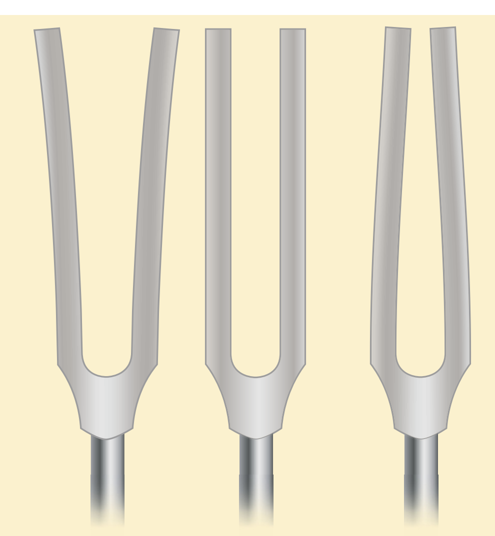


Figuur 3 Geluid verspreidt zich als een bol in alle richtingen.

Experiment 2: Geluid 'bekijken' en vergelijken

Experiment 3: Resonantie met twee gelijke stemvorken

Figuur 4 **Een stemvork aanslaan**



Figuur 5 **Momentopnamen van een trillende stemvork (overdreven weergegeven). De middelste tekening is de evenwichtsstand.**

7.2 Geluid, trillingen en zuivere tonen

ONTDEKKEN

Alles wat geluid maakt, noem je een geluidsbron. Bijvoorbeeld het verkeer, een muziekinstrument of je mobieltje. Muzikanten gebruiken vaak een stemvork om hun instrument te stemmen. Toch klinkt een muziekinstrument heel anders dan een stemvork. Verschillende muziekinstrumenten hebben ieder hun eigen klank of klankkleur, ook al geven ze dezelfde toon. Het geluid van een trillende stemvork noemen we een zuivere toon, maar wat is dat eigenlijk? En wat is dan 'een eigen klank'?

PARAGRAAFVRAAG

Wat is geluid en wat is een trilling? Wanneer is een toon een zuivere toon?

BEGRIJPEN

Geluidsbron

Een ***stemvork*** blijft een tijdje geluid geven nadat je hem hebt aangeslagen (zie figuur 4). De benen bewegen dan naar elkaar toe en van elkaar af, zoals weergegeven in figuur 5. Daardoor wordt de lucht afwisselend naar opzij weggeduwd en ook weer terug 'gezogen'. Deze trillingen van de lucht worden met de snelheid van het geluid doorgegeven naar je oor of een microfoon. De toonhoogte van het geluid wordt bepaald door de frequentie f, met de eenheid hertz (Hz). Vaak staat dit ook in de stemvork gegraveerd, bijvoorbeeld 440 Hz voor de noot a_1 (zie figuur 4).

Van een stemvork die je in je hand houdt, klinkt het geluid heel zacht. Een stemvork op een ***klankkast*** klinkt veel luider. Dan laat de stemvork ook het hout van de klankkast trillen en dat zorgt ervoor dat de lucht in de klankkast mee gaat doen. De meeste snaarinstrumenten hebben daarom een klankkast onder of achter de snaren, anders zou het geluid te zacht zijn.

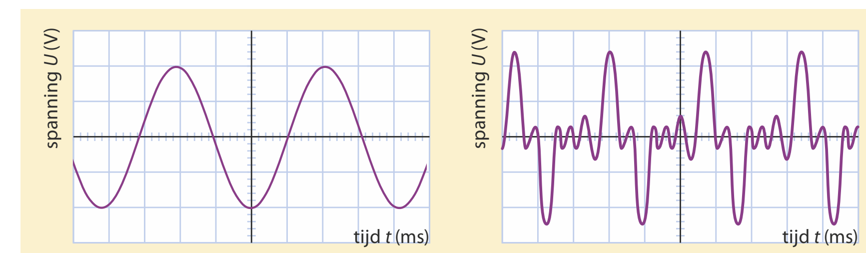
Resonantie

Zet twee identieke stemvorken met klankkasten tegenover elkaar, sla één ervan aan en stop hem vervolgens met je hand. Je hoort dan de andere stemvork nog geluid geven. De andere stemvork is dus mee gaan trillen, zonder dat je hem hebt aangeslagen. Het meetrillen met een andere bron heet ***resonantie***. Er treedt geen resonantie op, als de frequenties van de twee stemvorken niet precies gelijk zijn.

Geluid in beeld

Het geluid dat een muziekinstrument maakt kun je 'zichtbaar' maken met behulp van een microfoon en een oscilloscoop of een computer. Zie figuur 6 en 7. De registratie van een trilling heet een ***oscillogram***. Het is eigenlijk een ***u,t-diagram*** van de microfoon, omdat het op elk tijdstip t de uitwijking u van het membraan in de microfoon weergeeft.

Bij beide oscillogrammen in figuur 7 zie je dat het patroon zich telkens herhaalt. De patronen verschillen wel. Het oscillogram van een stemvork is een sinuslijn met voor elke trilling één vaste tijdsduur, de ***periode*** of ***trillingstijd*** (T). Zo'n toon heet een ***zuivere toon***. De maximale verticale uitwijking op het scherm, de ***amplitude*** (in volt), is een maat voor de geluidssterkte. Bij een gitaarsnaar is het patroon ingewikkelder, het is een samenstelling van trillingen met verschillende perioden. De gitaarsnaar brengt meerdere geluidsfrequenties tegelijk voort. Een toon is dan een ***samengestelde trilling***. Zie figuur 7, rechts. Het is de kunst van bijvoorbeeld de vioolbouwer om de kast van de viool zo te maken dat er een goede mix van frequenties ontstaat en daarmee een mooie klank. De toonhoogte van een samengestelde trilling wordt bepaald door de frequentie van de laagste toon die erin voorkomt, de ***grondtoon***.



Figuur 7 **Oscillogrammen van een stemvork toon (links) en van een toon van een gitaarsnaar (rechts)**

Cardiogram

Het hart pompt het bloed in je lichaam rond. Je ***hartslag***, de frequentie waarmee dat gebeurt, is afhankelijk van de inspanning die je pleegt. Het is belangrijk dat de spieren in de verschillende onderdelen van het hart in de juiste volgorde samentrekken en ontspannen. Of dat zo is kan een arts aflezen aan een registratie van de elektrische spanning over elektroden op je borstkas, een zogenaamd ***elektrocardiogram*** (ECG).

Harmonische trilling

Het trillen van de benen van een stemvork, van de lucht in een klankkast, van het trommelvlies in je oor of van het membraan in een microfoon, het zijn allemaal periodieke bewegingen om een evenwichtsstand, de positie in rust zonder trilling.

Een geluidsbron die een zuivere toon geeft, voert een ***harmonische trilling*** uit. Dat is een trilling met één frequentie en een sinuslijn als oscillogram. Een zuivere toon kun je ook maken met een ***toongenerator*** en een luidspreker. Met de opstelling van figuur 9 kun je horen en zien dat de toonhoogte toeneemt als de periode afneemt. En dat de geluidssterkte toeneemt als de amplitude toeneemt.

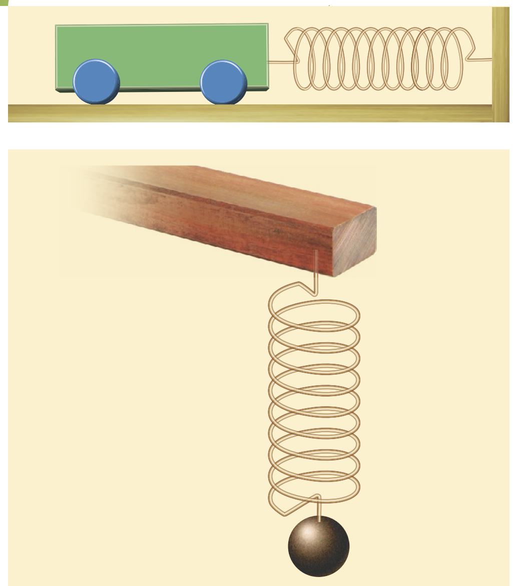
Figuur 6 **Een oscillogram maken van een stemvork op een klankkast**

Figuur 8 **Elektrocardiogram**

PACEMAKER

Bij sommige hartpatiënten wordt het hart 'elektrisch geholpen' met een *pacemaker*. In een pacemaker zit een chip die de amplitudes en de tijden van elk onderdeel van de hartslag meet. Zo nodig geeft de pacemaker via elektrodes in het hart elektrische prikkels af op de juiste plaatsen, met de juiste frequentie, op de juiste momenten en met de juiste amplitude.

Figuur 9 **Een toongenerator levert harmonische elektrische trillingen die een luidspreker kunnen laten trillen.**



Figuur 10 **Een karretje aan een veer en een kogel aan een veer zijn massa-veersystemen.**

Figuur 11 **Dit zijn ook massa-veersystemen.**

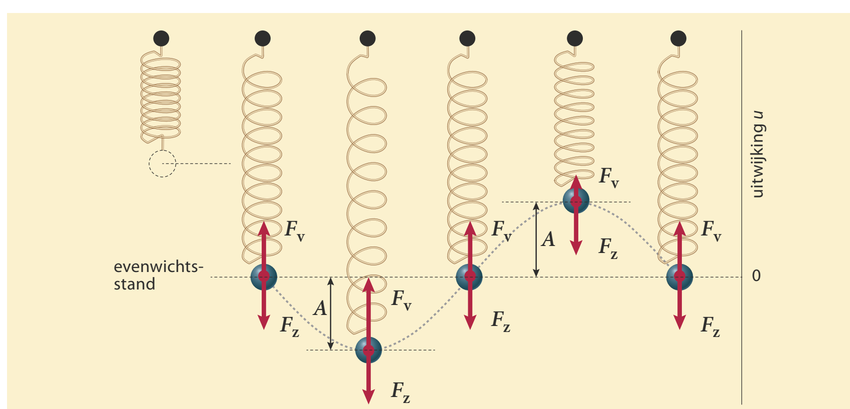
Toonhoogte van een muziekinstrument

Op een blaasinstrument speel je de verschillende noten door de resonerende luchtkolom korter of langer te maken. Bij een trombone doe je dat letterlijk en bij andere blaasinstrumenten door openingen af te dichten met kleppen of vingers. Hoe korter de meetrillende luchtkolom, hoe kleiner de massa en hoe hoger de toon.

Op veel snaarinstrumenten speel je de verschillende noten door de snaar meer of minder in te korten, bijvoorbeeld door er met een vinger op te drukken. Hoe korter het trillende deel van de snaar, hoe kleiner de massa en hoe hoger de toon. Bij het stemmen van een snaarinstrument verander je de toonhoogte door de snaar meer of minder strak te spannen. Hoe groter de ***spanning***, des te hoger is de frequentie waarmee hij trilt en dus de toon. Een snaarinstrument, zoals een gitaar of viool, heeft dikke en dunne snaren. Dikke snaren zijn zwaarder dan dunne waardoor ze minder snel trillen en dus lagere tonen geven. De dikte en de lengte van het trillende deel van de snaar bepalen samen de ***massa***. De frequentie waarmee een snaar trilt als je hem opzij getrokken hebt en losgelaten, hangt dus af van de massa en de spanning en heet de ***eigenfrequentie*** van de snaar.

Je kunt dit beter begrijpen als je kijkt naar een ***massa-veersysteem*** zoals in figuur 10 en 11. De massa voert een harmonische trilling uit als je hem opzij of naar beneden trekt en dan loslaat. Het u,t-diagram is een sinuslijn.

Als de kogel in figuur 12 stil blijft hangen, zijn de veerkracht en de zwaartekracht in evenwicht. Dit is de evenwichtsstand. Als je de kogel een eindje naar beneden trekt (of optilt) en dan loslaat, gaat hij op-en-neer trillen.



Figuur 12 **De massa van een massa-veersysteem wordt voortdurend naar de evenwichtsstand toe getrokken. De massa beweegt daardoor met maximale snelheid door de evenwichtsstand.**

Een grotere massa is moeilijker op gang te brengen en ook moeilijker af te remmen, de frequentie is dan lager. Een stuggere veer zorgt op elk moment voor een grotere versnelling en een grotere vertraging, en daardoor voor een hogere frequentie. Op dezelfde manier wordt de frequentie van een trillende snaar bepaald door de grootte van de spankracht en door de massa van de snaar.

De periode van de trilling van een massa-veersysteem verandert niet als de amplitude verandert. Dat komt doordat de veerkracht evenredig is met de uitwijking uit de evenwichtsstand. Een kleinere amplitude betekent dus ook een kleinere nettokracht op elk moment. Daardoor duurt een hele periode even lang, onafhankelijk van de amplitude.

- De toonhoogte wordt bepaald door de frequentie, het aantal trillingen per seconde, van de geluidsbron.
- De geluidssterkte wordt bepaald door de amplitude, de maximale uitwijking van de trillingen die in de lucht worden doorgegeven.
- Een klankkast versterkt het geluid, doordat de lucht in de klankkast mee gaat trillen. Het meetrillen van de klankkast is resonantie.
- Een stemvork of snaar kan een andere stemvork of snaar laten resoneren, als die dezelfde eigenfrequentie heeft.
- Een oscillogram is een u,t-diagram. In een oscillogram kun je de periode aflezen en de geluidssterkte 'zien' veranderen.
- Een zuivere toon heeft slechts één frequentie en het oscillogram is een sinuslijn. Bij een zuivere toon trilt de bron harmonisch, het u,t-diagram is een sinusfunctie.
- Een samengestelde toon heeft verschillende frequenties door elkaar heen. De laagste frequentie, van de grondtoon, is de toonhoogte.
- De frequentie van een massa-veersysteem wordt bepaald door de trillende massa en door de stugheid van de veer die de massa laat trillen.

5 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Bij een stemvork trilt alleen de lucht in de klankkast, de klankkast zelf trilt niet.
- b De amplitude van de trilling is de afstand tussen de twee uiterste standen.
- c Een zuivere toon heeft slechts één frequentie.
- d De toonhoogte van een snaar kun je alleen veranderen door de snaarspanning te veranderen.
- e Resonantie betekent dat een systeem meetrilt met een trilling waarvan de frequentie gelijk is aan de eigenfrequentie van het systeem.
- f Aan een oscillogram kun je zien of een trilling harmonisch is.
- g In een u,t-diagram kun je de frequentie aflezen.
- h Zuivere tonen kun je maken met een muziekinstrument.

6 Een gitaar heeft zes kunststof snaren die allemaal even lang zijn maar niet even dik. Als je de snaren één voor één tokkelt, hoor je verschillende tonen.
- a Leg uit of de dikste snaar bij de laagste toon hoort of bij de hoogste.
- b Hoe verander je de toonhoogte van een snaar bij het stemmen?
- c Hoe verander je de toonhoogte van een snaar bij het bespelen van een gitaar?

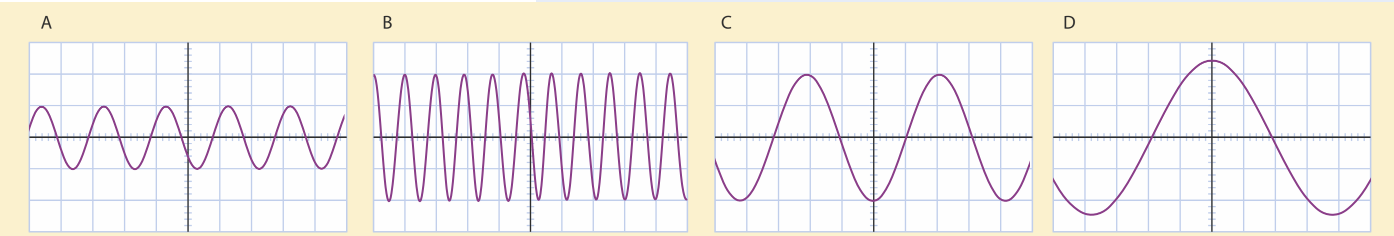
Figuur 13 Een vuvuzela

7 Bij blaasinstrumenten zoals een fluit, een vuvuzela en een trombone wordt de lucht in het instrument in trilling gebracht door te blazen.

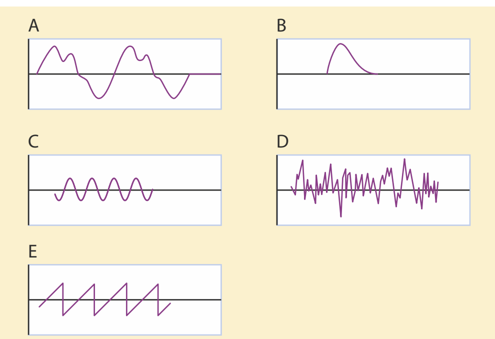
- **a** Wordt de toon van een trombone hoger of lager als het instrument wordt uitgeschoven?
- **b** Leg uit waardoor de toon van een blokfluit lager wordt als je meer openingen afsluit.
- **c** Leg uit waardoor je met een vuvuzela maar één toon kunt maken (zie figuur 13).

8 In figuur 14 zie je de u,t-diagrammen van vier verschillende geluidstrillingen. De schaalverdeling langs de assen is steeds hetzelfde.

- **a** Hoe kun je zien dat het allemaal zuivere tonen zijn?
- **b** Welke van de trillingen heeft de grootste amplitude? Welke de kleinste?
- **c** Welke van de trillingen heeft de grootste frequentie? Welke de kleinste?



Figuur 14 Vier u,t-diagrammen



Figuur 15 Vijf oscillogrammen

9 In figuur 15 zie je de oscillogrammen van vijf verschillende geluidsbronnen.

- **a** Leg uit welke van deze vijf oscillogrammen een harmonische trilling voorstelt.
- **b** Bij welk oscillogram hoor je geen toon maar ruis?
- **c** Hoeveel periodes zie je in oscillogram A?

10 De toonhoogte van een stemvork kun je aanpassen door een gewichtje aan één van de benen vast de maken.

- **a** Leg uit waardoor de toon dan lager wordt.

Op de foto van figuur 16 zie je twee metalen stemvorken. De onderste stemvork produceert een hogere toon, terwijl de massa van de benen groter is dan bij de bovenste stemvork.

- **b** Leg uit hoe dat kan.

Figuur 16 Twee verschillende stemvorken

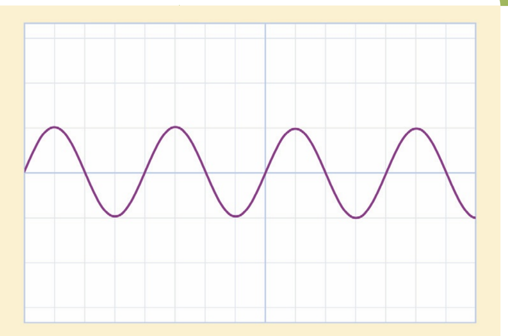
11 De trillingstijd van een trillend voorwerp hangt af van de massa en van de veerkracht die de trilling veroorzaakt.

- **a** Is de periode groter of kleiner als de massa groter is?
- **b** Is de periode groter of kleiner als de veerkracht groter is?
- **c** Hoeveel groter of kleiner is de periode als zowel de veerkracht als de massa 3 × zo groot zijn?

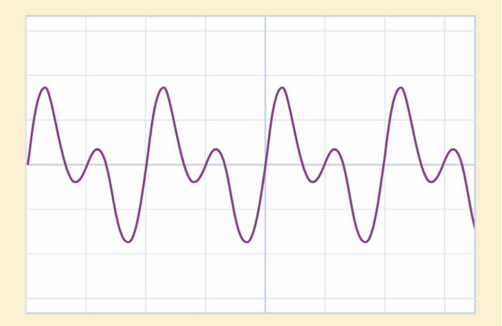
BEHEERSEN

Periode aflezen

In een oscillogram kun je de periode (of *trillingstijd*) T aflezen op de tijdas. Bij een harmonische trilling gaat het om de duur van één enkele complete sinus. In figuur 17a zie je dat één trillingstijd 4,0 hokjes duurt, dus $T = 4{,}0 \times 0{,}50 = 2{,}0$ ms. Vaak is het nauwkeuriger om de tijd af te lezen van meerdere hele trillingen en dan te delen door het aantal perioden. In figuur 17a vind je dan met vier trillingen: $T = \frac{16 \times 0{,}50}{4} = 2{,}0$ ms.
De periode van een samengestelde trilling is de tijdsduur van één periode van het zich herhalende patroon. In figuur 17b is de trillingstijd: $T = \frac{8 \times 1{,}0}{4} = 2{,}0$ ms.



Figuur 17a Oscillogram met tijdschaal 0,50 ms/hokje



Figuur 17b Oscillogram met tijdschaal 1,0 ms/hokje

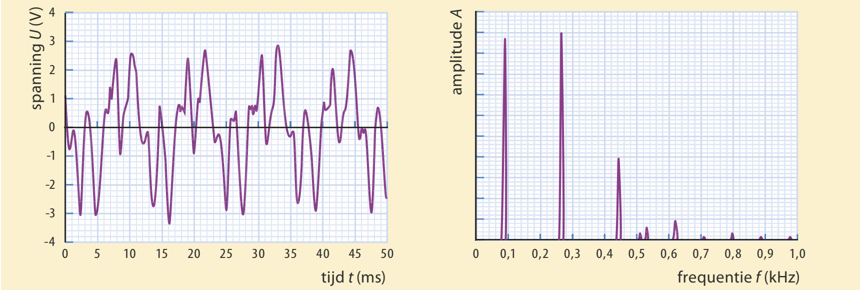
Frequentie en periode

Uit de periode kun je de frequentie berekenen. In figuur 17a is de periode T gelijk aan 2,0 ms = 0,0020 s. Dan passen er dus 500 hele trillingen in 1 s en is de frequentie 500 Hz. Voor het verband tussen de periode en de frequentie geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

Hierin is f de frequentie (in hertz, Hz) en T de periode of trillingstijd (in s).

Een samengestelde toon heeft meerdere frequenties. Je kunt die frequenties door de computer laten bepalen met een programma, zoals *Signaalanalyse* van Coach.



Figuur 18 Oscillogram en frequentiespectrum van een toon van een muziekinstrument

Massa-veersysteem

Voor de periode van een massa-veersysteem geldt:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Hierin is T de periode (in s), m de massa (in kg) en C de veerconstante (in N/m).

De veerconstante C geeft de 'sterkte' of 'stugheid' van de veer aan volgens:

$$\vec{F}_v = -C \cdot \vec{u}$$

Hierin is F_v de grootte van de veerkracht (in N), C de veerconstante (in N/m) en u de uitwijking uit de evenwichtsstand (in m).

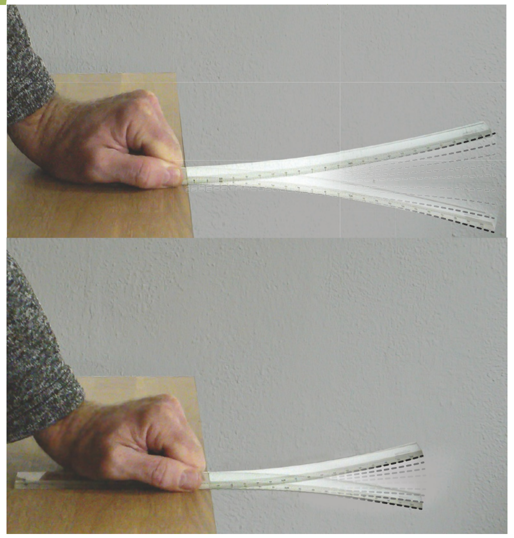
REKENVOORBEELD 1

Onbelast is een veer 25 cm lang. Er wordt een kogel aangehangen van 400 g waardoor de veer uitrekt tot 30 cm. Vervolgens wordt de kogel 2,5 cm naar beneden getrokken en losgelaten.

Vraag: Met welke frequentie trilt de kogel op en neer?

Antwoord: De kogel weegt $0{,}400 \times 9{,}81 = 3{,}92$ N en de veer is in de evenwichtstand 5,0 cm uitgerekt. De veerconstante is dus $C = \frac{F_v}{u} = \frac{3{,}92}{0{,}050} = 78{,}5$ N/m. De periode van de trilling is dan $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}400}{78{,}5}} = 0{,}449$ s en de frequentie $f = \frac{1}{0{,}449} = 2{,}2$ Hz.

Experiment 4: Trillende liniaal



Figuur 19 **Bij een kortere liniaal is de massa kleiner en de veerconstante groter.**

TRILLENDE LINIAAL EN TRILLENDE SNAAR

De eigenfrequentie van een liniaal kun je veranderen door het trillende deel korter of langer te maken. Zie figuur 19. Je verandert dan niet alleen de trillende massa, maar ook de veerconstante. Een korter stukje liniaal is moeilijker te buigen en heeft daardoor een grotere veerconstante. Bij een kortere liniaal is dus de trillende massa kleiner en de veerconstante groter. Daardoor wordt de periode kleiner.
Iets dergelijks gebeurt ook op een gitaar. Zie figuur 20. Wanneer je met je vinger de snaar bijvoorbeeld halverwege vastklemt, wordt de trillende massa 2 × zo klein. Bovendien wordt de veerconstante groter. Uit de formule voor de periode volgt dan dat de periode T kleiner en dus de frequentie hoger wordt.

W1 Projectie cirkelbeweging is harmonisch

Figuur 20 **Gitaarsnaren kort je in met een vinger.**

Uitwijking en snelheid

Het oscillogram van een harmonische trilling, zoals een trillend massa-veersysteem, is een sinuslijn. De uitwijking is een sinusfunctie van de tijd met als formule:

$$\boxed{u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)}$$

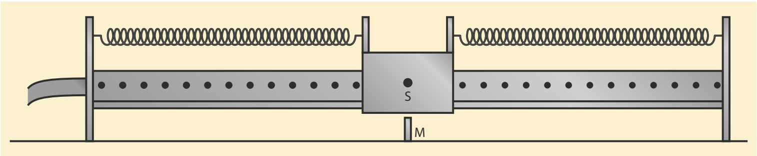
Hierin is u de uitwijking uit de evenwichtsstand (in m), A de amplitude (in m), t de tijd (in s) en T de trillingstijd (in s). *Let op*: Bij het berekenen van de sinus moet de rekenmachine op radialen zijn ingesteld en niet op graden!

In hoofdstuk 4 heb je gezien dat de snelheid v op een bepaald moment de steilheid is van de grafiek in het x,t-diagram. De snelheid als functie van de tijd $v(t)$ is dus de afgeleide functie van de plaats als functie van de tijd $x(t)$, kortweg geschreven als $v(t) = x'(t)$. Dat geldt net zo voor de uitwijking en de snelheid van een trillend voorwerp. Voor de snelheid van een harmonisch trillend systeem geldt dus: $v(t) = \frac{2\pi \cdot A}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

De snelheid van een harmonisch trillend systeem is maximaal bij het passeren van de evenwichtsstand. Voor de maximale snelheid geldt:

$$\boxed{v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}}$$

Hierin is v_{max} de grootte van de snelheid door de evenwichtsstand (in m/s), A de amplitude (in m) en T de trillingstijd (in s).



Figuur 21 **Bij een luchtkussenbaan wordt via een slang lucht geblazen door de kleine gaatjes. Daardoor kan het wagentje tussen twee veren trillen zonder schuifwrijving.**

REKENVOORBEELD 2

Op een ***luchtkussenbaan*** glijdt een wagentje zonder wrijving heen en weer tussen twee gespannen veren. Zie figuur 21 op de linker pagina. In rust bevindt de stip S op het wagentje zich precies boven het midden M van de baan. Met videometing is de positie en de snelheid van het wagentje vastgelegd, nadat het eerder een eindje naar links was getrokken en losgelaten.
Op $t = 0{,}65$ s is de stip de eerste keer het punt M gepasseerd naar rechts met een snelheid van 0,58 m/s.
Op $t = 2{,}75$ s komt het wagentje voor de tweede keer langs M, nu naar links.
Vraag 1: Hoe groot is de amplitude van de trilling van het wagentje op de baan?
Antwoord 1: Een halve periode duurt 2,75 – 0,65 = 2,10 s, dus $T = 4{,}20$ s. De snelheid van 0,58 m/s heeft het wagentje in de evenwichtsstand en dat is dus ook v_{max}.
Uit $v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ volgt $A = \frac{v_{max} \cdot T}{2\pi} = \frac{0{,}58 \times 4{,}2}{2\pi} = 0{,}39$ m.
Vraag 2: Waar bevindt (de stip op) het wagentje zich op $t = 5{,}5$ s?
Antwoord 2: De uitwijking van het karretje kan berekend worden met $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot (t - 0{,}65)\right)$, omdat het het karretje op $t = 0{,}65$ s door de evenwichtsstand gaat in positieve richting. Ingevuld wordt dat:
$u(5{,}5) = 0{,}39 \times \sin\left(\frac{2\pi}{4{,}2} \cdot (5{,}5 - 0{,}65)\right) = 0{,}32$ m
Bij de berekening is de rekenmachine op radialen gezet.

Een model voor een harmonische trilling

In hoofdstuk 6 heb je geleerd hoe je een dynamisch model kunt maken en hoe je er een beweging mee kunt simuleren. De basis voor een bewegingsmodel bestaat steeds uit dezelfde rekenregels die de relaties tussen de nettokracht, de versnelling, de snelheid en de verplaatsing weergeven. Zie figuur 22.

verband	formules	rekenregels Coach
nettokracht geeft een versnelling	$F_{res} = m \cdot a$	$a = \frac{F_{res}}{m}$
versnelling verandert de snelheid	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$v = v + a \cdot \mathrm{d}t$
snelheid verandert de positie	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	$x = x + v \cdot \mathrm{d}t$

Figuur 22 **Rekenregels in een model voor bewegingen**

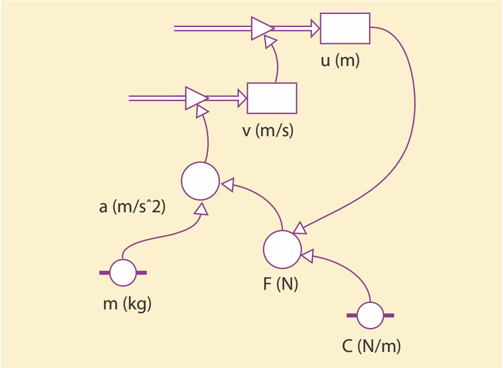
Bij elke trilling is er een kracht die naar de evenwichtsstand is gericht. Maar een trilling is alleen harmonisch als die terugdrijvende kracht evenredig is met de uitwijking uit de evenwichtsstand: $F = -C \cdot u$. Dit geldt op elk moment en is de basisvergelijking voor het model van een harmonische trilling. Zie figuur 23 en 24.

Dat het u,t-diagram van een harmonische trilling theoretisch een sinusfunctie is, komt overeen met de eigenschap dat de tweede afgeleide van een sinusfunctie weer een sinusfunctie is met een minteken ervoor. Dat kun je als volgt inzien. De versnelling van een voorwerp is de afgeleide van de snelheid: $a(t) = v'(t)$, en de snelheid is weer de afgeleide van de positie: $v(t) = x'(t)$. De versnelling is dus de tweede afgeleide van de positie $a(t) = x''(t)$.

Bij een harmonische trilling is F evenredig met u ($F = m \cdot a = -C \cdot u$), waardoor geldt: $a(t) = u''(t) = -\frac{C}{m} \cdot u(t)$

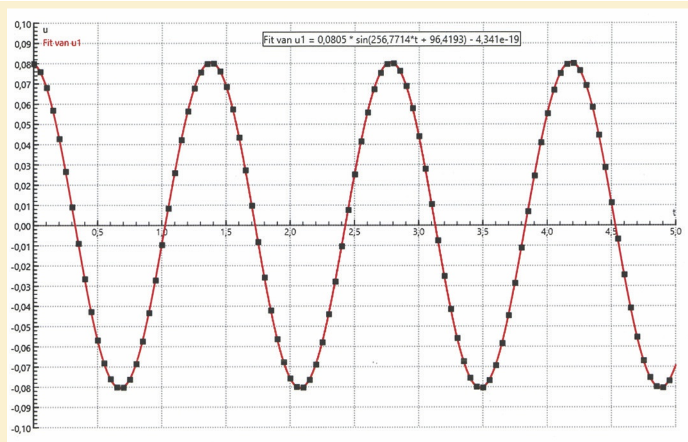
Coach	
model voor harmonische trilling	
rekenregels	startwaarden
1 $F = -C \cdot u$	$m = \ldots$
2 $a = \frac{F}{m}$	$C = \ldots$
3 $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$	$u = \ldots$
4 $u = u + v \cdot \mathrm{d}t$	$v = \ldots$
5 $t = t + \mathrm{d}t$	$t = \ldots$
	$\mathrm{d}t = \ldots$

Figuur 23 **Model van een harmonische trilling**

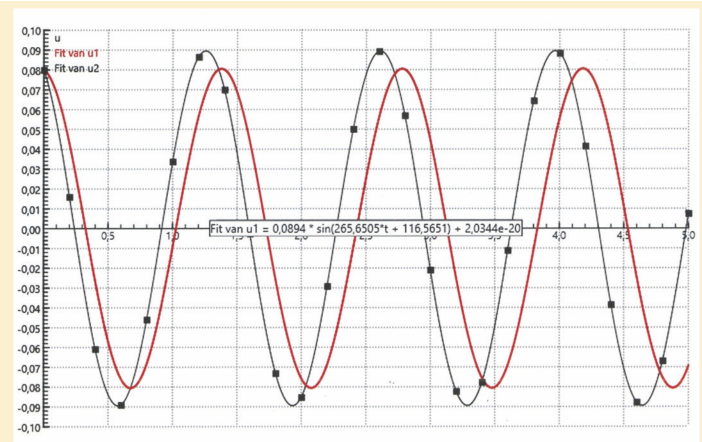


Figuur 24 **Grafisch model voor een harmonische trilling**

Strikt genomen rekent een numeriek model niet met de afgeleide, doordat de tijdstap niet oneindig klein genomen kan worden. Dat is dan ook een belangrijke grens aan de voorspelbaarheid van het numerieke model van bijvoorbeeld een harmonische trilling. Zie figuur 26.

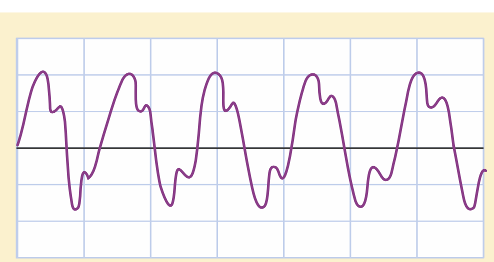


Figuur 25 Of de modelberekening (zwarte blokjes) een sinusfunctie oplevert, kun je met *Functiefit* testen (rode grafiek en formule).



Figuur 26 Een te grote tijdstap levert steeds meer afwijking op. De rode grafiek is dezelfde als in figuur 25.

12 De paragraafvraag is: Wat is geluid en wat is een trilling? Wanneer is een toon een zuivere toon? Wat is het antwoord op deze vragen?



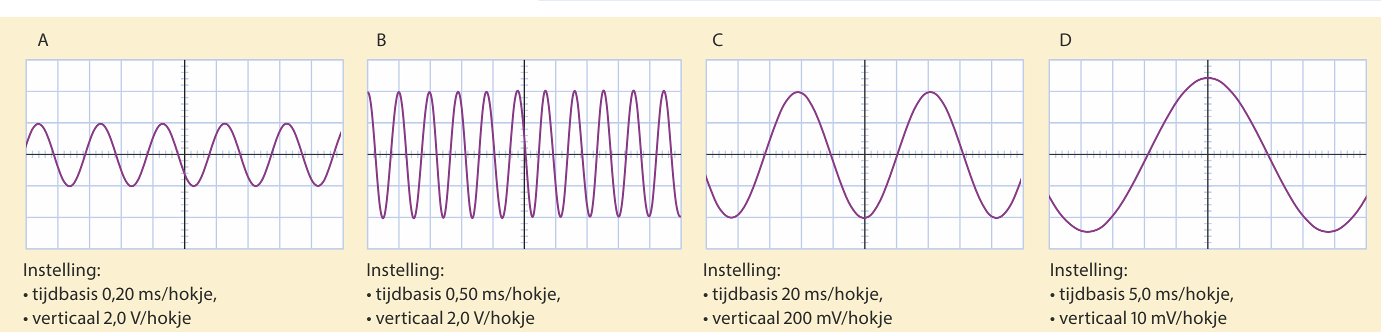
Figuur 27 De toon van een a-snaar

13 De a-snaar van een gitaar moet trillen met een frequentie van 110 Hz. De toon van die snaar wordt opgenomen (zie figuur 27). De schaalverdeling van de tijd is 10 ms/hokje.

- **a** Produceert deze a-snaar een zuivere toon? Leg uit.
- **b** Bereken bij $f = 110$ Hz de tijdsduur voor vijf trillingen.
- **c** Leg uit dat deze snaar te laag gestemd is.
- **d** Bepaal zo nauwkeurig mogelijk de frequentie waarmee de a-snaar trilt.

14 In figuur 28 zie je de u,t-diagrammen van vier verschillende trillingen. De instelling van de oscilloscoop staat bij elk diagram vermeld, in V/hokje en in ms/hokje.

- **a** Bepaal bij trilling A de periode en de amplitude (in volt).
- **b** Laat zien of leg uit dat voor trilling B geldt: $u(t) = -4{,}0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0{,}00048} \cdot t\right)$.
- **c** Voor welke trilling geldt: $u(t) = 0{,}024 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0{,}038} \cdot t\right)$? Leg uit.



Figuur 28 Vier verschillende trillingen

15 In figuur 29 zie je een elektrocardiogram. De hartslag (frequentie) wordt genoteerd in slagen per minuut (bpm).

- **a** Neemt de hartslag in figuur 29 toe of af?
- **b** Bepaal de kleinste en de grootste waarde van de hartslag in figuur 29.
- **c** Bereken de periode bij een hartslag van 85 bpm.

Figuur 29 Elektrocardiogram

16 In het diagram van figuur 30 zie je het verband tussen de veerkracht F_v en de uitrekking u van een veer.

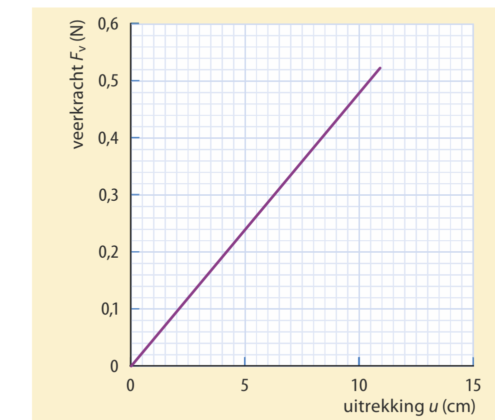
- **a** Bepaal de veerconstante C van de veer.

Aan deze veer wordt een massa van 50 g gehangen. Vervolgens laat men de massa op-en-neer trillen.

- **b** Bereken de frequentie waarmee dit massa-veersysteem trilt.

Daarna past men de massa aan zodat de frequentie 2,0 Hz wordt.

- **c** Is de massa daarvoor groter of kleiner gemaakt? Leg uit.
- **d** Bereken bij welke massa de frequentie 2,0 Hz is.



Figuur 30 Verband tussen veerkracht en uitrekking

17 Aan een spiraalveer hangt een aluminium blokje. Het blokje wordt in trilling gebracht. Hoe verandert in de volgende situaties de frequentie waarmee het blokje trilt?

- A De beginuitwijking wordt groter gemaakt.
- B De veer wordt vervangen door een stuggere veer.
- C Het aluminium blokje wordt vervangen door een blokje van staal met dezelfde afmetingen.

18 Twee verschillende stemvorken hebben even dikke en brede benen, maar verschillen in lengte. Ze zijn van hetzelfde metaal gemaakt.
Leg uit dat de eigenfrequentie van de stemvork met de langste benen kleiner is dan de eigenfrequentie van de andere stemvork.

19 Als een kind van 20 kg op een wipkip gaat zitten, wordt de veer 1,5 cm ingedrukt.

- **a** Bereken de periode waarmee het kind op de wipkip op-en-neer wipt.
- **b** Leg uit dat de periode 2 × zo groot is als een man van 80 kg op deze wipkip zit te wippen.

De wipkip is gemaakt om naar voren en naar achteren te bewegen. Bij een kind van 40 kg duurt een beweging van de achterste naar de voorste positie 1,1 s.

- **c** Bereken de veerconstante bij deze beweging.

20 Een gitaarsnaar met een massa van 30 g trilt met een frequentie van 330 Hz. Zo'n trillende snaar is een massa-veersysteem.

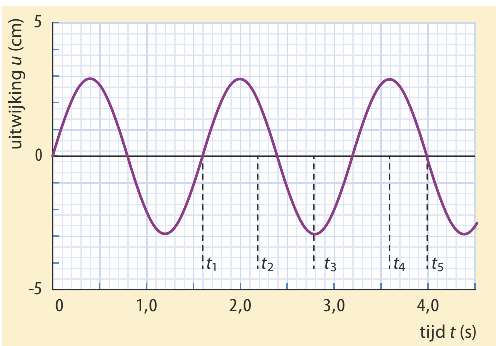
- **a** Laat met een berekening zien dat de veerconstante van de snaar $1{,}3 \cdot 10^5$ N/m is.

Als de snaar halverwege wordt ingeklemd wordt de massa 2 × zo klein en de veerconstante 2 × zo groot.

- **b** Laat met een berekening zien dat de frequentie dan verdubbelt (precies een octaaf hoger).

21 Met behulp van videometen wordt de beweging van een massa-veersysteem vastgelegd. Een functiefit geeft als resultaat: $u(t) = a \cdot \sin(b \cdot t + c)$ met $a = 2{,}0$, $b = 1{,}5$ en $c = 3{,}0$.

- **a** Wat is de eenheid van b? En van c?
- **b** Hoe groot is de amplitude van deze trilling?
- **c** Bereken de trillingstijd van deze trilling.



Figuur 31 **Het u,t-diagram van een harmonische trilling**

22 **T** In figuur 31 zie je het u,t-diagram van een voorwerp dat harmonisch trilt.

- **a** Leg uit dat voor deze trilling geldt: $u(t) = 3{,}0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1{,}6} \cdot t\right)$.
- **b** Controleer dat de uitwijking nul is op t_1 en t_5.
- **c** Bereken: $u(t_2)$ en $u(t_3)$.

De snelheid van het voorwerp is de afgeleide van de uitwijking: $v(t) = u'(t)$.
Dat geeft: $v(t) = 3{,}0 \cdot \frac{2\pi}{1{,}6} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{1{,}6} \cdot t\right)$.

- **d** Controleer hiermee dat de snelheid nul is op t_3 en t_4.

De snelheid is maximaal op $t_1 = 1{,}6$ s: $v(1{,}6) = 3{,}0\ \frac{2\pi}{1{,}6} = 12$ cm/s.

- **e** Ga na dat de steilheid van de grafiek op $t = 1{,}6$ s gelijk is aan 12 cm/s

23 Voor de harmonische trilling in figuur 31 geldt: $u(t) = 3{,}0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1{,}6} \cdot t\right)$.
De snelheid en versnelling kun je vinden met behulp van differentiëren.

- **a** Laat zien dat voor deze trilling geldt: $a(t) = -3{,}0 \cdot \frac{4\pi^2}{1{,}6^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1{,}6} \cdot t\right)$.
- **b** Leg uit dat voor elke harmonische trilling geldt: $a(t) = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot u(t)$.

Een harmonische trilling (een sinusfunctie van de tijd) ontstaat alleen als de terugdrijvende kracht evenredig is met de uitwijking u.

- **c** Leg uit dat bij een harmonische trilling geldt: $m \cdot a(t) = -C \cdot u(t)$.
- **d** Leg uit dat een sinusfunctie goed past bij deze vergelijking

Substitutie van $a(t)$ geeft: $m \cdot -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot u(t) = -C \cdot u(t)$.

- **e** Laat zien dat je dit kunt omschrijven tot: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$.

24 Toon aan dat in de formule $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ de eenheden links en rechts van het =-teken gelijk zijn.

25 Een model voor bewegingen heeft meestal de twee volgende rekenregels:

1 $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$ **2** $x = x + v \cdot \mathrm{d}t$

- **a** Leg uit of laat zien dat deze rekenregels gelijk zijn aan $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ en $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Voor een zeer kleine tijdstap benaderen deze rekenregels de afgeleide: $a(t) = v'(t)$ en $v(t) = x'(t)$.

- **b** Leg uit waarom een model voor bewegingen een model van de 2de orde wordt genoemd.

Bij een vrije val is er geen luchtweerstand en is de versnelling dus constant, dus geldt: $a(t) = -9{,}81$.

- **c** Laat zien dat bij een vrije val geldt: $v(t) = -9{,}81 \cdot t$ en $x(t) = -4{,}9 \cdot t^2$.

Voor een bepaalde harmonische trilling geldt: $u(t) = 3{,}2 \cdot \sin(0{,}25 \cdot t)$.

- **d** Stel een formule op voor de versnelling $a(t)$.

26 In figuur 32 zie je het resultaat van een rekenmodel voor een harmonische trilling. Het model bestaat uit de volgende rekenregels.

1 $F_\mathrm{v} = -C \cdot u$
2 $a = \frac{F_\mathrm{v}}{m}$
3 $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$
4 $u = u + v \cdot \mathrm{d}t$
5 $t = t + \mathrm{d}t$

De trillende massa is 88 g.

- **a** Bepaal met behulp van het diagram de waarde van de veerconstante C.
- **b** Welke startwaarden zijn gebruikt voor u en v?

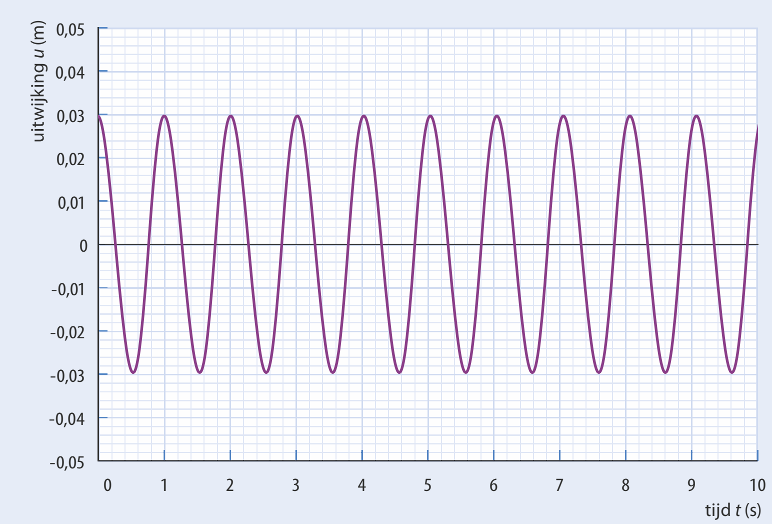
Dit model geldt voor een ongedempte trilling. In werkelijkheid is er sprake van luchtweerstand, waarvoor geldt: $F_\mathrm{w,l} = k \cdot v^2$.

- **c** Leg uit dat in deze formule nog geen rekening is gehouden met de richting van de snelheid (positief of negatief).

Als het model uitgebreid wordt met luchtweerstand, zijn de eerste regels van het nieuwe model:

1 $F_\mathrm{v} = -C \cdot u$
2 Als $v > 0$ Dan $F_\mathrm{w,l} = \ldots\ldots$ Anders $F_\mathrm{w,l} = \ldots\ldots$ Eindals
3 $F_\mathrm{res} = F_\mathrm{v} + F_\mathrm{w,l}$
4 $a = \frac{F_\mathrm{res}}{m}$

- **d** Vul regel 2 van het model aan, zodat er een gedempte trilling ontstaat.



Figuur 32 **Rekenresultaat van het model van de ongedempte harmonische trilling**

Experiment 5: Gedempte trilling

7.3 Lopende golven

Experiment 6: Golven in water en in een touw

Experiment 7: Geluidssnelheid meten

Experiment 8: Zwevingen van geluid bij twee stemvorken

ONTDEKKEN

Geluid wordt gemaakt door een trillende geluidsbron, bijvoorbeeld je stembanden. Als je praat of zingt gaat de lucht in je keel en je mond meetrillen, waardoor de lucht vóór je mond in trilling gebracht wordt. Na korte tijd gaat ook in het oor van iemand anders het trommelvlies meetrillen. Het geluid heeft zich verplaatst door de lucht, doordat de trillingen worden doorgegeven. Vanuit de bron hebben zich geluidsgolven uitgebreid. Maar wat is een geluidsgolf? Zijn er nog andere soorten golven? En wat voor eigenschappen hebben golven?

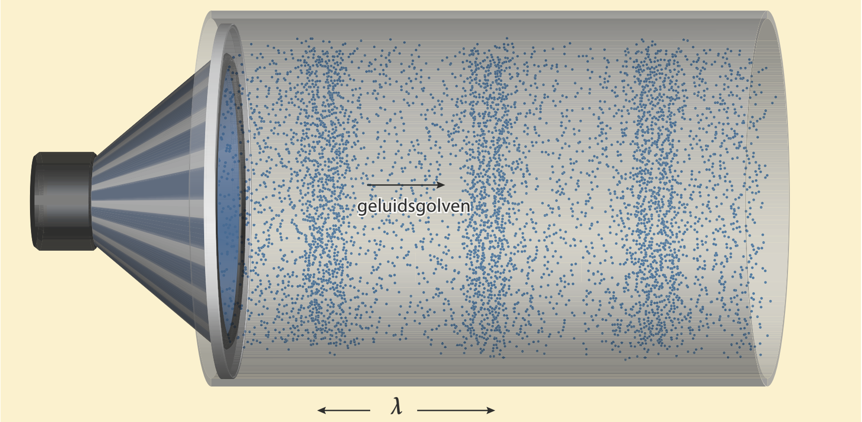
PARAGRAAFVRAAG

Wat zijn lopende golven en welke eigenschappen hebben ze?

BEGRIJPEN

Trilling wordt doorgegeven

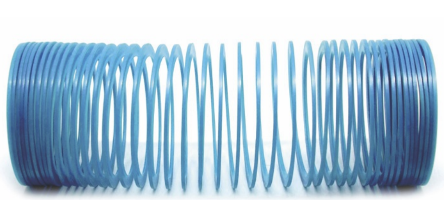
Bij een luidspreker trilt de conus naar voren en achteren. Daardoor wordt de lucht bij de conus afwisselend een beetje samengeperst (een verdichting) en weer terug gezogen (een verdunning). Deze verdichtingen en verdunningen worden als variërende luchtdruk doorgegeven. Er loopt dan een ***geluidsgolf*** door de lucht. Een geluidsgolf is dus een drukgolf. Zie figuur 33.



Figuur 33 **Een geluidsgolf door een buis**

De snelheid waarmee deze trillingen worden doorgegeven is de ***golfsnelheid***. De golfsnelheid van geluid, de ***geluidssnelheid***, is in lucht ongeveer 340 m/s. De afstand die de golven in één periode afleggen is de ***golflengte*** λ (Griekse letter lambda). Het is dus de lengte van één complete golf, bijvoorbeeld de afstand tussen twee dichtstbijzijnde punten waar de uitwijking maximaal is. Of de afstand tussen twee verdichtingen bij een geluidsgolf (zie figuur 33).

Een geluidsgolf kun je nabootsen met een lange slinky (een speelgoedveer). Als je het uiteinde van een rechte slinky één keer in de richting van de veer naar voren, naar achteren en weer terug beweegt, zie je dat die trilling (de verdichting en verdunning) wordt doorgegeven. Er loopt een golf door de slinky. Elke hele trilling van de bron zorgt voor één golf.



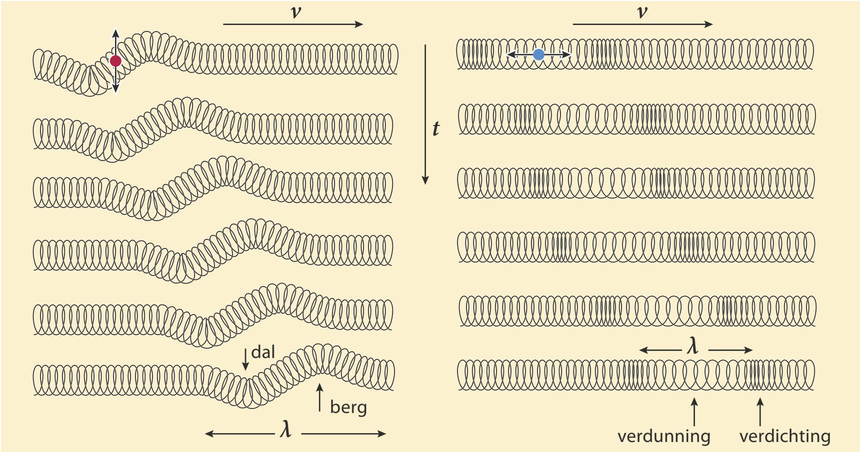
Figuur 34 **Een slinky**

Transversale en longitudinale golven

Met een slinky kun je twee verschillende soorten golven maken. Door het uiteinde heen en weer te bewegen in de lengterichting van de veer krijg je drukgolven. Zo'n golf waarbij de deeltjes trillen langs dezelfde richting als de voortplanting van de golf, is een ***longitudinale golf***.

Figuur 35 **Een voorbeeld van transversale golven**

Je kunt het uiteinde van een slinky ook dwars heen en weer bewegen. Je krijgt dan een golf waarbij de windingen van de slinky heen en weer bewegen, dwars op de voortplantingsrichting van de golf. Zo'n golf is een ***transversale golf***. Een voorbeeld van een transversale golf is een golf op een wateroppervlak.



Figuur 36 **Momentopnamen van een transversale golf (links) en een longitudinale golf (rechts) in een slinky**

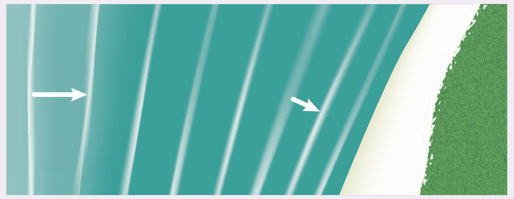
In lucht zijn alleen longitudinale golven mogelijk. Dat komt doordat de luchtdeeltjes niet aan elkaar vastzitten, ze kunnen elkaar niet opzij trekken. In water zijn wel transversale golven mogelijk, maar alleen aan het wateroppervlak. Onder water zijn er, net als in lucht, alleen longitudinale golven mogelijk.

In vaste stoffen zijn longitudinale én transversale golven mogelijk, doordat de deeltjes van een vaste stof stevig aan elkaar vastzitten. Hoe steviger de stof is, des te sneller worden de trillingen doorgegeven. Van de longitudinale (geluids)golven vind je voor veel verschillende stoffen de snelheden in Binas.

Golfsnelheid en golflengte

De golflengte hangt af van de frequentie van de trilling en van de golfsnelheid. Eén hele trilling van de bron veroorzaakt één hele golf. Als de golfsnelheid groot is, legt de golf in één trillingstijd een grote afstand af, de golflengte is dan groot. De golflengte is evenredig met de golfsnelheid. In lucht is de golfsnelheid (geluidssnelheid) vrijwel constant. De geluidsnelheid in lucht wordt alleen iets groter bij een toename van de luchttemperatuur.

Ook hangt de golflengte af van de frequentie. Een grotere frequentie van de bron, en dus een kortere periode, zorgt voor kortere golven. De golflengte is omgekeerd evenredig met de frequentie. Als de frequentie 2 × zo groot is, is de periode 2 × zo klein en de golflengte dus ook 2 × zo klein.



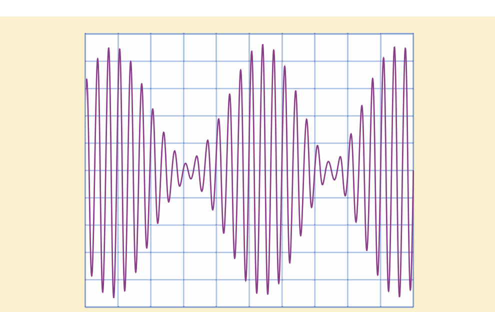
Figuur 37 Golfsnelheid op zee neemt af in ondieper water bij het strand.

Figuur 38 Dichtbij de kust worden de golven korter en steiler.

ZEEGOLVEN EN BRANDING

Als in ondiep water de diepte minder wordt, neemt de golfsnelheid af. Daardoor zie je aan het strand dat de golflengtes kleiner worden naarmate de golven dichter bij het strand komen. Zie figuur 37. Doordat de golven die het strand naderen korter worden, neemt de golfhoogte toe. Het water in de golf wordt als het ware in elkaar gedrukt doordat de voorkant langzamer beweegt dan de achterkant. Voor de top van de golf is dan het water dieper dan voor het golfdal, waardoor de top het dal gaat inhalen en er branding ontstaat (zie figuur 38).
In diep water is de richting van de zeegolven dezelfde als van de wind die de golven maakt. Op zee lopen de golven dus niet altijd in dezelfde richting. Toch komen golven altijd bijna evenwijdig op het strand aan. Dat komt eveneens doordat de golfsnelheid afneemt als het water ondieper wordt.

Figuur 39 Twee aangeslagen stemvorken laten zwevingen horen.



Figuur 40 Een oscillogram van een zweving

Zweving

Neem twee identieke stemvorken op klankkasten en verander de frequentie van één van beide met een speciaal klemmetje. Zet beide klankkasten naast elkaar en sla beide stemvorken aan. Je hoort dan het geluid afwisselend aanzwellen en afnemen, dit heet ***zweven*** van geluid. De toonhoogte blijft gelijk maar de geluidssterkte varieert periodiek. Zie figuur 39 en 40. Deze *zwevingsfrequentie* neemt af naarmate de frequenties van de beide stemvorken minder verschillen.

Het zweven kun je als volgt verklaren: uit twee verschillende bronnen komen geluidsgolven bij je oor. Als die geluidsgolven bij aankomst 'in de pas' lopen versterken ze elkaar. Dan komen de verdichtingen vanuit beide bronnen tegelijk aan en ook de verdunningen. De golven uit beide bronnen komen dan *in fase* aan. Maar als de aankomende golven bij je oor 'uit de pas' lopen, werken ze elkaar tegen. Dan valt de aankomst van een verdichting samen met de aankomst van een verdunning vanuit de andere bron. De golven uit beide bronnen zijn dan bij aankomst *uit fase*. Doordat de frequenties van beide bronnen niet precies gelijk zijn, verandert het *in fase* voortdurend in *uit fase* en omgekeerd. Hoe minder de frequenties van de stemvorken van elkaar verschillen, des te langer is de zwevingperiode, de tijd tussen twee geluidsmaxima.

(Gereduceerde) fase en faseverschil

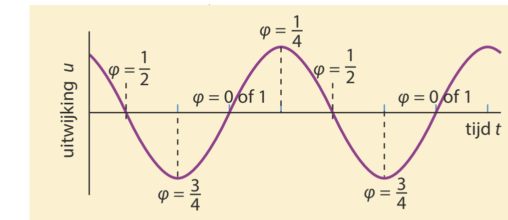
Bij golven op een wateroppervlak of bij transversale golven in bijvoorbeeld een slinky, trillen alle punten na elkaar op en neer of heen en weer dwars op de voortplantingsrichting. Bij elke golftop is de uitwijking van het betreffende punt maximaal. Dat punt heeft dan een kwart trilling gehad sinds de laatste positieve doorgang door de evenwichtstand. We zeggen dat het trillende punt dan een ***gereduceerde fase*** $\frac{1}{4}$ heeft. In de praktijk zeggen we kortweg: de fase is $\frac{1}{4}$. In figuur 41 zie je dat bij de eerstvolgende doorgang door de evenwichtstand de fase $\frac{1}{2}$ is en bij een golfdal $\frac{3}{4}$.

In plaats van de wat vage omschrijving dat bij een lopende golf 'de trillingen worden doorgegeven' met de voortplantingssnelheid, kun je beter zeggen dat de fase zich verplaatst met de voortplantingssnelheid. Van elk punt van bijvoorbeeld een slinky waar een golf door loopt, verandert de fase voortdurend. Maar het ***faseverschil*** tussen twee punten (windingen van slinky) A en B, verandert niet. Zie figuur 42. Want de frequentie waarmee de fase van elk punt verandert, is voor alle punten gelijk.

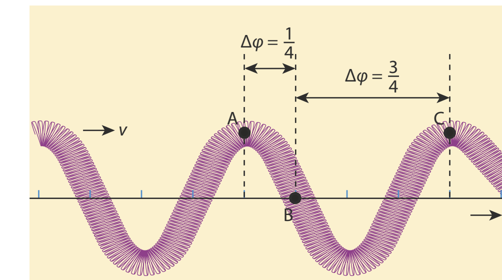
- Bij een geluidsgolf in lucht planten variaties in luchtdruk zich voort als opeenvolgende verdichtingen en verdunningen van de lucht.
- De snelheid waarmee de trillingen worden doorgegeven is de golfsnelheid v.
- De golflengte λ is de afstand tussen twee opeenvolgende identieke punten in de golf, bijvoorbeeld tussen twee verdichtingen.
- Bij een longitudinale golf trillen de deeltjes in dezelfde richting vooruit en achteruit in de bewegingsrichting van de golf. Bij een transversale golf trillen de deeltjes loodrecht op de bewegingsrichting van de golf.
- In lucht en in een vloeistof zijn alleen longitudinale golven mogelijk. In vaste stoffen zijn zowel transversale als longitudinale golven mogelijk.
- De golflengte is evenredig met de golfsnelheid en omgekeerd evenredig met de frequentie.
- Zweving treedt op als de frequenties van twee geluidsbronnen niet precies gelijk zijn. Het geluid klinkt dan afwisselend harder (in fase) en zachter (in tegenfase).
- Het deel van een hele trilling dat een trillend voorwerp of systeem heeft gehad sinds de laatste positieve doorgang door de evenwichtsstand, heet de (gereduceerde) fase.
- In een lopende golf verandert van elk trillend punt de fase voortdurend. Maar het faseverschil tussen verschillende punten blijft gelijk.

27 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- **a** De 'wave' in een stadion is een transversale golf.
- **b** Een geluidsgolf is een longitudinale golf.
- **c** Golven aan het wateroppervlak zijn longitudinale golven.
- **d** Geluid onder water is een longitudinale golf.
- **e** Bij een longitudinale golf duwen de deeltjes elkaar naar voren en naar achteren (in de richting waarin de golf beweegt).
- **f** Bij een hoge frequentie hoort een kleine golflengte.
- **g** Bij een grote golfsnelheid hoort een grote golflengte.
- **h** Als een trillend punt van boven naar beneden door de evenwichtsstand gaat is de (gereduceerde) fase $\frac{1}{2}$.
- **i** Het faseverschil tussen twee punten in een slinky verandert als de frequentie verandert.
- **j** Het faseverschil tussen twee punten van een koord verandert niet als de golfsnelheid groter wordt.



Figuur 41 Oscillogram en de (gereduceerde) fasen van een trillend punt



Figuur 42 Faseverschillen bij lopende transversale golf

28 Bij een golf worden trillingen doorgegeven.

- **a** In welke richting trillen de deeltjes bij een geluidsgolf, in de richting waarin het geluid beweegt of loodrecht daarop?
- **b** Leg uit waardoor geluid zich niet in vacuüm kan voortplanten.

In vaste stoffen zijn zowel longitudinale golven als transversale golven mogelijk. Een geluidsgolf in een stof is een longitudinale golf met een vaste snelheid.

- **c** Leg uit dat de geluidssnelheid in zachte materialen (zoals rubber) kleiner is dan in harde materialen (zoals ijzer).

29 Bij golven op zee zie je toppen en dalen.

- **a** Meet je de golflengte van top tot dal of tussen twee toppen?

In een slinky kun je longitudinale golven opwekken.

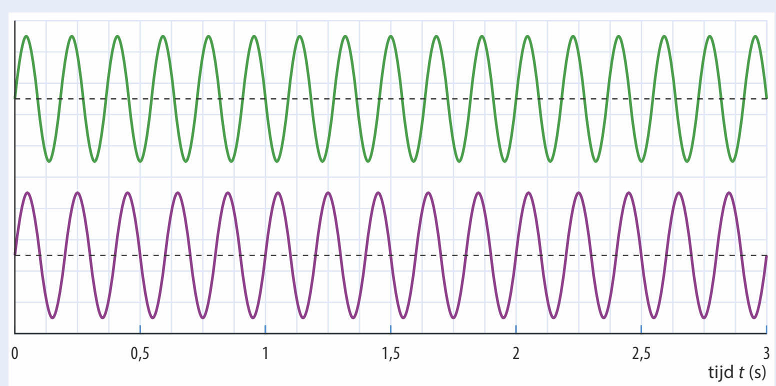
- **b** Hoe meet je bij een longitudinale golf de golflengte?

In vaste stoffen zijn zowel longitudinale als transversale golven mogelijk.

- **c** Plant geluid zich in een vaste stof voort als longitudinale of als transversale golf?

30 **T** In figuur 43 zie je twee verschillende trillingen. Bij de bovenste trilling geldt $f = 5{,}5$ Hz, bij de onderste $f = 5{,}0$ Hz.

- **a** Hoe zie je aan figuur 43 dat op $t = 0$ beide trillingen in fase zijn?
- **b** Op welk ander tijdstip zijn deze twee trillingen ook in fase? Hoe groot is op dat moment de (gereduceerde) fase van elk van de trillingen?
- **c** Leg uit dat op $t = 1{,}0$ s de twee trillingen in tegenfase (uit fase) zijn.
- **d** Op welk ander tijdstip zijn beide trillingen ook in tegenfase? Hoe groot is op dat moment de (gereduceerde) fase van elk van de twee trillingen?
- **e** Hoe groot is het faseverschil op $t = 1{,}5$ s?



Figuur 43 Twee verschillende trillingen

31 Aan het strand zie je dat de golflengte van aankomende golven kleiner wordt naarmate ze dichter bij het strand komen.

- **a** Komt dat doordat de frequentie verandert of doordat de golfsnelheid verandert?
- **b** Is de golfsnelheid in ondiep water groter of kleiner dan in diep water?
- **c** In de branding zie je dat golven 'omslaan'. Leg uit waardoor dat komt.

32 De klap van een vallend heiblok op een betonnen heipaal veroorzaakt lopende golven in de grond, in de lucht en in de heipaal.

- **a** Zijn die golven in de lucht transversale en/of longitudinale golven?
- **b** Zijn die golven in de heipaal transversale en/of longitudinale golven?
- **c** Waar zal de golfsnelheid het grootst zijn, in de lucht of in de heipaal? Leg uit.

33 Een trillingsbron maakt golven op het wateroppervlak.

- **a** Wordt de golflengte groter of kleiner als de frequentie van de trillingsbron toeneemt?

De golfsnelheid van een golf op zee neemt af als de golf dichter bij het strand komt.

- **b** Wordt de golflengte dan groter of kleiner?
- **c** Welke van de volgende formules zouden kunnen passen bij het verband tussen frequentie, golflengte en golfsnelheid van een watergolf?

1 $\lambda = v \cdot f$ 2 $v = f \cdot \lambda$ 3 $f = v \cdot \lambda$ 4 $\lambda = \frac{v}{f}$

Figuur 44 De klap van een heiblok

BEHEERSEN

Verband tussen golflengte en golfsnelheid

Eén hele trilling van de bron veroorzaakt één golf, die zich met de voortplantingssnelheid v 'verplaatst'. In die tijd T heeft bijvoorbeeld de voorkant van die golf één golflengte λ afgelegd. Voor die afstand geldt dus: $\lambda = v \cdot T$

Je kunt de formule voor de golflengte en de golfsnelheid ook zo zien: Na 1 s heeft de golf een afstand van v meter afgelegd en heeft de bron f keer getrild. Er zijn dus f golven die samen een lengte van v meter hebben. Omdat elke golf de lengte λ heeft geldt:

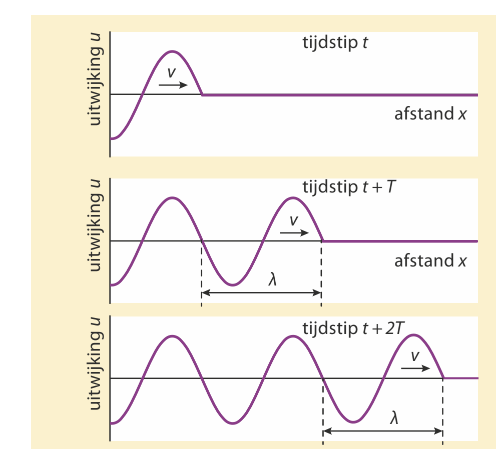
$$\boxed{v = f \cdot \lambda}$$

Hierin is v de golfsnelheid (in m/s), f de frequentie (in Hz = s^{-1}) van de trilling die doorgegeven wordt en λ de golflengte (in m).

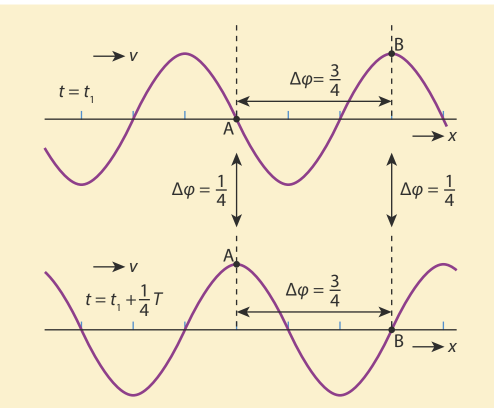
Deze formule geldt voor alle soorten golven. Bij geluidsgolven in lucht varieert de golflengte van vele meters (lage tonen) tot enkele centimeters (hoge tonen). Gewone windgolven op zee hebben een snelheid tot 40 km/h en een golflengte van maximaal 200 m. In vaste stoffen zijn de golfsnelheden veel hoger. De aardbevingsgolven die door de aardkorst lopen hebben snelheden van 3 tot 6 km/s.

Een *u,x*-diagram

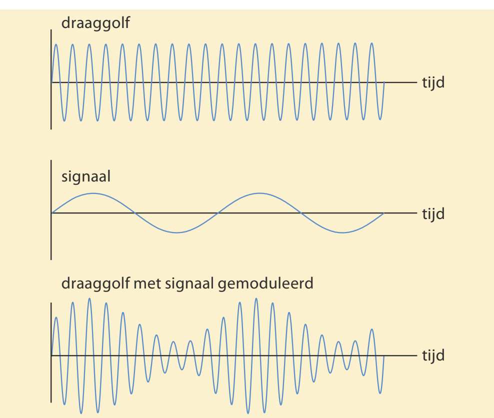
Een lopende golf in bijvoorbeeld een koord kun je op elk moment weergeven in een u,x-diagram. Dat is in feite een 'foto' van het koord op een bepaald tijdstip. Je kunt er de amplitude en de golflengte van de golf in aflezen. In figuur 45 zie je drie u,x-diagrammen op drie opeenvolgende tijdstippen. Met het tijdsverschil tussen twee u,x-diagrammen is de golfsnelheid te bepalen



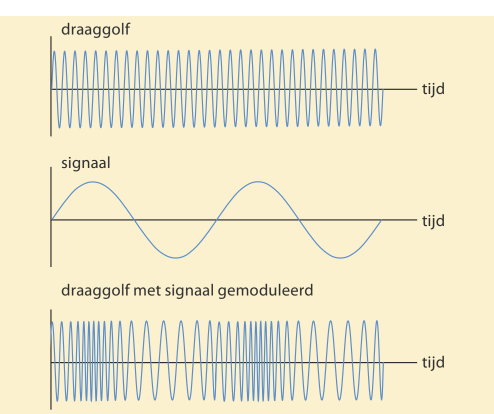
Figuur 45 Een lopende golf weergegeven in drie u,x-diagrammen op drie tijdstippen.



Figuur 46 Twee momentopnames van een lopende (transversale) golf



Figuur 48 Bij amplitudemodulatie (AM) is de amplitude van de draaggolf op elk moment evenredig met de uitwijking van het signaal.



Figuur 49 Bij frequentiemodulatie (FM) is de verhoging of verlaging van de frequentie van de draaggolf op elk moment evenredig met de uitwijking van het signaal.

Een u,x-diagram lijkt op een oscillogram, maar pas op: een oscillogram of u,t-diagram geeft de trilling van één punt gedurende een bepaalde tijdsduur weer (een film), terwijl een u,x-diagram de positie van een groot aantal punten op één tijdstip weergeeft (een foto).

Faseverschillen bij een lopende golf

Bij het passeren van een reeks golven voeren alle deeltjes van een koord, een veer of een wateroppervlak na elkaar dezelfde bewegingen uit. De gereduceerde fase φ van een trillend punt loopt van 0 (in de evenwichtsstand en met positieve snelheid), via $\frac{1}{2}$ (in de evenwichtsstand met negatieve snelheid) tot 1 (opnieuw in de evenwichtsstand met positieve snelheid). Daarna begint de gereduceerde fase weer bij 0. Voor de verandering van de fase van een trillend punt tussen twee tijdstippen geldt:

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}}$$

In deze formule is $\Delta\varphi$ de verandering van de fase (zonder eenheid) van een trillend punt na een tijdje Δt (in s), en T de periode van de trilling (in s).

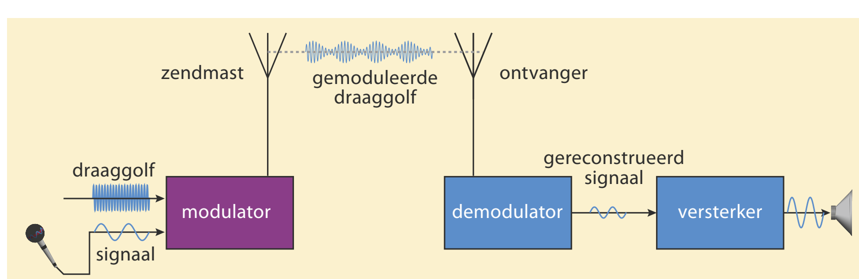
Het faseverschil tussen twee punten van bijvoorbeeld een koord waar een golf door loopt, is constant. Zie figuur 46. Voor het faseverschil tussen twee punten geldt:

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}}$$

In deze formule is $\Delta\varphi$ het faseverschil (zonder eenheid) tussen twee punten van het koord, Δx de afstand tussen die twee punten (in m) en λ de golflengte (in m).

TELECOMMUNICATIE

Bijna alle draadloze communicatieapparatuur werkt met radiogolven. Dat zijn elektromagnetische golven met golflengtes tussen 1 cm en 1 km, die zich dus met de lichtsnelheid voortplanten. Radiogolven worden uitgezonden en ontvangen met antennes. Op een radio kun je afstemmen op verschillende zenders. Wanneer je op één zender afstemt, wordt alleen de frequentie van die zender doorgelaten. De radiogolven zijn de draaggolven van de informatie (spraak of muziek), die meegezonden wordt door het *moduleren* van draaggolven. Zie figuur 47 t/m 49. De informatie zit als het ware 'verstopt' in de draaggolf. De frequentie van de radiogolven is veel groter dan de frequenties in de spraak of de muziek die wordt verzonden. De ontvanger haalt die trillingen van spraak of muziek weer uit de draaggolf en geeft ze via een versterker door aan de luidspreker.



Figuur 47 Informatie wordt overgebracht door de draaggolf te moduleren.

34 De paragraafvraag is: Wat zijn lopende golven en welke eigenschappen hebben ze? Wat is het antwoord op deze vraag?

35 Een trillingsbron veroorzaakt lopende transversale golven in een koord. De golfsnelheid is 10 m/s, de golflengte is 2,5 m en de amplitude is 8,0 cm.
- a Bereken de frequentie en de trillingstijd van de trillingsbron.
- b Leg uit of laat zien dat geldt: $v = \frac{\lambda}{T}$.
- c Bereken de maximale snelheid van een punt van het koord.

36 Op een oceaan hebben windgolven een snelheid van 45 km/h. De golflengte van deze golven is ongeveer 100 m.
- a Bereken de periode van deze golven.

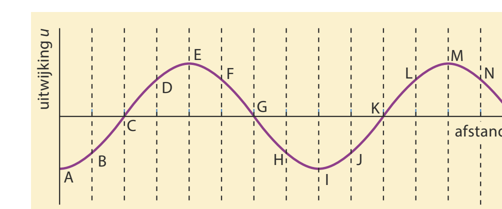
De frequentie van een aardbeving was 1,2 Hz. De aardbevingsgolven die daarna door de aardkorst liepen hadden snelheden van 3 tot 6 km/s.
- b Tussen welke waarden lag de golflengte van deze golven?

37 **T** In figuur 45 en op het tekenblad zie je een naar rechts lopende golf op drie tijdstippen getekend.
- a Hoeveel trillingen heeft het beginpunt uitgevoerd tussen de eerste tekening en de laatste tekening?

De tijd tussen de eerste en de laatste tekening is 1,5 s.
- b Bereken de periode en de frequentie.

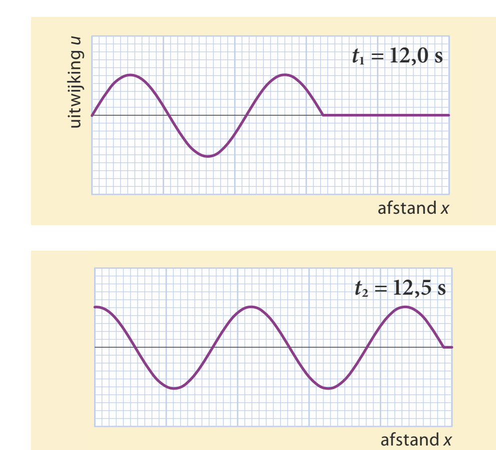
De schaal van de tekening is 1 : 100.
- c Laat zien dat je nu op twee manieren de golfsnelheid kunt bepalen.

38 **T** In figuur 50 en op het tekenblad en op het tekenblad zie je het u,x-diagram van een transversale golfbeweging in een koord. De golven lopen naar rechts.
- a Leg uit dat de (gereduceerde) fase van de punten G en O nul is.
- b Van welke punten is de (gereduceerde) fase $\frac{1}{2}$? Leg uit.
- c Welk(e) punt(en) trillen in fase met A?
- d Welk(e) punt(en) trillen in tegenfase met A?
- e Hoe groot is het faseverschil tussen A en O?
- f Schets op het tekenblad de stand van het koord een kwart periode later.



Figuur 50 Een lopende golfbeweging

39 In figuur 51 zie je het u,x-diagram van een transversale golfbeweging in een koord, op twee tijdstippen: $t_1 = 12{,}0$ s en $t_2 = 12{,}5$ s. In die tijd is de voorkant van de golf 16,5 cm naar rechts verschoven. De breedte van het hele diagram komt in werkelijkheid overeen met 50 cm.
- a Hoe kun je aan figuur 51 zien dat het linkeruiteinde in de tussenliggende tijd $\frac{3}{4}$ trilling heeft uitgevoerd?
- b Hoe groot is het faseverschil tussen t_1 en t_2? Geldt dit voor elk punt van het koord?
- c Bereken de periode.
- d Bereken de golflengte. Controleer in figuur 51 of je antwoord klopt.



Figuur 51 u,x-diagrammen van een golf op twee tijdstippen

40 Geluid kun je in het algemeen horen als de frequentie ervan ligt tussen minimaal 20 Hz en maximaal 20 kHz. In Binas kun je de waarden voor de geluidssnelheid opzoeken.

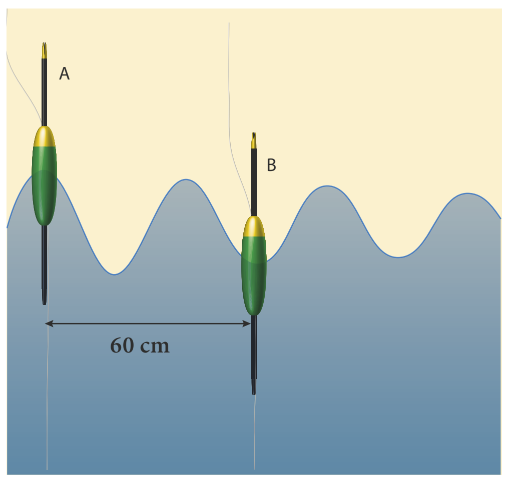
a Bereken tussen welke waarden de golflengtes van hoorbare geluidsgolven in lucht liggen bij een temperatuur van 20 °C.
b Leg uit of de golflengte groter of kleiner wordt als de temperatuur toeneemt.
c In water van 20 °C heeft een toon een golflengte van 2,0 m. Kun je deze toon horen? Bereken daarvoor eerst de frequentie.

41 Voor telecommunicatie worden radiogolven gebruikt. Bij een wifi-kanaal is de frequentie 2412 MHz.

a Hoe groot is de golfsnelheid bij deze vorm van informatieoverdracht?
b Bereken de golflengte van het wifi-kanaal.

In 2004 zijn twee wagentjes op expeditie gegaan op de planeet Mars: de Spirit en de Opportunity. Voor communicatie is de X-band gebruikt, met golflengtes van 2,5 tot 3,7 cm. De afstand tussen de aarde en Mars is minimaal $7{,}8 \cdot 10^{10}$ m.

c Bereken tussen welke frequenties de X-band ligt.
d Bereken hoeveel tijd er minstens zit tussen het uitzenden van een signaal naar Mars en het ontvangen van een antwoord.



Figuur 52 Twee trillende dobbers

42 In een sloot drijven twee dobbers A en B, op 60 cm van elkaar (zie figuur 52). De golven in de sloot bewegen naar rechts. Daardoor gaan de dobbers met een frequentie van 2,0 Hz op en neer.

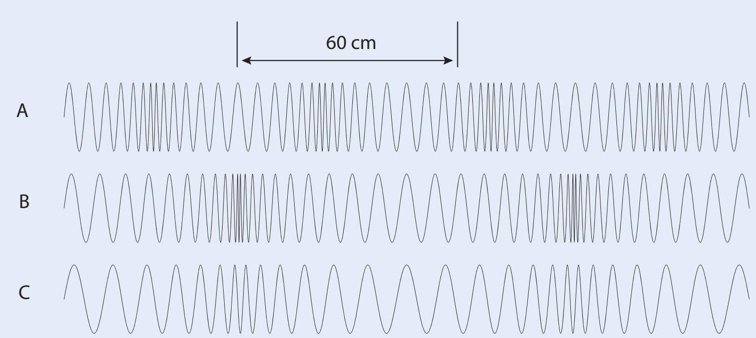
a Hoe groot is het faseverschil tussen de twee dobbers?
b Bereken de golflengte.
c Bereken de golfsnelheid v van deze watergolven.

De amplitude van dobber A is 4,0 cm.

d Bereken de maximale snelheid van dobber A.

43 In figuur 53 is een momentopname getekend van drie verschillende longitudinale lopende golven. De golfsnelheid is in alle situaties hetzelfde. Bij golf A is de frequentie 42 Hz. In figuur 53 is ook een schaal weergegeven.

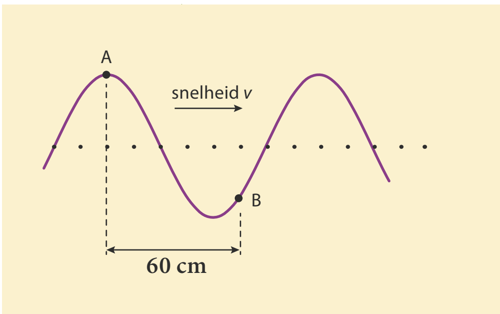
a Bepaal de golflengte van golf A.
b Ga na dat de golfsnelheid 21 m/s is.
c Bepaal de frequentie in golf B.
d Is de frequentie in golf C groter dan, kleiner dan of even groot als in golf B? Leg uit.



Figuur 53

44 In figuur 54 is een gedeelte van een golf weergegeven die naar rechts beweegt. De golfsnelheid is 1,8 m/s.

a Leg uit dat op het moment van de tekening punt B naar beneden beweegt.
b Leg uit dat voor het faseverschil tussen A en B geldt: $\Delta\varphi = \frac{5}{8}$.
c Bereken de golflengte en de frequentie.



Figuur 54 Momentopname van een golfbeweging

45 Vleermuizen gebruiken hun oren om insecten (hun voedsel) te 'zien'. Ze zenden korte geluidspulsen uit. De uitgezonden geluidspulsen kaatsen terug tegen het insect. De ontvangen echo geeft informatie over waar het insect zich bevindt.
Als het insect kleiner is dan de golflengte van het geluid, 'ziet' de vleermuis het niet. In dat geval 'spoelt' het geluid om het insect heen, en wordt het niet teruggekaatst.
De afmeting van een insect is ongeveer 3 mm.

a Welke frequentie moet het door de vleermuis uitgezonden 'geluid' minstens hebben om het insect te kunnen 'zien'? Waarom minstens?

Het door de vleermuis uitgezonden geluid wordt ultrasoon geluid genoemd.

b Verklaar deze naam.
c Leg uit waarom de vleermuis geluidspulsen uitzendt en geen continu geluid.
d Op welke manier kan de vleermuis de afstand tot het insect schatten?

Oefenen A

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 7.2 en 7.3 begrepen hebt.

7.4 Staande golven

Experiment 9: Fluitslang en slinky

Experiment 10: Proef van Kundt

ONTDEKKEN

Muziekinstrumenten hebben allemaal hun eigen klank(kleur). Een blokfluit klinkt anders dan een gitaar of een trombone, ook al wordt er hetzelfde liedje op gespeeld. Dat komt doordat een toon van een muziekinstrument meerdere frequenties bevat. Een gitaarsnaar kan op meerdere manieren transversaal trillen en in een blokfluit en een trombone kan de lucht op meerdere manieren longitudinaal trillen. Zulke trillingen zijn staande golven, en hun verschillende frequenties bepalen de klank van een instrument.

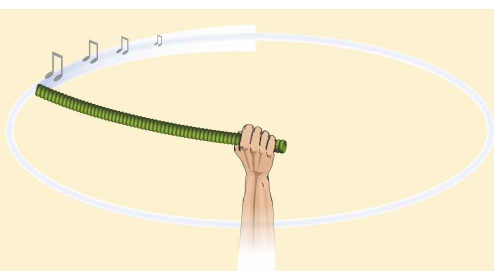
PARAGRAAFVRAAG

Wat zijn staande golven en welke eigenschappen hebben ze?

BEGRIJPEN

Fluitslang

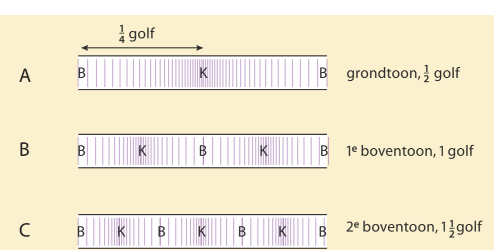
Een fluitslang is een simpele geribbelde slang met twee open uiteinden. Als je de slang rondzwaait, klinkt er bij een bepaalde snelheid een fluittoon. Ga je steeds sneller rondzwaaien, dan hoor je steeds hogere tonen. Deze verschillende tonen hebben vaste frequenties. Met een fluitslang kun je zo enkele tonen van een toonladder 'spelen'.
Het geluid ontstaat doordat aan het rondzwaaiende uiteinde van de slang lucht gaat trillen. De lucht in de slang trilt daardoor mee, net als de lucht in een klankkast van een stemvork. Kennelijk kan de lucht in de slang op verschillende manieren meetrillen, de slang heeft meerdere eigenfrequenties. De hogere frequenties heten ***boventonen***. De toon van de laagste eigenfrequentie is de ***grondtoon***. (Bij een fluitslang lukt het vaak niet de grondtoon te laten klinken. De zwaaisnelheid die hoort bij de laagste eigenfrequentie is zo klein dat er dan te weinig luchtwervelingen optreden.)



Figuur 55 Een fluitslang

Resonanties in een blaasinstrument

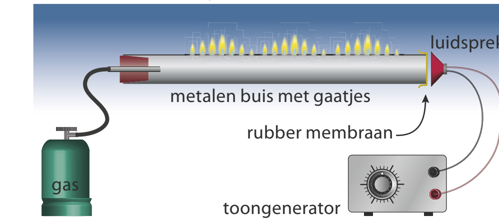
Bij een blaasinstrument wordt de lucht in het instrument in trilling gebracht doordat de muzikant het mondstuk van het instrument aanblaast. Over het algemeen bestaat een blaasinstrument uit een buis met daarin een ***luchtkolom***, die kan resoneren op zijn eigenfrequenties.
In figuur 56A zie je hoe de lucht trilt bij resonantie in een ***open buis***. Bij de uiteinden trilt de lucht met de grootste amplitude. Zo'n plaats heet een ***buik***. In het midden van de buis beweegt de lucht niet. Zo'n plaats heet een ***knoop***.
De luchtkolom in een buis resoneert alleen bij die frequenties van de bron waarbij de golflengte past bij de lengte van de luchtkolom. Want de golven die door de buis lopen kaatsen aan beide uiteinden terug en 'lopen dan door elkaar', waarbij ze elkaar kunnen versterken of verzwakken. Alleen golven met een passende golflengte versterken elkaar. Het resultaat met knopen en buiken heet een ***staande golf***. Dat een blaasinstrument alleen de grondtoon en de boventonen laat klinken, komt dus doordat de golflengte moet passen bij de lengte van de buis. Daardoor gaat bijvoorbeeld ook een fluitslang alleen resoneren bij bepaalde frequenties.
In figuur 56B zie je het bewegingspatroon van de 1^ste^ boventoon van een open buis. Bij de open uiteinden trilt de lucht heen en weer met de grootste amplitude. In het midden van de buis is de amplitude nu ook maximaal. In figuur 56C zie je het bewegingspatroon van lucht bij de 2^de^ boventoon in zo'n open buis.



Figuur 56 Resonanties in een open buis

RUBENS FLAME TUBE

Een mooie manier om staande geluidsgolven in een buis zichtbaar te maken is met de Rubens flame tube. In figuur 57 zie je een tekening en in figuur 58 een foto van de opstelling. Aan het ene einde van de afgesloten buis wordt een brandbaar gas naar binnen gebracht, dat door kleine gaatjes aan de bovenkant van de buis naar buiten komt. Aan het andere einde van de buis is een luidspreker bevestigd die aangesloten is op een toongenerator. Bij de juiste frequenties ontstaan in de buis staande golven. Daardoor komt er op sommige plaatsen meer gas naar buiten en op andere plaatsen minder.



Figuur 57

Figuur 58 Rubens flame tube

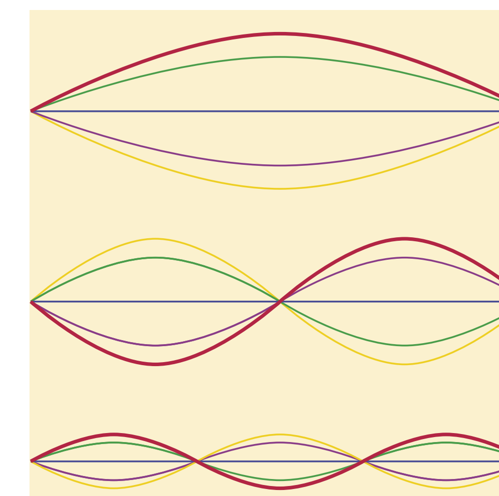
Staande golven met slinky

In lucht zijn golven altijd longitudinaal. Bij een slinky kunnen de lopende en staande golven zowel longitudinaal als transversaal zijn. Het ontstaan van een staande golf in een lange slinky kun je goed zien op een gladde vloer. Zet één uiteinde vast. Als je het andere uiteinde één keer heen en weer beweegt, zie je één golf door de slinky lopen, terugkaatsen, teruglopen, weer terugkaatsen, heengaan, enzovoort: een heen-en-weer lopende golf. Blijf je met een uiteinde heen en weer gaan, dan lopen er voortdurend golven heen en tegelijkertijd ook terug door de slinky. Uiteindelijk ontstaat er dan een staande golf, maar alleen als je in het juiste tempo beweegt. Op die manier kun je de slinky in de grondtoon op-en-neer zien trillen, of in een van de boventonen. Bij een staande golf zie je niet meer dat er golven door de slinky lopen, maar wel het patroon van de knopen en buiken. Staande longitudinale golven kun je maken door het uiteinde van de slinky naar voren en naar achteren te bewegen.

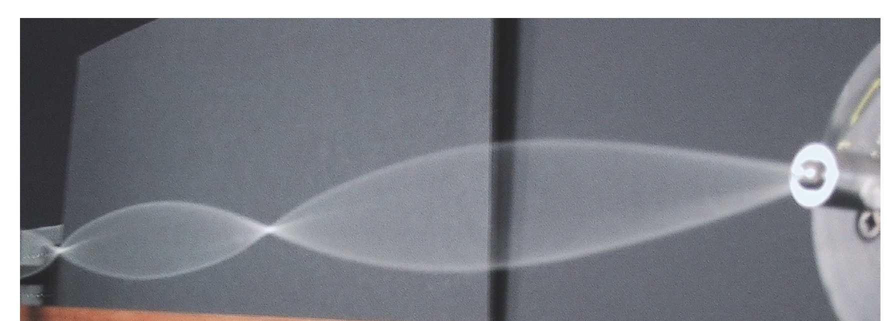
Staande golven in een snaar

Bij een snaarinstrument wordt de snaar vaak aangeslagen, bij een gitaar bijvoorbeeld met een vinger en in een piano met een hamertje. Die aanslag veroorzaakt trillingen die door de snaar heen-en-weer schieten. Er ontstaan staande golven, niet alleen van de grondtoon maar ook van de boventonen.

In figuur 59 zie je een trillende snaar getekend bij de grondtoon en bij twee boventonen. Bij de grondtoon heeft het midden van de snaar de grootste amplitude, dat is een buik. Aan de twee uiteinden van de snaar zitten knopen, doordat de snaar daar vastgeklemd zit. Bij de boventonen zijn er meerdere knopen en buiken. In figuur 60 zie je een staande golf in een koord dat wordt aangedreven door een trillingsbron.



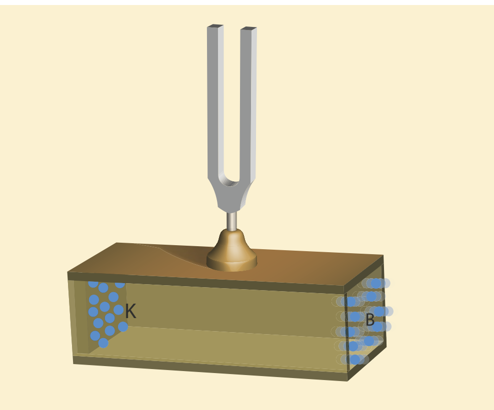
Figuur 59 Grondtoon en boventonen in een snaar



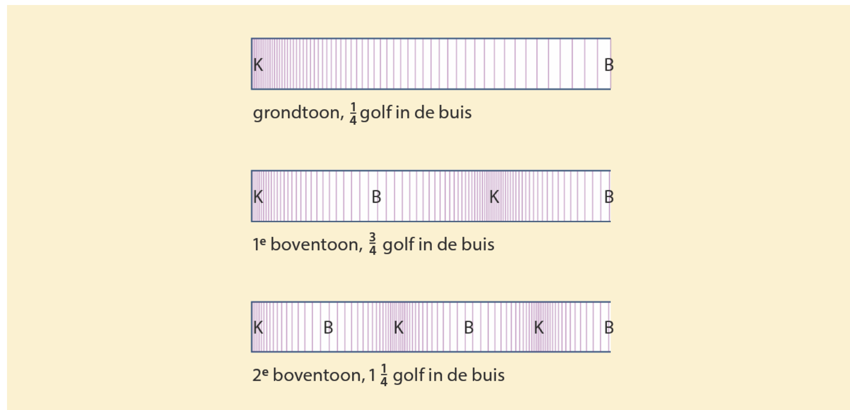
Figuur 60 Staande transversale golven in een koord

Staande golven in een eenzijdig gesloten buis

Is een buis (aan beide uiteinden) open en resoneert de lucht in die buis, dan bevindt zich aan elk uiteinde altijd een buik. De golflengte van de grondtoon van die buis is dus 2 × zo lang als de buis. Maar veel blaasinstrumenten zijn niet te vergelijken met een open buis. Wel met een buis die aan één kant open is en aan de andere kant gesloten, een ***éénzijdig gesloten buis***. Zoals de klankkast van figuur 61. Bij het gesloten einde bevindt zich altijd een knoop en bij het open uiteinde een buik. De golflengte van de resonerende grondtoon van de klankkast is dus 4 × zo lang als de buis.



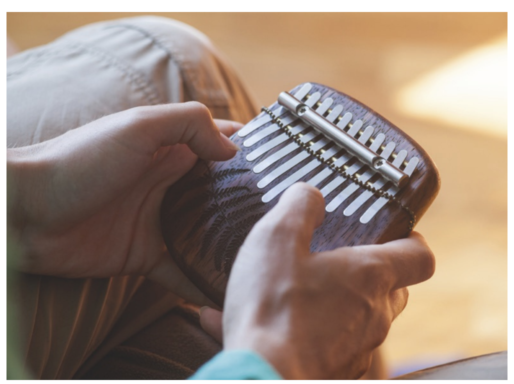
Figuur 61 **In een rechte klankkast bestaat de grondtoon uit een kwart golf.**



Figuur 62 **Knopen en buiken in een aan één kant gesloten buis**

DE VORM VAN DE KLANKKAST

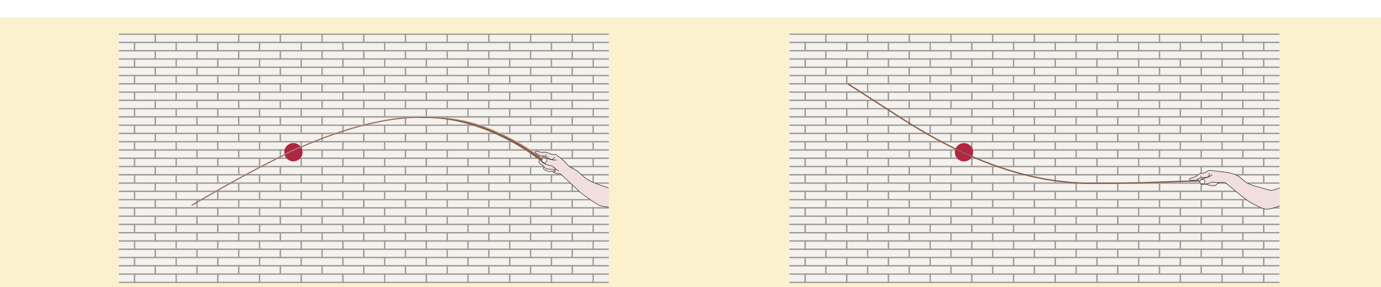
Van een snaarinstrument worden alle verschillende tonen met hun boventonen versterkt door de klankkast. De klankkast is dus zo gebouwd dat zo veel mogelijk tonen en boventonen versterkt worden. Bij violen is de bouw van de klankkast zo belangrijk dat de beste violen zeer veel geld waard zijn.
De klankkast van een stemvork is zeer simpel, een rechthoekige doos. Deze klankkast hoeft slechts één toon te versterken, en dat lukt het best bij een simpele vorm.



Figuur 63 **Vingerpiano**

Staande golven in een latje

Muziekinstrumenten met snaren die maar aan één kant zijn vastgeklemd, bestaan natuurlijk niet. Er zijn wel instrumentjes, bijvoorbeeld een vingerpiano, met eenzijdig ingeklemde metalen staafjes. Hoe zo'n staafje trilt bij de eerste boventoon kun je zien als je een soepele lat aan het uiteinde vasthoudt en in trilling brengt. Zie figuur 64. Bij de rode stip 'zit' een knoop, daar beweegt de lat niet op-en-neer.



Figuur 64 **Door met de juiste frequentie het uiteinde te verdraaien kun je in een soepele lat een staande golf opwekken.**

- Een staande golf kun je opgebouwd denken uit (onzichtbare) heen-en-weer lopende golven met de juiste golflengte.
- De grondtoon bij een open buis heeft aan de uiteinden een buik en in het midden een knoop. De golflengte is dan 2 × zo groot als de lengte van de buis.
- Bij resonantie in een snaar zijn de uiteinden knopen en daartussen zijn er één buik of meerdere knopen en buiken.
- Bij een éénzijdig gesloten buis bevindt zich bij het open einde een buik en bij het gesloten uiteinde een knoop. De golflengte van de grondtoon is dan 4 × zo groot als de lengte van de buis.
- In alle voorgaande gevallen komt er bij elke hogere boventoon telkens een halve golf bij.

46 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- **a** Bij een staande golf in een luchtkolom trillen alle luchtdeeltjes tussen twee knopen tegelijk naar links en naar rechts.
- **b** Bij de grondtoon van een snaar trillen alle deeltjes van de snaar tegelijk heen-en-weer.
- **c** De grondtoon van een fluitslang verandert geleidelijk van hoogte als je de slang sneller ronddraait.
- **d** Een staande golf in een buis laat alleen één van de eigenfrequenties van de lucht in de buis horen
- **e** Een staande golf in een snaar heeft altijd minstens twee knopen.

47 Als je een fluitslang ronddraait kun je bij bepaalde snelheden een toon horen. Bij elke toon trilt de lucht in de fluitslang op een andere manier.
- **a** Waardoor ontstaat de trilling van de lucht in de buis? Wat is de trillingsbron?
- **b** Leg uit waardoor de toonhoogte verspringt naar de volgende frequentie als je de slang sneller gaat rondzwaaien, in plaats van geleidelijk hoger te worden.
- **c** Leg uit waardoor je geen toon hoort bij tussenliggende snelheden.
- **d** Wordt de golflengte van de staande golf in de slang groter of kleiner als je sneller ronddraait? Leg uit.

48 De fluitslang heeft twee open uiteinden (zie figuur 55).
- **a** Schets in een tekening waar de knopen en buiken liggen bij de grondtoon.
- **b** Hoeveel buiken zijn er bij de 1ste boventoon? En bij de 3de boventoon?
- **c** Wanneer is de golflengte gelijk aan de lengte van de buis? Bij de grondtoon, bij de eerste boventoon of bij een andere boventoon?

Als je de fluitslang korter maakt, hoor je andere tonen.
- **d** Zijn de golflengtes dan groter of kleiner geworden? Leg uit.
- **e** Zijn de tonen dan hoger of lager geworden? Leg uit.

49 Met Rubens flame tube (zie figuur 57) kunnen de plaatsen van knopen en buiken in een buis zichtbaar gemaakt worden. De buis heeft twee dichte uiteinden.

a Is er bij een dicht uiteinde een knoop of een buik?
b Leg uit dat alleen bij bepaalde tonen de vlammetjes een golfpatroon laten zien.
c Wanneer zijn er meer golven in de vlammetjes te zien, bij een hoge of bij een lage eigenfrequentie van de buis met gas? Leg uit.

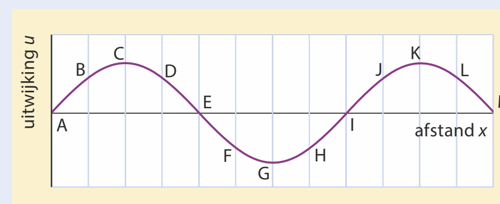
50 Tijdens het bespelen van een blaasinstrument neemt de temperatuur van de luchtkolom in het instrument toe.

a Zoek in Binas op of de geluidssnelheid dan toeneemt of afneemt.
b Leg uit welke invloed dit heeft op de frequenties van de grondtoon en de boventonen.

De muzikant kan het instrument stemmen door het mondstuk te verschuiven.

c Moet het instrument na het inspelen langer of korter gemaakt worden? Leg uit.

Figuur 65 **Een blokfluit bestaat uit drie delen en is door uit- of inschuiven iets langer of korter te maken.**



Figuur 66 **Een staande golf in een koord**

51 **T** In figuur 66 en op het tekenblad zie je een staande golfbeweging in een koord. Punt C bevindt zich op dit moment in de uiterste stand.

a Leg uit dat de punten B, C en D in fase trillen.
b Welke andere punten trillen in fase met B, C en D?
c Welke punten trillen in tegenfase met B, C en D?
d Welke punten zijn de knopen? En welke punten de buiken?
e Is deze trilling de 1^ste^, 2^de^ of 3^de^ boventoon van het koord? Leg uit.
f Teken op het tekenblad de stand van het koord $\frac{1}{8}$ periode later.

52 Bij staande golven in een open buis zijn er knopen en buiken.

a Leg uit of er bij de uiteinden van een open buis een buik of een knoop is.
b Leg uit dat bij de 1^ste^ boventoon in een open buis de lengte van de buis gelijk is aan de golflengte.
c Leg uit of de golflengte bij de 2^de^ boventoon groter of kleiner is dan bij de 1^ste^ boventoon.

53 Een elektrische gitaar heeft geen klankkast nodig, een akoestische gitaar wel.

a Waardoor heeft een akoestische gitaar een klankkast nodig?
b Waarom is de klankkast van een cello veel groter dan de klankkast van een viool?
c Leg uit waardoor een banjo een andere klank heeft dan een gitaar.

54 De grondtoon en de boventonen van een snaar hebben verschillende frequenties.

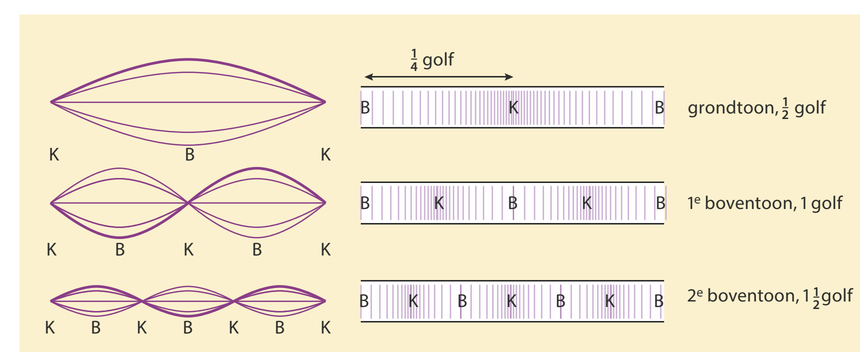
a Leg uit dat de golflengte van de 1^ste^ boventoon 2 × zo klein is als de golflengte van de grondtoon. Gebruik tekeningen.
b Vul aan: De frequentie van de 1^ste^ boventoon is …… als de frequentie van de grondtoon.
c Vul aan: De golflengte van de 2^de^ boventoon is …… als de golflengte van de grondtoon.
d Vul aan: De frequentie van de 2^de^ boventoon is …… als de frequentie van de grondtoon.

Figuur 67 **Banjo, cello en viool**

BEHEERSEN

Knopen en buiken tekenen

Een staande golf in een snaar of een luchtkolom kun je tekenen met behulp van de knopen en buiken. In figuur 68 links zie je de knopen en buiken in een snaar bij de grondtoon en de eerste twee boventonen. Aan de twee uiteinden van de snaar zit steeds een knoop. Bij de grondtoon bestaat de trilling uit een halve golf, bij elke volgende boventoon komt er een halve golf bij. De frequentie van de eerste boventoon is het dubbele van die van de grondtoon.



Figuur 68 **Knopen en buiken in een snaar (links) en in een open buis (rechts)**

In figuur 68 rechts zie je de knopen en buiken in een open buis, bij de grondtoon en de eerste twee boventonen. Bij een open uiteinde zit altijd een buik. De grondtoon bestaat dus ook uit een halve golf en bij elke volgende boventoon komt er ook hier een halve golf bij.

REKENVOORBEELD 1

Een fluitslang heeft een lengte van 90 cm.
Vraag: Bereken de frequentie van de grondtoon en van de 2^de^ boventoon.
Antwoord: Het is een open buis, dus de grondtoon bestaat uit een halve golf. De golflengte is dan 1,80 m. En met de geluidssnelheid van 340 m/s geldt voor de frequentie:
$v = f \cdot \lambda \rightarrow 340 = f \times 1{,}80 \rightarrow f = 1{,}9 \cdot 10^2$ Hz
Bij de 2de boventoon bestaat de trilling uit drie halve golflengtes. Dat geeft:
$1\frac{1}{2}\lambda = 90$ cm $\rightarrow \lambda = 0{,}60$ m $\rightarrow$
$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0{,}60} = 5{,}7 \cdot 10^2$ Hz

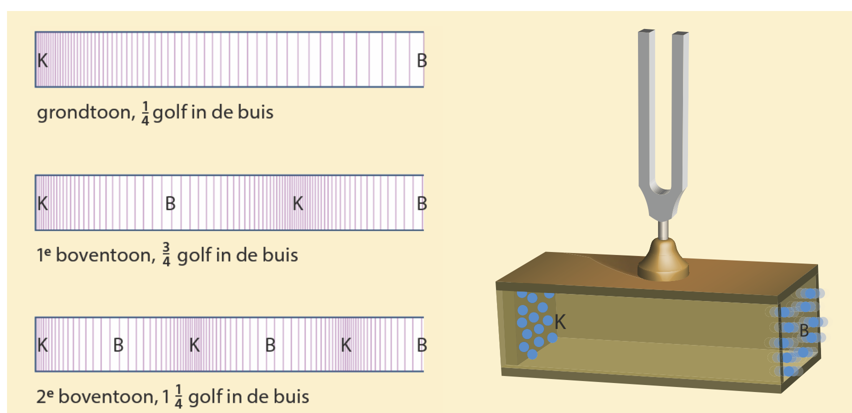
De patronen van de snaar en de open buis zijn bijna gelijk, alleen zijn de knopen en buiken omgewisseld. Bij de grondtoon past er een halve golflengte in de snaar of in de buis. Bij de 1ste boventoon is de lengte van de snaar of de buis gelijk aan 1 golflengte. Bij de 2de boventoon is de lengte van de snaar of de buis gelijk aan $1\frac{1}{2}$ golflengte, enzovoort. In formule:

$$\ell = n \cdot \tfrac{1}{2}\lambda \ (n = 1, 2, 3 \ldots)$$

Hierin is ℓ de lengte van de snaar of de open buis (in m), n het nummer van de toon (waarbij $n = 1$ bij de grondtoon, $n = 2$ bij de 1ste boventoon, $n = 3$ bij de 2de boventoon enzovoort) en λ de golflengte (in m).

In figuur 69 zie je een klankkast die aan één zijde open is, een éénzijdig gesloten buis. Bij resonantie beweegt de lucht in deze eenzijdig gesloten buis als een longitudinale staande golf. Bij het dichte uiteinde kunnen de luchtdeeltjes niet vooruit of achteruit, daar zit een knoop. En bij het open uiteinde bevindt zich een buik. De grondtoon bestaat dus uit een kwart golf. Ook hier komt er bij elke boventoon een halve golf bij.

De frequentie van de 1ste boventoon van een éénzijdig gesloten buis is dus niet 2 × zo hoog maar 3 × zo hoog als de grondtoon, omdat de golflengte 3 × zo klein is. En de 2de boventoon is 5 × zo hoog als de grondtoon.



Figuur 69 In een aan één kant gesloten buis bestaat de grondtoon uit een kwart golf.

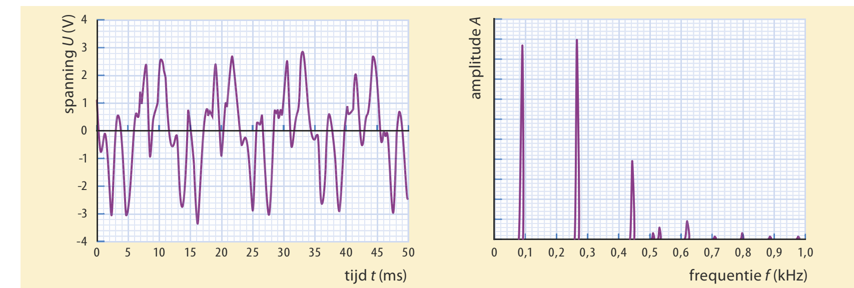
Voor de n^{de} boventoon van een ***eenzijdig gesloten buis*** geldt dus de formule:

$$\ell = (2n - 1) \cdot \tfrac{1}{4}\lambda \ \ (n = 1, 2, 3 \ldots)$$

Hierin is ℓ de lengte van de eenzijdig gesloten buis (in m), n het nummer van de toon en λ de golflengte (in m).

Frequentiespectrum

Eenzelfde noot, dat wil zeggen met dezelfde frequentie van de grondtoon, klinkt toch verschillend als hij gespeeld wordt op verschillende muziekinstrumenten. Het zijn de boventonen die het verschil maken. Welke boventonen meeklinken en hoe luid, zie je in een diagram van de amplitude tegen de frequentie, een *frequentiespectrum*. Uit een geregistreerd oscillogram kan een computerprogramma, bijvoorbeeld *Signaalanalyse* van Coach, zo'n frequentiespectrum berekenen. Zie figuur 70. Je ziet dan welke frequenties in het signaal voorkomen en hoe groot de amplitudes zijn van die verschillende boventonen.



Figuur 70 Oscillogram en frequentiespectrum van een toon van een muziekinstrument

55 De paragraafvraag is: Wat zijn staande golven en welke eigenschappen hebben ze? Wat is het antwoord op deze vraag?

56 De frequentie van de grondtoon van een snaar is 110 Hz. De golfsnelheid in de snaar is 220 m/s.
- **a** Bereken de golflengte.
- **b** Bereken de lengte van de snaar.
- **c** Leg uit dat de 1ste boventoon een frequentie van 220 Hz heeft.
- **d** Hoe groot zijn de frequenties van de 2de en 3de boventoon.

57 Bij een gitaarsnaar wordt de toon hoger door de snaar ergens vast te drukken met een vinger.
- **a** Leg met behulp van een formule uit dat de frequentie (van de grondtoon) omgekeerd evenredig is met de lengte van de snaar.
- **b** Geldt ook voor een trombone dat de toon hoger wordt als het instrument wordt ingeschoven? Is de frequentie van de grondtoon omgekeerd evenredig met de lengte van de luchtkolom in het instrument?

Als je een gitaarsnaar strakker spant, wordt de toon hoger.
- **c** Wat verandert dan, de golfsnelheid of de golflengte? Wordt die groter of kleiner?

58 De laagste toon die je met een fluitslang met een lengte van 92 cm, kunt maken door de slang rond te zwaaien blijkt 370 Hz te zijn.
- **a** Leg uit of laat zien dat deze toon niet de grondtoon van de fluitslang is maar de 1ste boventoon.
- **b** Hoe groot is de frequentie van de grondtoon? En van de 2de boventoon?.
- **c** Vul aan: Bij de 2de boventoon is de golflengte …… keer zo *klein* / *groot* en de frequentie …… keer zo *klein* / *groot* als bij de grondtoon.

REKENVOORBEELD 2

Een luchtkolom in een eenzijdig gesloten buis van 56 cm resoneert bij 440 Hz.
Vraag 1: Is dit de grondtoon of een boventoon?
Antwoord 1: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} = 0{,}77$ m. In de buis past ongeveer $\frac{1}{4}$ golf als de luchtkolom in de grondtoon resoneert. Dus als die luchtkolom ongeveer $\frac{1}{4} \times 77 = 19$ cm lang is. De buis is echter veel langer. Als de lucht in de buis in de 1ste boventoon resoneert past er ongeveer $\frac{3}{4}$ golf in. Dan is de luchtkolom ongeveer $\frac{3}{4} \times 77 = 58$ cm lang en dat klopt wel. De lucht in de buis resoneert dus in de 1ste boventoon.
Vraag 2: Bepaal de plaats van de buiken van de luchtkolom.
Antwoord 2: Er zijn dan dus buiken op $\frac{1}{4}\lambda$ en $\frac{3}{4}\lambda$ vanaf het gesloten uiteinde. Dus op $\frac{1}{4} \times 77 = 19$ cm en op $\frac{3}{4} \times 77 = 58$ cm. De laatste buik ligt dus ongeveer 2,0 cm buiten de buis.

REKENVOORBEELD 3

In figuur 70 zie je links een gedeelte van een oscillogram van een lage noot, gespeeld op een blaasinstrument. Rechts staat het frequentiespectrum.
Vraag: Waaraan zie je dat het om een aan één kant gesloten buis gaat?
Antwoord: De grondtoon heeft een frequentie van ongeveer 90 Hz en de eerste boventoon heeft een frequentie van ongeveer 0,27 kHz. De frequentie van de eerste boventoon is dus 3 × zo groot als de frequentie van de grondtoon. Dat betekent dat de golflengte van de eerste boventoon 3 x zo kort is als de golflengte van de grondtoon en daaraan zie je dat het om een aan één kant gesloten buis gaat.

59 De 2de boventoon van een snaar heeft een frequentie van 500 Hz. De lengte van de snaar is 1,2 m.

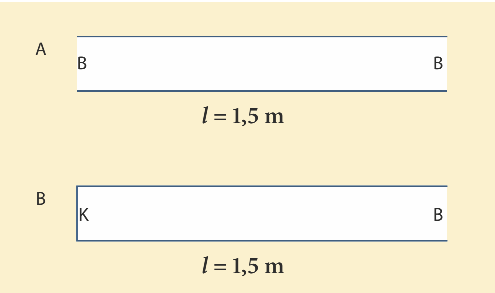
- **a** Teken de knopen en buiken van de snaar bij de grondtoon en bij de 2de boventoon.
- **b** Laat zien dat de golflengte van de 2de boventoon 80 cm is.
- **c** Bereken de golfsnelheid in de snaar.
- **d** Bereken de frequentie van de grondtoon en van de 1ste boventoon.

60 Leg uit welke beweringen waar zijn.

- **A** Bij de 2de boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de lengte van de buis gelijk aan $\frac{3}{4}\lambda$.
- **B** Bij de 2de boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de lengte van de buis gelijk aan $1\frac{1}{4}\lambda$.
- **C** Bij de 2de boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de frequentie 3 × zo hoog als de grondtoon.
- **D** Bij de 2de boventoon in een eenzijdig gesloten buis is de frequentie 2 × zo hoog als de grondtoon.

61 In figuur 71A zie je een open buis. De geluidssnelheid is 340 m/s.

- **a** Leg uit dat bij deze buis de golflengte van de grondtoon 3,0 m is.
- **b** Bereken de frequentie van de grondtoon van deze buis.
- **c** Bereken de frequentie van de 1ste en de 2de boventoon.



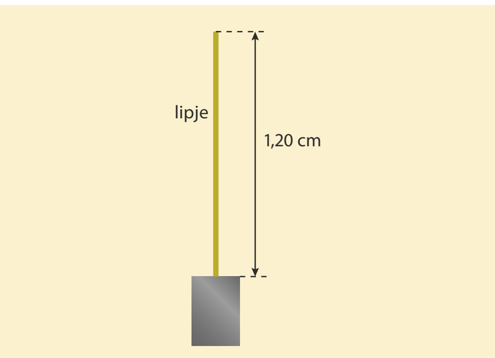
Figuur 71 Twee luchtkolommen

62 In figuur 71B zie je een eenzijdig gesloten buis. De geluidssnelheid is 340 m/s.

- **a** Bereken bij deze buis de golflengte van de grondtoon.
- **b** Bereken de frequentie van de grondtoon van deze buis.
- **c** Bereken de frequentie van de 1ste en de 2de boventoon.

63 Een mondharmonica heeft achter elk gaatje een metalen lipje dat aan één kant vast zit. Als een speler lucht door een gaatje blaast, trilt het lipje in de grondtoon. Als het lipje van figuur 72 in de grondtoon trilt, geeft het een toon van 392 Hz. Behalve de grondtoon laat het lipje ook de eerste boventoon horen.

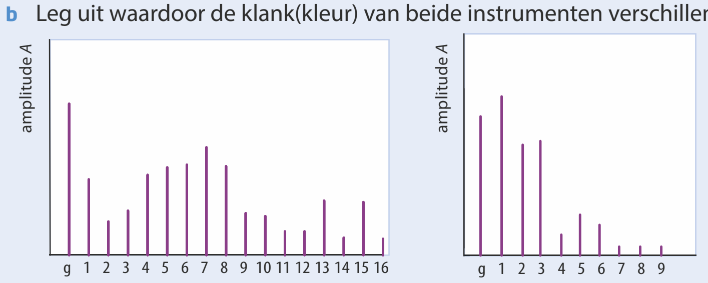
- **a** Neem de figuur over. Teken de posities van de knopen en buiken in het lipje bij de grondtoon en bij de eerste boventoon.
- **b** Bereken de golfsnelheid in het metalen lipje.
- **c** Bereken de frequentie van de 1ste boventoon.



Figuur 72 Metalen lipje van een mondharmonica

64 In figuur 73 zie je het frequentiespectrum van een toon die een viool en een piano laten klinken. De frequentie van de grondtoon g is gelijk.

- **a** Leg uit of op beide instrumenten dezelfde muzieknoot gespeeld wordt.
- **b** Leg uit waardoor de klank(kleur) van beide instrumenten verschillend is.



Figuur 73 Het frequentiespectrum van een viool (links) en een piano (rechts)

65 Mauro onderzoekt de toonvorming van een sopraansaxofoon. Zie figuur 74. Bij het open uiteinde zal wel een buik zijn, maar hoe zit het bij het mondstuk? Is dat een gesloten uiteinde of toch niet (helemaal)? Hij overweegt twee mogelijkheden:

A Een sopraansaxofoon is een eenzijdig gesloten buis.
B Een sopraansaxofoon is een open buis.

Om deze mogelijkheden te onderzoeken registreert hij de toon met alle kleppen dicht. Zie figuur 75. De sopraansaxofoon is 66 cm lang.

- **a** Toon aan dat geen van beide hypotheses bevestigd wordt door de gegevens van figuur 75 in combinatie met de lengte van de sopraansax.

Om nog op een andere manier de mogelijkheden te testen, kijkt Mauro naar de boventonen. In figuur 76 zijn de frequenties van een toon van de saxofoon weergegeven.

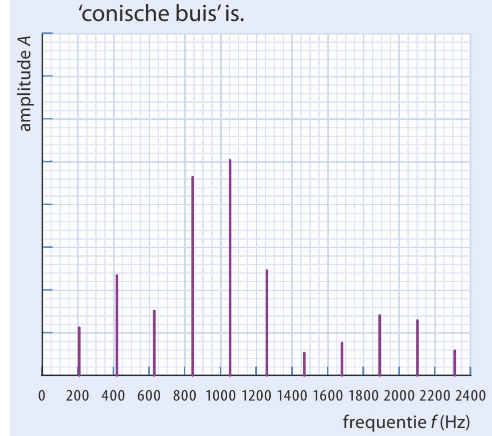
- **b** Leg aan de hand van figuur 76 uit dat mogelijkheid B het meest gesteund wordt.

Het lijkt erop dat mogelijkheid B klopt, maar de grondfrequentie klopt niet. Daarom gaat Mauro verder zoeken en vindt een theorie die zegt dat een saxofoon een conische buis heeft. Dat wil zeggen dat de buis een deel van een kegel is. Zie figuur 77. Deze figuur is op schaal. Voor de grondtoon van een conische buis geldt:

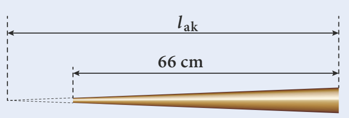
$\lambda = 2 \cdot l_{ak}$

Hierin is λ de golflengte van de grondtoon (in m) en l_{ak} de akoestische lengte van de conische buis (in m). Deze akoestische lengte kan verkregen worden door de lengte van de buis te bepalen tot het denkbeeldige punt waar de diameter van de buis gelijk is aan nul.

- **c** Laat zien of uit metingen van figuur 77 blijkt dat een sopraansaxofoon een 'conische buis' is.

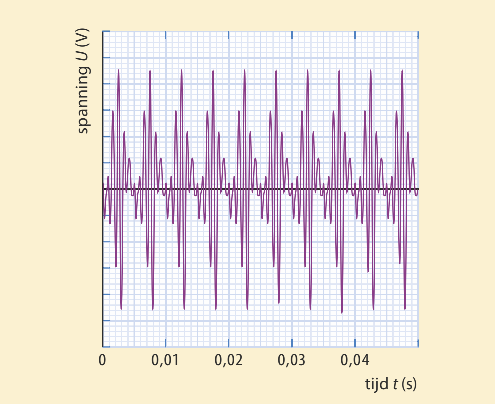


Figuur 76 Frequentieverdeling van een toon van een saxofoon



Figuur 77 Een conische buis

Figuur 74 Sopraansaxofoon



Figuur 75 Registratie van de sopraansaxofoon

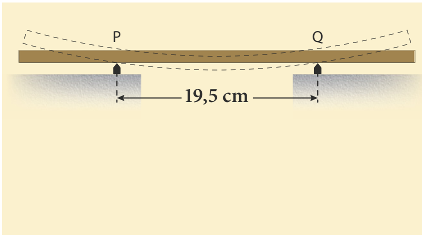
Figuur 78 Xylofoon

66 Een xylofoon bestaat uit een metalen frame waarop hardhouten klankstaven liggen. De klankstaven brengen een toon voort als je er met een xylofoonstok op slaat. Onder de klankstaven hangen resonantiebuizen die het geluid versterken. Zie figuur 78. Eén van de klankstaven steunt op de plaatsen P en Q op het frame. Zie figuur 79.
Wanneer de klankstaaf in het midden wordt aangeslagen, ontstaat in de staaf een staande transversale golf met knopen in de punten P en Q. De lengte PQ is 19,5 cm. Deze klankstaaf brengt bij kamertemperatuur een toon voort met een frequentie van 440 Hz.

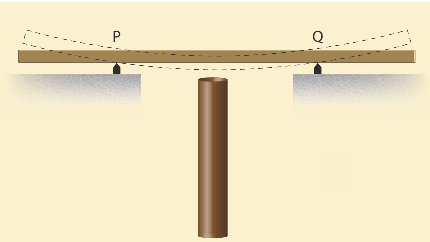
a Bereken de voortplantingssnelheid van de transversale golven in deze staaf.

De resonantiebuizen die onder de klankstaven hangen, zijn aan de bovenkant open en aan de onderkant gesloten. Zie figuur 80. Na het aanslaan van een klankstaaf ontstaat in de lucht van de bijbehorende resonantiebuis een staande longitudinale golf met 1,3 cm boven de buis een buik. De frequentie van de grondtoon van de resonantiebuis is gelijk aan de frequentie van de klankstaaf. De temperatuur is 20 °C.

b Bereken de lengte van de resonantiebuis die onder de klankstaaf van 440 Hz hangt.



Figuur 79 Een klankstaaf



Figuur 80 De resonantiebuis

Oefenen B
Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 7.2 t/m 7.4 begrepen hebt.

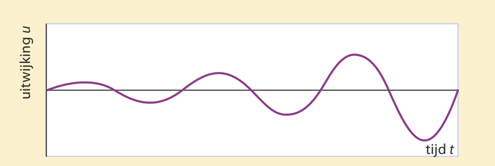
7.5 Verdieping

Resonantie en demping

Als op een trillend voorwerp steeds op het juiste moment een kracht in de juiste richting wordt uitgeoefend, neemt de amplitude van de trilling toe. Er is dan sprake van *resonantie*. Een voorbeeld is een slinger of een massa-veersysteem waarbij het trillende voorwerp steeds in de evenwichtsstand van buitenaf een duw in de bewegingsrichting krijgt. Een ander voorbeeld is het optreden van resonantie bij twee stemvorken met dezelfde eigenfrequenties: als de ene stemvork is aangeslagen, gaat de tweede stemvork meetrillen.

Bij resonantie kan de trillingsenergie snel toenemen, maar alleen als er voortdurend van buitenaf energie wordt toegevoerd. Meestal is er wrijving waardoor trillingsenergie ook verloren gaat, dat heet *demping*. Bij een trillend systeem met demping neemt de amplitude niet verder meer toe wanneer per periode het verlies van energie door demping even groot is geworden als de toegevoerde energie.

Als het toegevoerde vermogen groot is en de demping klein, kan een trillend systeem door resonantie zelfs kapot gaan. Het kristallen wijnglas van figuur 82 is met een toongenerator en luidspreker kapot getrild. Dat is gelukt met voldoende vermogen uit de luidspreker en met precies de eigenfrequentie van het wijnglas.

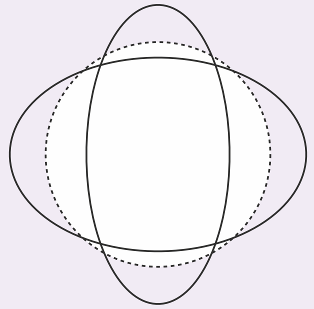


Figuur 81 Het u,t-diagram van een resonerende trilling zonder demping

Figuur 82 Door resonantie geknapt

WIJNGLASORGEL

Een wijnglas kan trillen als een soort stemvork. De bovenrand vervormt dan van ovaal via cirkel naar ovaal en weer terug (zie figuur 83a). Door met een natte vinger over de rand van een wijnglas te wrijven, kun je het laten klinken. De trillende wand van het glas brengt dan het geluid voort. De eigenfrequentie hangt af van de grootte van het glas, de dikte van het glas en het soort glas. Met een hele reeks wijnglazen met de juiste eigenfrequenties kun je zo een compleet orgel maken (zie figuur 83b).



Figuur 83a Bovenaanzicht van een zingend wijnglas, overdreven getekend.

Figuur 83b Op de vlooienmarkt in Madrid wordt een liedje gespeeld op een wijnglasorgel.

67 Om een wijnglas te laten knappen met behulp van een toongenerator en een luidspreker moet de luidspreker vanaf de zijkant op het glas gericht worden. Leg uit dat er op die manier 'steeds op het juiste moment een kracht in de juiste richting' kan worden uitgeoefend.

Experiment 11: Interferentiepatronen bij watergolven

68 Bij het stemmen van een piano kan de pianostemmer een stemvork gebruiken. Bijvoorbeeld de stemvork van 440 Hz voor het stemmen van de a_1-snaar. Hij kan daarbij twee verschillende methoden toepassen:

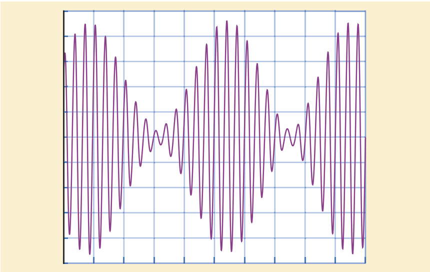
A Resonantie: de pianostemmer houdt de stemvork bij zijn oor, slaat de pianosnaar aan en dempt hem dan meteen weer.

B Zweving: de pianostemmer slaat de stemvork aan, houdt hem bij zijn oor en slaat ook de pianosnaar aan.

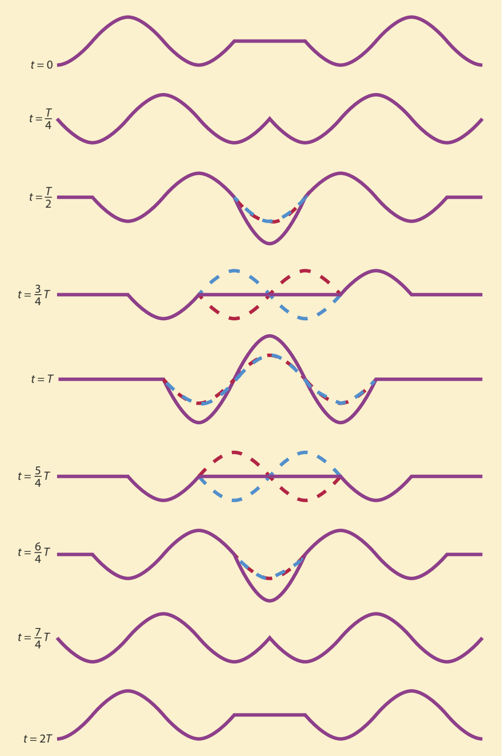
a Leg uit wat de pianostemmer hoort bij methode A en leg uit hoe hij met behulp van resonantie de snaar kan stemmen.

b Leg uit wat de pianostemmer hoort bij methode B en hoe hij met behulp van zwevingen de snaar kan stemmen.

Figuur 84 Een piano stemmen



Figuur 85 Een oscillogram van een zweving is een interferentiepatroon in de tijd.



Figuur 86 De uiteinden van het koord hebben allebei $1\frac{1}{2}$ trilling op en neer uitgevoerd. Waar beide lopende golven 'door elkaar lopen', is de uitwijking van het koord de wiskundige som van de uitwijkingen van beide niet waar te nemen lopende golven.

Interferentie

Zweving van geluid ontstaat doordat er bij je oor (of bij een microfoon) geluidsgolven aankomen vanuit twee bronnen die een klein beetje verschillen in frequentie. Daardoor varieert het faseverschil tussen de aankomende golven langzaam in de tijd. Als de golven van de twee geluidsbronnen in fase bij je oor aankomen is de resulterende uitwijking maximaal en hoor je een harder geluid. Komen de twee verschillende geluidsgolven in tegenfase aan, dan is de uitwijking minimaal en hoor je een zwakker geluid. De uitwijking bij de ontvanger is de wiskundige som van de (denkbeeldige) uitwijkingen van beide niet meer waar te nemen golven. Dit wordt het *superpositiebeginsel* genoemd en de samenwerking van verschillende golven heet *interferentie*.

Ook staande golven in een koord, snaar of luchtkolom ontstaan door de interferentie van heen-en-weer gaande lopende golven. Een staande golf kun je beschrijven met het superpositiebeginsel. Je ziet niets 'lopen', het is een puur wiskundige beschrijving van de werkelijkheid, die berekeningen mogelijk maakt. Zie ook figuur 86.

Een interferentiepatroon kun je eveneens zien bij watergolven van twee bronnen die simultaan trillen. De golven lopen door elkaar, en op sommige plekken zie je knopen ontstaan, waar het water bijna niet trilt. Op andere plekken ontstaan buiken, waar de golven maximaal zijn. Er ontstaat dan een *interferentiepatroon* van 'buiklijnen' en 'knooplijnen'. Waar de afstand tot de ene bron $\frac{1}{2}\lambda$ groter is dan tot de andere bron (of $1\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda$, enzovoort), komen de golven altijd uit fase aan en werken elkaar dus voortdurend maximaal tegen. Is op een bepaald punt de afstand tot de ene bron precies gelijk aan die tot de andere bron of precies een geheel aantal keren de golflengte groter, dan versterken de aankomende golven elkaar daar voortdurend. Twee dobbers die precies gelijk trillen op een wateroppervlak, maken zo'n interferentiepatroon zichtbaar. Zie figuur 87.

69 Interferentie treedt op waar golven door elkaar heen lopen. De golven kunnen elkaar dan versterken, als ze in fase in een punt aankomen of verzwakken als ze in tegenfase aankomen.

a Leg uit waar en gedurende hoeveel tijd er in figuur 86 knopen zijn.

b Leg uit dat zweving ook een vorm van interferentie is.

In figuur 87 zie je het interferentiepatroon dat ontstaat bij twee identiek trillende dobbers. In deze figuur zie je een aantal knooplijnen.

c Waaraan kun je in figuur 87 een knooplijn herkennen?

d Komen de golven op een knooplijn in fase of in tegenfase aan?

70 In figuur 88 zie je het interferentiepatroon van twee speakers die op dezelfde bron zijn aangesloten.

a Leg uit dat op de plek van het oor (midden tussen de speakers) de golven elkaar voortdurend versterken.

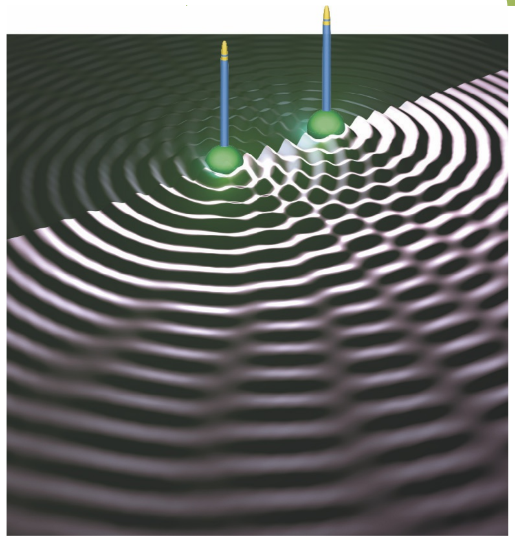
Bij de bovenkant van het oor zie je in de figuur een knooplijn.

b Leg uit waardoor de golven op deze knooplijn in tegenfase aankomen.

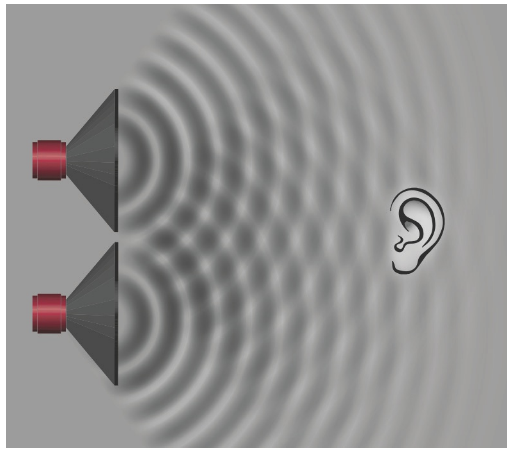
c Hoe groot is het faseverschil tussen de aankomende golven op deze knooplijn?

Boven deze knooplijn zie je nog twee knooplijnen.

d Hoe groot is het faseverschil tussen de aankomende golven op deze deze knooplijnen?



Figuur 87 Interferentiepatroon bij watergolven en twee identiek trillende dobbers



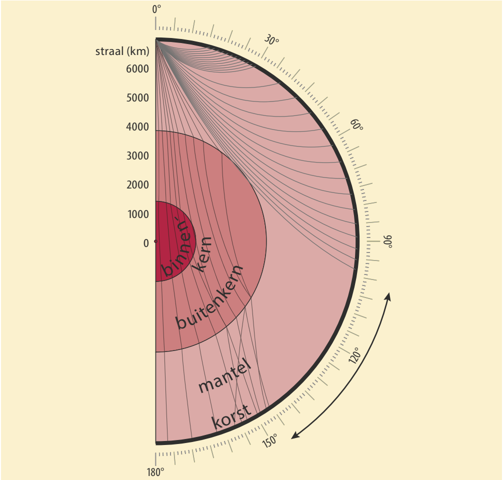
Figuur 88 Interferentiepatroon in de ruimte bij geluidsgolven

Aardbevingsgolven

Golven door een koord planten zich ééndimensionaal voort (langs een lijn), zeegolven tweedimensionaal (over een vlak), maar aardbevingsgolven kunnen zich driedimensionaal voortplanten (door een ruimte). Bij een aardbeving wordt gesteente met een schok in trilling gebracht, waardoor er zich vanuit dat centrum bolvormige golven verspreiden in de aarde. En ook oppervlaktegolven langs het aardoppervlak.

Golven door de aarde zijn er in twee soorten: transversaal en longitudinaal, elk met een eigen snelheid. De aardbevingsgolven die het eerste aankomen, de *P-golven* (van primair), zijn longitudinaal. De aardbevingsgolven die iets later aankomen, de *S-golven* (van secundair), zijn transversaal. Transversale golven kunnen zich alleen voortplanten in een vaste stof of aan het oppervlak van een vloeistof. Voor longitudinale golven geldt deze beperking niet: deze golven kunnen zich voortplanten in een vaste stof, in een vloeistof en in een gas.

Doordat in de aarde de golfsnelheid toeneemt met de diepte, lopen aardbevingsgolven langs gekromde lijnen. Op een waarnemingsstation registreert een seismograaf de aankomst van de golven. Uit een grote verzameling van zulke registraties is het kern/mantel-model van de aarde afgeleid. Zie figuur 89. In dit model is de aarde verdeeld in een kern, een mantel en een heel dunne korst. De binnenkern bestaat uit vaste metalen, de buitenkern uit vloeibare metalen en de mantel uit vast gesteente. De (longitudinale) P-golven planten zich voort door de vaste mantel, de vloeibare kern en de vaste kern. De (transversale) S-golven kunnen zich alleen door de vaste mantel voortplanten. Daardoor ontstaat 'achter' de kern een 'schaduwzone' voor S-golven. Waarnemingsstations aan de andere kant van de aarde registreren dan alleen P-golven. Uit de hoek van de schaduwzone voor S-golven kan de diameter van de vloeibare aardkern worden bepaald.



Figuur 89 Model van de aarde met golfstralen van een beving

71 Op heel veel plaatsen op aarde worden in seismografische stations aardbevingen geregistreerd. In het diagram van figuur 90 is voor een groot aantal stations de looptijd weergegeven van de golven na een aardbeving. De plaats van een waarnemingsstation W is in het diagram weergegeven in de vorm van een hoek α ten opzichte van de plaats A van de aardbeving, zoals weergegeven in figuur 91.

a Bepaal uit figuur 91 de afstand (ongeveer) die de golven door de aarde afleggen naar een station op 90°. Leg uit hoe je dat doet.

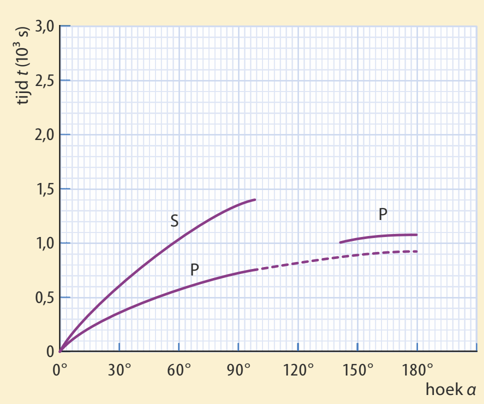
b Bepaal nu met behulp van het diagram van figuur 90 de gemiddelde golfsnelheid van de P-golven en de S-golven in de mantel van de aarde.

c Leg uit dat een verwoestende aardbeving op de Filippijnen niet werd opgemerkt in Lissabon, maar wel in Paramaribo.

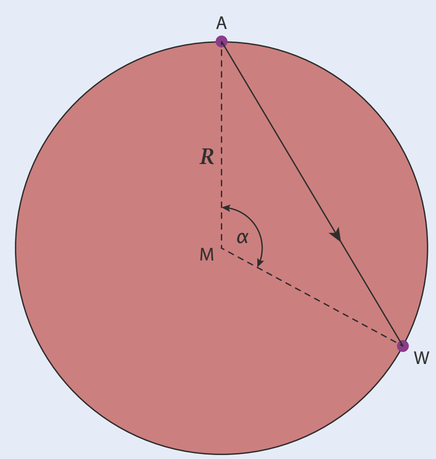
d Laat zien dat een verwoestende aardbeving in Nieuw-Zeeland 18 minuten later geregistreerd werd in Lissabon.

Uit het diagram van figuur 90 blijkt dat er geen S-golven aankomen op waarnemingsstations waarvoor hoek α groter is dan 103°.

e Leg in eigen woorden uit dat dit een sterke aanwijzing is dat de buitenkern van de aarde vloeibaar is.



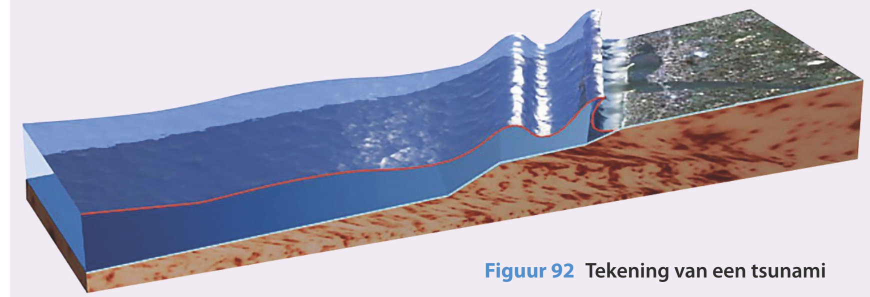
Figuur 90 Looptijd *t* van P- en S-golven



Figuur 91 Positie van het epicentrum (A) en de waarnemer

TSUNAMI

Een tsunami ontstaat bij een zeebeving. Ergens op aarde gaat dan een stuk van de oceaanbodem op en neer. Dit veroorzaakt golven die op de open oceaan slechts enkele decimeters hoog zijn, maar een golflengte kunnen hebben van honderden kilometers. De golfsnelheid is zo groot dat een tsunami een hele oceaan in enkele uren kan oversteken. Dichtbij de kust worden de golven minder lang en hoger. Uiteindelijk stroomt een tsunami als een enorme vloedgolf over het land. Bij een tsunami kan ook een golfdal voorop gaan. Dan begint de zee zich eerst terug te trekken, waarna binnen een kwartier tot een halfuur de verwoestende vloedgolf volgt.



Figuur 92 Tekening van een tsunami

72 De bron van een tsunami is een zeebeving. Op de oceaan hebben tsunami's een golflengte van enkele honderden kilometers. De golfsnelheid op de oceaan is ongeveer 1000 km/h.

a Maak een schatting van de frequentie van een tsunami.

b Leg uit waardoor de golflengte kleiner wordt als de golven het land naderen.

In veel gevallen zakt de bodem bij een zeebeving eerst naar beneden.

c Leg uit waardoor de zee zich bij een tsunami soms eerst terugtrekt.

d Leg uit waardoor de vloedgolf bij een tsunami vele meters hoog kan zijn.

7.6 Afsluiting

Begrippenkaart
Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden
Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting
Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets
Test je kennis over dit hoofdstuk.

Keuzeonderwerpen
1 Frequentieanalyse van een muziekinstrument
2 Frequentieanalyse en stemherkenning
3 Dopplerradar
4 Piano stemmen

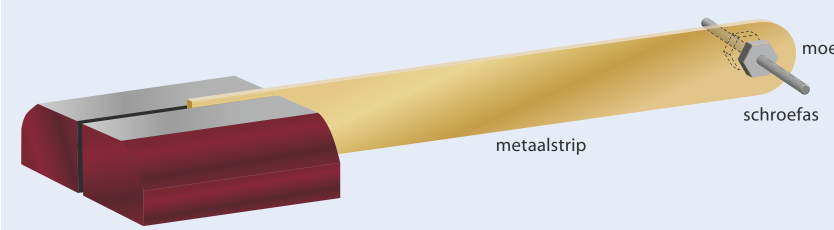
HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

73 De hoofdstukvraag is: Wat heeft geluid te maken met trillingen en golven? En hoe wordt informatie overgebracht? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.

74 Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:
- **a** Wanneer is een trilling een zuivere toon?
- **b** Waarin verschilt een samengestelde trilling van een harmonische trilling?
- **c** Welke grootheden bepalen de frequentie van een trillend massa-veersysteem?
- **d** Welke grootheden bepalen de toonhoogte van een snaar?
- **e** Wat bepaalt de toonhoogte van een blaasinstrument?
- **f** Wanneer treedt resonantie op?
- **g** Wat versta je onder de (gereduceerde) fase bij een harmonische trilling?
- **h** Welke formule geldt voor de trillingstijd van een massa-veersysteem?
- **i** Hoe plant geluid zich voort door een stof?
- **j** Wat is de golflengte van een golf?
- **k** Omschrijf het verschil tussen een transversale en een longitudinale golf.
- **l** Welke formule beschrijft het verband tussen het faseverschil, de afstand tussen twee punten en de golflengte van een golf?
- **m** Waardoor ontstaat de klankkleur van een muziekinstrument?
- **n** Waar liggen knopen en buiken bij de grondtoon
  - in een snaar?
  - in een open buis?
  - in een eenzijdig gesloten buis?

EINDOPGAVEN

75 Een metalen strip is aan één uiteinde ingeklemd. Aan het vrije uiteinde van de strip wordt nu een as met schroefdraad bevestigd, zoals in figuur 93. De strip wordt in trilling gebracht door het vrije uiteinde een zetje te geven. De trillende massa van strip plus schroefas is 15 g.
Op de schroefas worden vervolgens metalen ringen vastgeschroefd. Daardoor verandert de trillingstijd T van het systeem. De meetresultaten van de massa van de ringen m_r en de periode T staan in de tabel van figuur 94.



Figuur 93 Bladveer

m_r (g)	T (s)
0	0,30
20	0,44
40	0,55
60	0,65
80	0,73

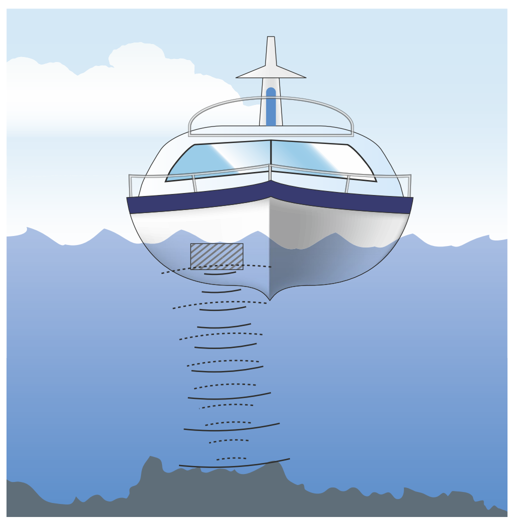
Figuur 94

- **a** Bereken aan de hand van de eerste meting (zonder ringen) de veerconstante van dit massa-veersysteem.

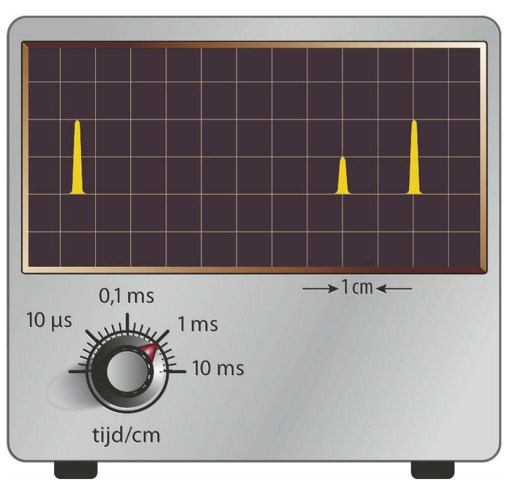
Bij drie ringen is de totale trillende massa 5 × zo groot als zonder ringen, maar de trillingstijd is niet 5 × zo groot geworden.
- **b** Bereken met welke factor de trillingstijd is toegenomen.
- **c** Leg uit dat die factor in overeenstemming is met de theorie.

Om het verband tussen de trillingstijd en de totale massa te onderzoeken wordt coördinatentransformatie toegepast. Langs de verticale as wordt de trillingstijd T uitgezet.
- **d** Welke grootheid moet dan langs de horizontale as worden uitgezet? Leg uit.

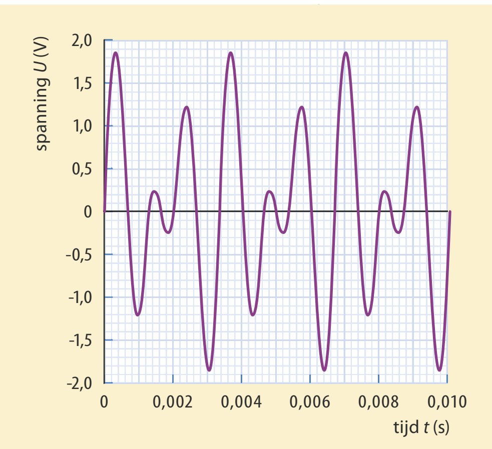
76 Sonar wordt gebruikt voor het bepalen van de diepte van de zeebodem, het opsporen van scholen vis, onderzeeboten, enzovoort. Het systeem werkt met geluidspulsen die onder water worden uitgezonden. Het geluid wordt teruggekaatst door voorwerpen onder water of door de zeebodem. Het teruggekaatste geluid, de echo, wordt opgevangen met een onderwatermicrofoon.
In de situatie van figuur 95 wordt de diepte van de zeebodem bepaald met een sonarinstallatie vanaf een boot. Op het computerscherm (figuur 96) zie je twee uitgezonden geluidspulsen en een ontvangen echo.
- **a** Leg uit waardoor amplitude van de puls van de echo kleiner is dan van de uitgezonden puls .
- **b** Bepaal de diepte van de zeebodem bij de meting van figuur 96.
- **c** Wat is de maximale diepte die met de instelling van de sonarinstallatie van figuur 96 bepaald kan worden?
- **d** Wat moet er aan de instelling van de sonarinstallatie veranderd worden om tot op grotere diepte te kunnen meten?



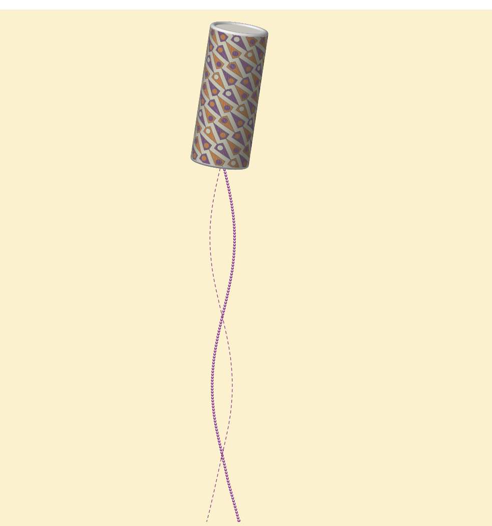
Figuur 95 Dieptemeting met sonar



Figuur 96 Schermbeeld van sonarmeting



Figuur 97 Oscillogram van de springdrum



Figuur 98 Uiterste standen tijdens het schudden van de springdrum

77 Een ‘springdrum’ is een muziekinstrument bestaande uit drie delen: een holle koker, een vel en een lange spiraalveer. Door de koker met de hand te schudden geeft de springdrum geluid. Sandra wil graag meer te weten komen over de werking van de springdrum en start haar onderzoek door het geluid van het instrument vast te leggen met een microfoon en een computer. Dit levert het oscillogram van figuur 97 op. Daaruit volgt dat de grondfrequentie van dit geluid $3{,}0 \cdot 10^2$ Hz is.

a Toon dat aan.

Sandra ziet dat tijdens het schudden van de springdrum een transversale staande golf ontstaat in de spiraalveer. Zie figuur 98. De veer heeft een massa van 15 g, is 46 cm lang en heeft een veerconstante van 128 N/m. In de tekening zijn de uiterste standen van de veer schematisch weergegeven. De snelheid van de transversale golf in de veer bedraagt 2,0 $m \cdot s^{-1}$. Haar hypothese is nu dat de trilfrequentie van de veer gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid dat de springdrum voortbrengt.

b Maak met behulp van figuur 98 een schatting van de golflengte in de veer en toon daarmee aan dat de hypothese van Sandra onjuist is.

Het blijkt dus dat de schudfrequentie (die de veer in trilling brengt) niet gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid. Sandra bedenkt dat er tijdens het schudden van de koker ook een longitudinale golf in de veer ontstaat. Ze denkt dat deze longitudinale golf het vel van de drum in trilling brengt.

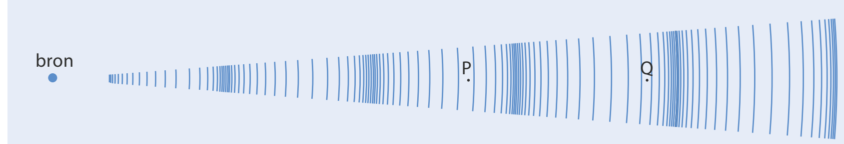
c Geef een argument waarom het logischer is dat een longitudinale golf in de veer het vel in trilling brengt dan een transversale golf.

In de veer ontstaan meerdere longitudinale golven overeenkomend met de grondtoon en een aantal boventonen. We gaan ervan uit dat bij het vel een knoop zit. Eén van de boventonen in de veer komt overeen met de grondtoon van 300 Hz van de luchtkolom in de koker. Voor de golfsnelheid van een longitudinale golf in een veer geldt:

$$v_L = \ell \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$$

Hierin is: v_L de golfsnelheid (in m/s), ℓ de lengte van de veer (in m), C de veerconstante (in N/m) en m de massa van de veer (in kg).

d Bereken met behulp van deze gegevens welke boventoon (1[ste], 2[de], enzovoort) van de longitudinale golf overeenkomt met de grondtoon van 300 Hz van de luchtkolom in de koker.



Figuur 99 Geluidsgolven

78 In figuur 99 is schematisch een bron weergegeven die geluidsgolven uitzendt. In dezelfde figuur zie je de verdichtingen en verdunningen die zich naar rechts verplaatsen.

In de punten P en Q wordt het geluid waargenomen met behulp van twee microfoons.

a Leg aan de hand van figuur 99 uit dat het faseverschil tussen P en Q groter is dan 1,0.

In figuur 100 zie je een oscilloscoopbeeld van de signalen van P en Q. De tijdbasis van de oscilloscoop is ingesteld op 0,5 ms/hokje.

b Bepaal de periode van het geluid.

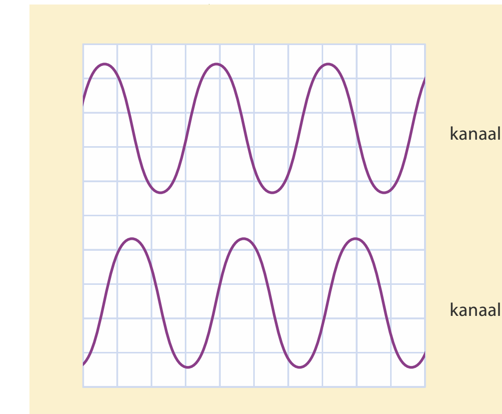
c Beschrijf hoe je aan het oscilloscoopbeeld kunt zien dat voor het (gereduceerd) faseverschil tussen de twee signalen geldt $\Delta\varphi = \frac{1}{4}$.

d Leg uit of de microfoon in P aangesloten is op kanaal 1 of op kanaal 2.

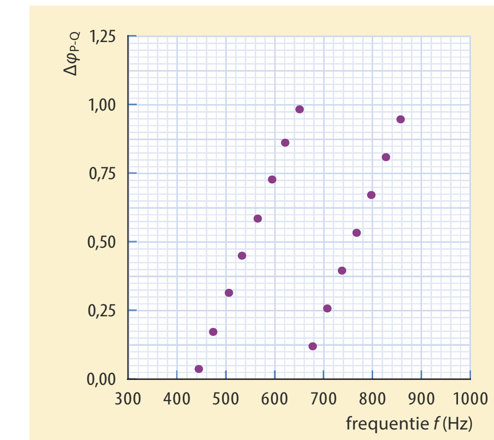
Deze opstelling wordt gebruikt om de geluidssnelheid in koolzuurgas (CO_2) te meten. De afstand tussen P en Q is nu 1,19 m. De frequentie van de geluidsbron is regelbaar. Bij verschillende frequenties wordt het (gereduceerd) faseverschil tussen P en Q bepaald. Zie figuur 101.

e Leg uit waardoor het (gereduceerd) faseverschil toeneemt als de frequentie groter wordt.

f Bepaal de geluidssnelheid in het koolzuurgas. Kies daartoe een geschikt punt in figuur 101, en bepaal voor dat punt het faseverschil.



Figuur 100 Oscilloscoopbeeld



Figuur 101 (Gereduceerd) faseverschil tussen P en Q

8

Elektromotor en dynamo

Elektromagnetisch veld

8.1 Introductie

Elektrische fietsen maken gebruik van elektromotoren waar sterke magneten in zitten. In een luidspreker worden elektrische signalen omgezet in trillingen van de lucht, doordat een spoel om een sterke magneet trilt. Hoe ontstaat een beweging door een elektrische stroom en een magneet?
De krachtwerking-op-afstand van een magneet op een andere magneet of op een stroomdraad kun je goed beschrijven met behulp van een magnetisch veld. Wat is een magnetisch veld en wat kun je met die beschrijving?

Elektrische stroom wordt opgewekt door een dynamo, bijvoorbeeld op een fiets. In een elektriciteitscentrale gebeurt dat door een turbine en een generator, een heel grote dynamo. Hoe ontstaat elektrische stroom door beweging van (stroom)draden en magneten?

HOOFDSTUKVRAAG

Wat is een magnetisch veld en hoe werken elektromotoren en dynamo's?

Dit hoofdstuk gaat over de volgende onderwerpen:
* magnetisme en elektriciteit;
* beweging door elektriciteit en magnetisme;
* elektriciteit door beweging en magnetisme.

Magnetisme hangt zo sterk samen met elektriciteit en omgekeerd dat vaak de verzamelnaam ***elektromagnetisme*** wordt gebruikt. In dit hoofdstuk staan de volgende vragen centraal:
* Wat is een magnetisch veld en welke vorm heeft het bij een staafmagneet, een spoel en een rechte stroomdraad? (paragraaf 8.2)
* Hoe wordt in een elektromotor en in een luidspreker elektrische energie omgezet in bewegingsenergie? (paragraaf 8.3)
* Hoe wek je elektrische spanning en stroom op met een spoel en een magneetveld? (paragraaf 8.4)

INLEIDING

Magnetisme

Een magneet die vrij kan draaien, bijvoorbeeld doordat hij aan een touwtje hangt, richt zich altijd met één en dezelfde kant naar het noorden. Die kant van de magneet wordt de ***noordpool*** van de magneet genoemd. Elke magneet heeft twee verschillende uiteinden, een ***noordpool*** en een ***zuidpool***. Wanneer je twee magneten met de noordpolen of met de zuidpolen bij elkaar houdt, stoten ze elkaar af. Maar als je de noordpool van de ene magneet bij de zuidpool van de andere in de buurt houdt, trekken ze elkaar aan. Die ***magnetische krachtwerking*** kan dus zowel afstotend als aantrekkend zijn en is het grootst bij de polen.
Breek je een magneet, dan heeft elk stuk weer een noordpool en een zuidpool. Het is alsof een magneet gevuld is met een groot aantal kleine magneetjes die allemaal in dezelfde richting staan.

Start
Maak de vragen bij Start.

Figuur 1

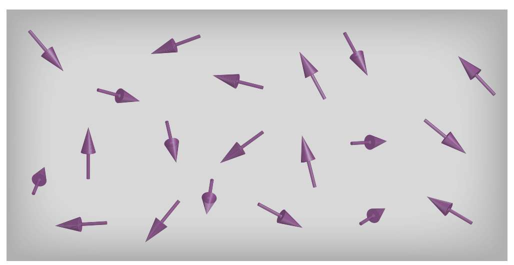
Experiment 1: Magneten, spijkers en kompassen

Experiment 2: Relais

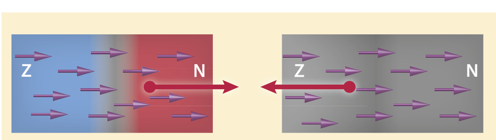
Experiment 3: Ferromagneet en antiferromagneet

Figuur 2

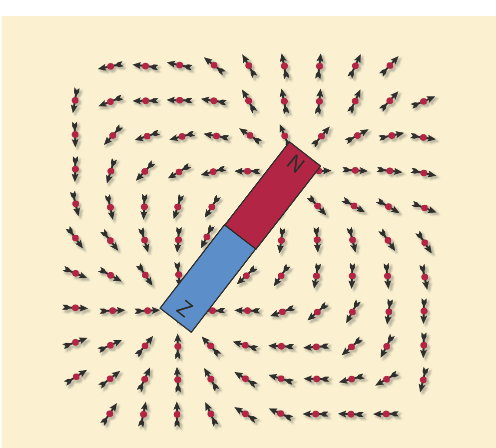
Figuur 3 **Een elektromagneet**



Figuur 4



Figuur 5 **Model van staal (rechts), dat door een permanente magneet (links) is gemagnetiseerd.**



Figuur 6 **Kompasnaaldjes bij een staafmagneet**

Een ijzeren voorwerp, bijvoorbeeld een spijker, wordt altijd aangetrokken door een magneet. In de buurt van een magneet wordt de spijker zelf een magneetje met een noordpool en een zuidpool. Wordt de magneet bij de ijzeren spijker weggehaald, dan neemt het magnetisme in de spijker af en verdwijnt weer. Gewoon ijzer wordt wel weekijzer genoemd, omdat het magnetisme niet blijvend is. Het ijzer wordt gemakkelijk gemagnetiseerd, maar het magnetisme verdwijnt ook weer gemakkelijk. Magneetstaal daarentegen is moeilijker te magnetiseren, maar blijft daarna wel magnetisch. Materialen die magnetisch zijn en blijven, zoals in luidsprekers, kompassen en elektromotoren, zijn ***permanente magneten***.

In een ***elektromagneet,*** een geïsoleerde stroomdraad gewikkeld om een ijzeren kern, zorgt een elektrische stroom voor het magnetisme. De krachtwerking van een elektromagneet kun je dus in- en uitschakelen.

Permanente magneten

In magnetiseerbare materialen zoals ijzer, nikkel en kobalt, zijn de atomen zodanig met elkaar verbonden dat grote groepen atomen microscopisch kleine magnetische gebiedjes vormen. In het niet-gemagnetiseerde materiaal zijn de richtingen van deze magnetische gebiedjes ongeordend, waardoor ze elkaars magnetische werking aan de buitenkant opheffen. Zie figuur 4.

Als je met een pool van een magneet bij een stalen spijker komt, wordt de spijker magnetisch. De magnetische gebiedjes van het staal in de spijker worden dan gericht en gaan met de magneet mee wijzen. Zie figuur 5. Door de onderlinge magnetische krachten blijven de magnetische gebiedjes gedurende enige tijd dezelfde richting houden, ook als de magneet weggehaald is. Maar door de warmtebewegingen van de atomen van het staal verdwijnt de gelijkgerichte ordening van de magnetische gebiedjes langzamerhand weer. Wanneer je een stukje staal zoals een paperclip eerst magnetiseert en vervolgens warm maakt, gaan de atomen meer trillen, en verliest het staal sneller zijn magnetisme.

Permanente magneten zijn gemaakt van legeringen die heel moeilijk te magnetiseren zijn, maar hun magnetisme heel lang vasthouden, ook bij hoge temperatuur. Legeringen bevatten verschillende metalen zoals ijzer, kobalt, nikkel, aluminium, mangaan en koper. E-bikes danken hun bestaan aan de zeer sterke magneten van neodymium-ijzer-boor in de elektromotor. Bij permanente magneten, zoals een staafmagneet en een hoefijzermagneet, is de magnetische werking het sterkst bij de uiteinden (de noordpool en de zuidpool). De noordpool van een permanente magneet wordt vaak met de kleur rood aangegeven.

Ook het binnenste van de aarde heeft magnetische eigenschappen, waardoor de aarde lijkt op een permanente magneet, met de magnetische zuidpool in de buurt van de geografische Noordpool en de magnetische noordpool in de buurt van de geografische Zuidpool.

Het kompas en het magnetisch veld

In een kompas zit een klein dun magneetje, de kompasnaald, die om een asje kan draaien. Op enige afstand van een permanente magneet wordt een kompasnaald *gericht* door de permanente magneet. In elk punt van de ruimte om de permanente magneet wordt een kompasnaaldje anders gericht. Zie figuur 6. Je kunt deze richtende werking van een magneet zichtbaar maken door overal in de ruimte kompasnaaldjes neer te zetten. De figuur die je dan krijgt wordt het ***magnetisch veld*** van de magneet genoemd. In werkelijkheid kun je natuurlijk volstaan met symbolische lijnen, ***magnetische veldlijnen***. Zie figuur 7. De raaklijn aan de veldlijn door een punt in de ruimte, geeft de richting van het magnetisch veld in dat punt weer. Zie figuur 8.

Bij het tekenen van magnetische veldlijnen blijkt het volgende:

- Veldlijnen lopen buiten een magneet van de noordpool naar de zuidpool.
- Veldlijnen snijden elkaar nooit.
- De richting van een magnetische veldlijn geeft de richting aan waarin de noordpool van een draaibare naaldmagneet op die plaats wijst. Een kompasnaald gaat in de richting van de raaklijn aan de veldlijn staan.

1 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

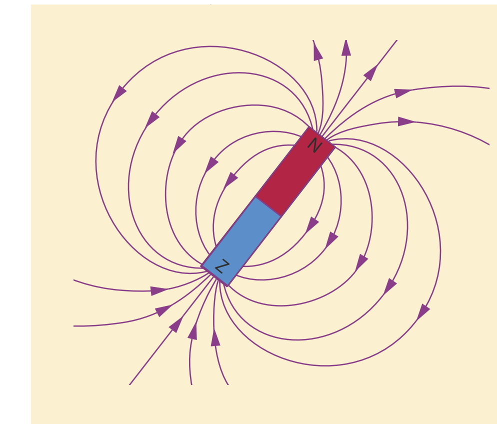
- **a** Magnetische veldlijnen kunnen elkaar snijden.
- **b** Een magneet heeft altijd een noordpool en een zuidpool.
- **c** Een permanente magneet wordt sterker bij verwarmen.
- **d** Wanneer je een magneet doormidden breekt, ontstaan er twee magneten die elk een noordpool en een zuidpool hebben.
- **e** Een elektromagneet is een permanente magneet.
- **f** Twee gelijke magneetpolen stoten elkaar af.
- **g** Een kompasnaaldje is ook een magneet.
- **h** De noordpool van een kompasnaaldje wijst in Nederland naar het Noorden, maar in Zuid-Afrika naar het Zuiden.

2 In figuur 9 zie je een magneet met ijzervijlsel (kleine stukjes ijzer). De kleine stukjes ijzer zijn zelf geen (permanente) magneten, toch gedragen ze zich als kleine magneetjes.

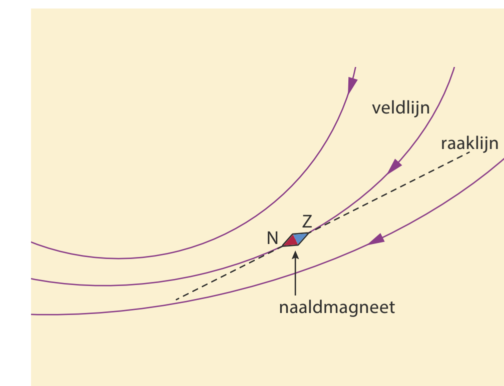
- **a** Leg uit hoe dat komt.

Door de kleine stukjes ijzer wordt het veldlijnenpatroon enigszins zichtbaar.

- **b** Kun je aan de hand van het gedeeltelijk zichtbare veldlijnenpatroon concluderen of de bovenkant van de magneet een magnetische noordpool of zuidpool is?



Figuur 7 **Magnetische veldlijnen bij de staafmagneet van figuur 6.**



Figuur 8

Figuur 9 **Staafmagneet met ijzervijlsel**

8.2 Magnetische velden

Experiment 4: Magneetveld van een spoel

Experiment 5: Magneetveld van een draad

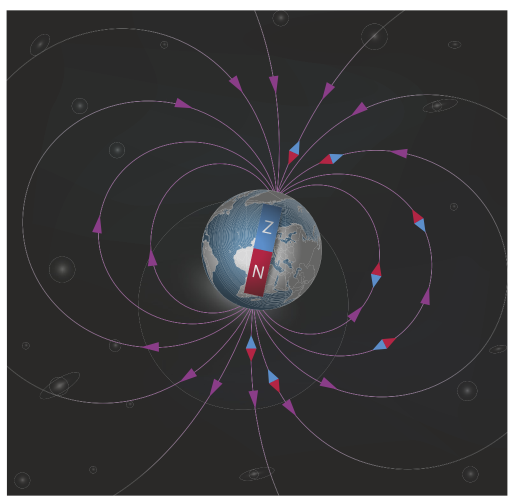
ONTDEKKEN

De magnetische kracht van een magneet op een andere magneet werkt op afstand. Die krachtwerking van de ene magneet op de andere beschrijven we met behulp van het magnetisch veld van de eerste magneet. De andere magneet ondervindt dan de magnetische kracht als het ware via het magnetisch veld van die eerste magneet.

Op elke plaats op aarde vind je de richting van het aardmagnetisch veld met behulp van de richting van een kompasnaaldje. In welke richtingen wijzen kompasnaaldjes in de buurt van permanente magneten of van elektrische stromen? Anders gezegd, hoe ziet het magnetisch veld van permanente magneten en van elektrische stromen er uit?

PARAGRAAFVRAAG

Wat is een magnetisch veld en welke vorm heeft het bij een staafmagneet, een spoel en een rechte stroomdraad?



Figuur 10 **Magneetveld van de aarde**

Figuur 11 **Met een magneetveldsensor kun je de magnetische veldsterkte meten in een punt van het veld. De sensor bevindt zich in het uiteinde van het pijpje.**

BEGRIJPEN

Aardmagnetisch veld

Overal in de ruimte om de aarde heen is er een richtende magnetische krachtwerking op een kompasnaald. In figuur 10 is schematisch het ***aardmagnetisch veld*** getekend. De naald van elk kompas, in feite een klein staafmagneetje, wijst naar het noorden. Het binnenste van de aarde is net een grote staafmagneet met de zuidpool ergens diep in de aarde in de buurt van de geografische Noordpool, de plaats waar de denkbeeldige aardas naar buiten steekt.

Als er overal in de ruimte genoeg kompasjes zouden staan, zou het magnetisch veld zichtbaar zijn. In elk punt is de ***richting van het veld*** de richting waarin de noordpool van de kompasnaald wijst. Zie figuur 10. De richting van het magnetisch veld in een punt van de ruimte kun je dus vinden met behulp van de magnetische veldlijnen. De veldlijnen stoppen niet op het aardoppervlak dichtbij de geografische Noordpool, maar lopen door de aarde heen en komen er bij Antarctica weer uit.

Je zou kunnen zeggen dat de 'sterkte' van het aardmagnetisch veld bepaalt hoe 'hard' een kompasnaaldje in de veldrichting wordt gedwongen. Maar dat kun je niet meten met bijvoorbeeld een krachtsensor. De grootheid ***magnetische veldsterkte*** (B) meet je met een magneetveldsensor (zie figuur 11). De eenheid van de magnetische veldsterkte is tesla (afgekort: T). Het aardmagnetisch veld heeft in Midden-Europa een sterkte van ongeveer $5 \cdot 10^{-5}$ T. Ter vergelijking: bij een pool van een staafmagneetje is de magnetische veldsterkte ongeveer 0,1 T.

De magnetische veldsterkte $\vec{B}$ heeft een richting en een grootte. Het is een vectorgrootheid, net zoals kracht ($\vec{F}$) en snelheid ($\vec{v}$) ook vectorgrootheden zijn. In de buurt van bijvoorbeeld twee magneten gaat een kompasnaald wijzen in een richting die je kunt vinden door op de plaats van het kompas de magnetische veldsterktes van beide magneten als vectoren samen te stellen. Samenstellen van vectoren doe je met een parallellogramconstructie.

Magnetisch veld van een spoel en van een rechte stroomdraad

Een ***stroomspoel*** is een geïsoleerde stroomdraad die bijvoorbeeld om een koker is gewonden. Als er een elektrische stroom door de draad van de spoel gaat, is er binnen en buiten de spoel een magnetisch veld. Buiten de spoel lijkt het magneetveld op dat van een staafmagneet, binnen de spoel zijn de magnetische veldlijnen bij benadering evenwijdig. Zie figuur 13.

In de spoel van figuur 12 en 13 wijzen de noordpolen van de kompasjes in de spoel naar links. Ook buiten de spoel wijzen alle kompasjes, die op de as van de spoel staan, naar links. Je kunt dus zeggen dat de spoel aan de linkerkant een noordpool heeft. De stroomrichting in de spoel is zoals aangegeven met de pijlen. De richting van het magnetisch veld en de richting van de elektrische stroom horen bij elkaar volgens de ***rechterhandregel*** (zie figuur 13):

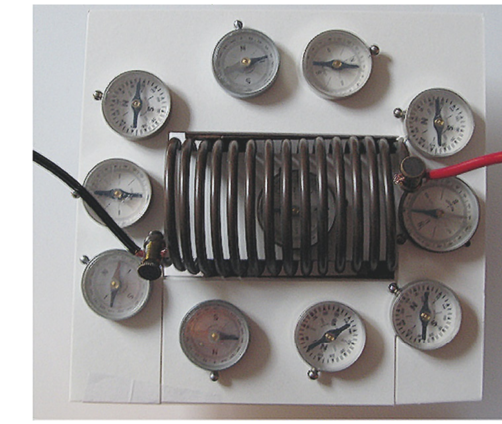
De gekromde vingers van je rechterhand wijzen in de draairichting van de elektrische stroom door de windingen. Je uitgestoken duim geeft de richting aan van de magnetische veldlijnen binnen de spoel.

Een elektromagneet bestaat meestal uit een kern van weekijzer met daaromheen een stroomspoel. Zolang er stroom door de spoel gaat, is de kern gemagnetiseerd en versterkt die het magneetveld van de spoel. De noordpool en de zuidpool van een elektromagneet vind je ook met de rechterhandregel.

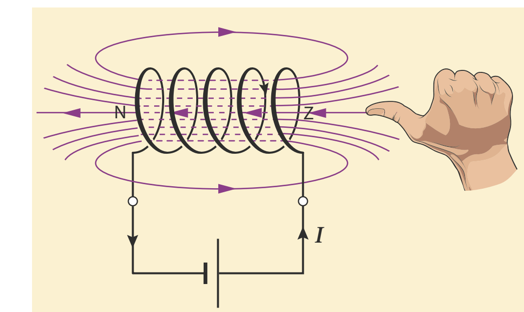
Het magneetveld van een spoel wordt veroorzaakt door de elektrische stroom door de stroomdraad. Een enkele ***rechte stroomdraad*** heeft ook een (zwak) magneetveld om zich heen. De veldlijnen bij een rechte stroomdraad zijn cirkels in een vlak loodrecht op de stroomdraad. Zie figuur 14. Er is geen noord- en geen zuidpool bij een rechte stroomdraad, de veldlijnen zijn doorlopende lijnen. Bij het magneetveld om een stroomdraad hoort ook een rechterhandregel (zie figuur 15):

De duim wijst in de richting van de elektrische stroom en de gekromde vingers geven de richting aan van het magnetisch veld om de stroomdraad.

- De richting waarin een kompasnaald in een punt van de ruimte gaat staan, is de richting van de raaklijn aan de magnetische veldlijn door dat punt.
- Het magneetveld van de aarde lijkt op het veld van een staafmagneet. In de buurt van de geografische Noordpool bevindt zich diep in de aarde een magnetische zuidpool.
- In een stroomspoel zijn de magnetische veldlijnen bij benadering evenwijdig.
- Bij een stroomspoel bepaal je de richting van het magneetveld binnen de spoel met de rechterhandregel, waarbij de stroom rondgaat als de gekromde vingers en de duim de richting van het magnetisch veld aangeeft (zie figuur 13). De veldlijnen van een spoel zijn gesloten lijnen zonder begin- of eindpunt. Waar de veldlijnen uit de spoel komen is de noordpool van de spoel.
- Bij een rechte stroomdraad bepaal je de richting van het magnetisch veld met de rechterhandregel, waarbij de stroom in de richting van de duim is en de gekromde vingers de richting van de magnetische veldlijnen aangeven (zie figuur 15). De veldlijnen zijn gesloten lijnen zonder begin of einde, een rechte stroomdraad heeft geen magnetische polen.

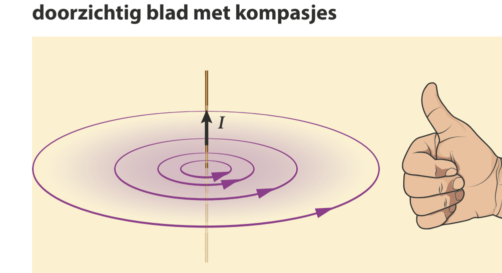


Figuur 12 **Kompasjes bij en in een stroomspoel**

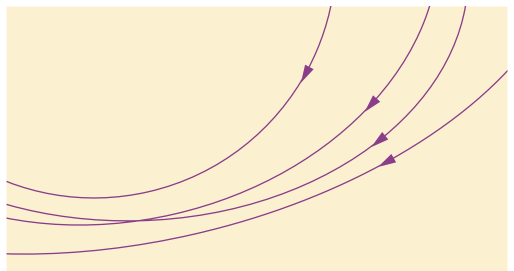


Figuur 13 **Rechterhandregel bij een spoel**

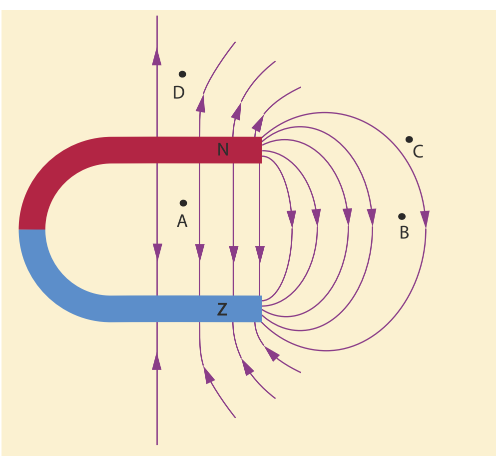
Figuur 14 **Stroomdraad loodrecht op een doorzichtig blad met kompasjes**



Figuur 15 **Rechterhandregel bij een stroomdraad**



Figuur 16 **Magnetische veldlijnen**



Figuur 17

3 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- a Rondom een elektrische stroomdraad is altijd een magnetisch veld aanwezig.
- b Het magneetveld van een elektrische stroomdraad heeft altijd een noordpool en een zuidpool.
- c Onder Antarctica bevindt zich een magnetische zuidpool.
- d De magnetische veldlijnen van de aarde beginnen buiten de aarde in de buurt van de Zuidpool en eindigen in de buurt van de Noordpool.
- e Bij de twee rechterhandregels geeft de duim steeds de richting van de elektrische stroom aan.
- f Bij een spoel is de noordpool de kant waar de elektrische stroom naar binnen gaat.

4 In figuur 16 zijn enkele veldlijnen in een deel van een magnetisch veld getekend.
Leg uit waarom dit veldlijnenpatroon niet juist kan zijn.

5 **T** In figuur 17 is het magnetisch veld van een zogenaamde hoefijzermagneet getekend. In de punten A, B, C en D wordt een kompasnaaldje geplaatst. Teken in deze punten kompasnaaldjes die in de juiste richting wijzen.

6 Bij een permanente magneet 'lopen' de veldlijnen buiten de magneet van de noordpool van de magneet naar de zuidpool.

- a Hoe 'lopen' de veldlijnen binnen een permanente magneet?
- b Waarom kun je bij een rechte stroomdraad niet zeggen dat de veldlijnen van de ene naar de andere pool lopen?

7 Als je in de opstellingen van de figuren 12 en 14 de aansluitingen van de spoel en de draad aan de spanningsbron verwisselt, keren alle kompasnaaldjes van richting om. Leg uit dat de rechterhandregel dan nog steeds geldt.

8 De aarde draait in 24 uur om haar as. De geografische Noordpool is het punt op het aardoppervlak waar die as naar buiten steekt.

- a Leg uit dat de magnetische zuidpool van de aarde zich in de buurt van de geografische Noordpool bevindt.
- b Waar ligt de magnetische noordpool van de aarde?

9 Het lijkt misschien alsof er voor een spoel en een stroomdraad twee verschillende rechterhandregels zijn. Maar een spoel is toch ook een stroomdraad?

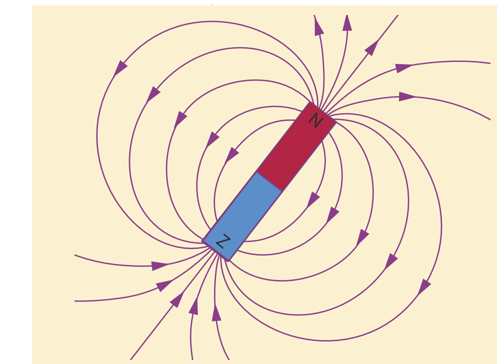
- a Teken een rechte stroomdraad (verticaal) waarin de stroom naar boven loopt. Teken het magnetisch veld op enkele plekken bij de draad en geef de richting aan.
- b Teken op dezelfde manier een kwart cirkel, met een elektrische stroom en enkele bijbehorende magnetische veldlijnen.
- c Maak van de kwart cirkel nu een volledige cirkel. Teken op enkele plekken de stroomrichting en een bijbehorende magnetische veldlijn.
- d De cirkel is een spoel met één winding. Laat zien dat de richting van het magnetisch veld binnen de spoel past bij de rechterhandregel van een spoel.

BEHEERSEN

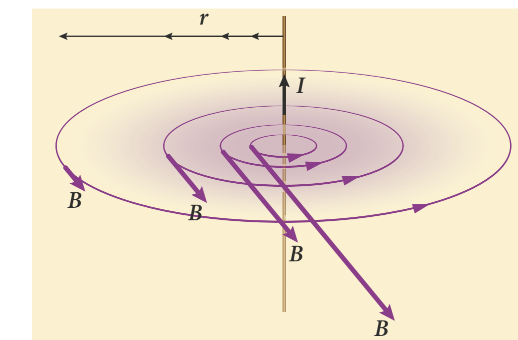
Magnetische veldlijnen en magnetische veldsterkte

Aan het magnetisch veldlijnenpatroon kun je behalve de richting ook de sterkte van het magnetisch veld zien. Hoe groter de magnetische veldsterkte B, des te dichter zijn de veldlijnen naast elkaar getekend. Zo is te zien dat bij een permanente magneet de magnetische veldsterkte het grootst is bij de polen (zie figuur 18).

Bij een stroomdraad neemt de magnetische veldsterkte af met de afstand tot de draad. Dat zie je als je in een opstelling zoals in figuur 14 een grote verzameling kompasjes op verschillende afstanden van de draad plaatst en de stroom inschakelt.
Ver van de draad is de invloed van het magneetveld klein, dichtbij de draad is de magnetische veldsterkte het grootst. Bij een stroomdraad tekenen we de magnetische veldlijnen op grotere afstand van de draad dan ook op steeds grotere onderlinge afstand. Zie figuur 19.



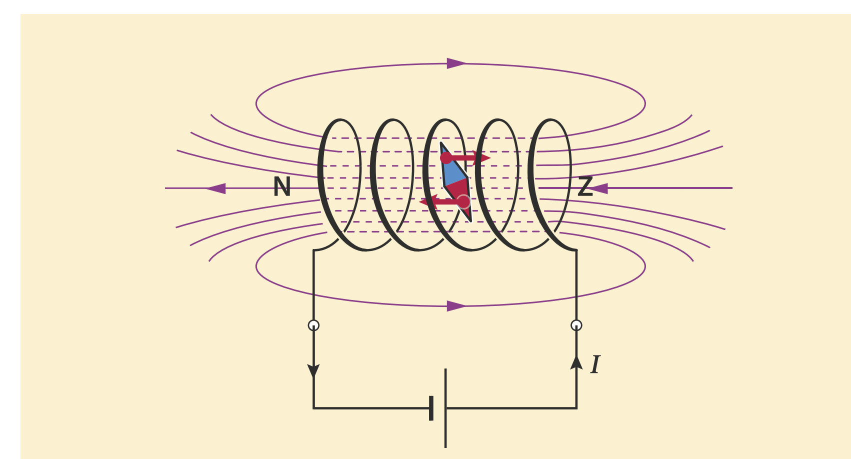
Figuur 18 **Magnetische veldlijnen bij een staafmagneet**



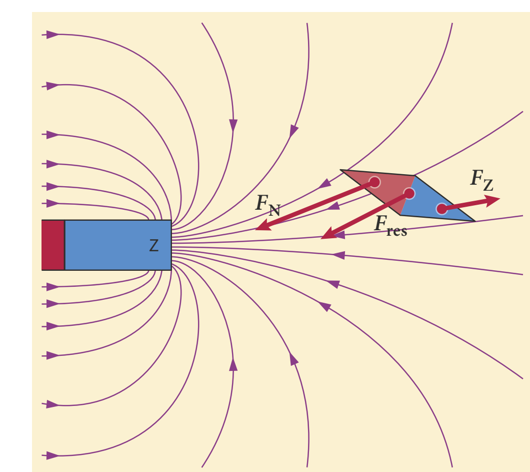
Figuur 19 **Magnetische veldsterktes om een rechte stroomdraad**

Homogeen en inhomogeen veld

Als in een gebied de magnetische veldlijnen overal evenwijdig zijn en de magnetische veldsterkte overal gelijk is, heet het magneetveld in dat gebied ***homogeen***. Het magneetveld binnen een spoel is grotendeels homogeen. In een homogeen veld wordt een kompasnaaldje alleen gericht, zie figuur 20. De kracht van het magnetisch veld is op de ene pool dan even groot als op de andere pool, waardoor er alleen draaiing optreedt en er geen nettokracht is.



Figuur 20 **In een homogeen magnetisch veld wordt een naaldmagneet alleen gericht.**

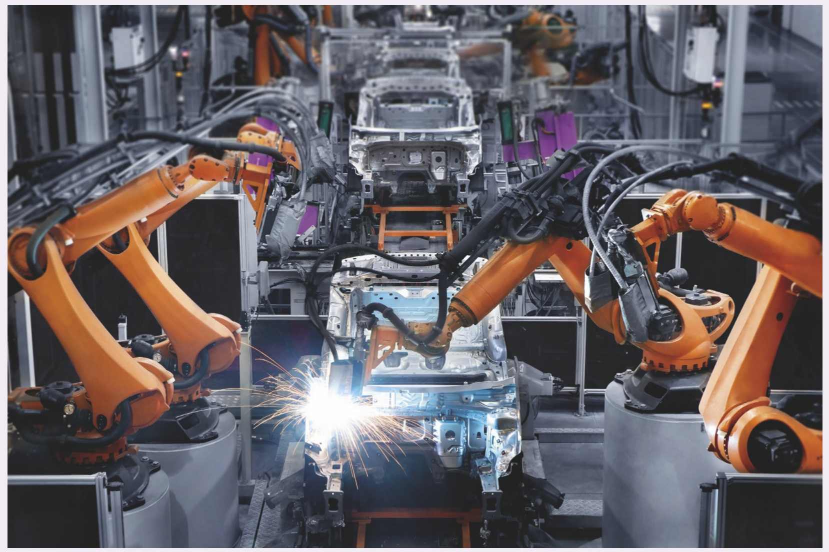


Figuur 21 **Bij een staafmagneet wordt een naaldmagneet gericht én aangetrokken.**

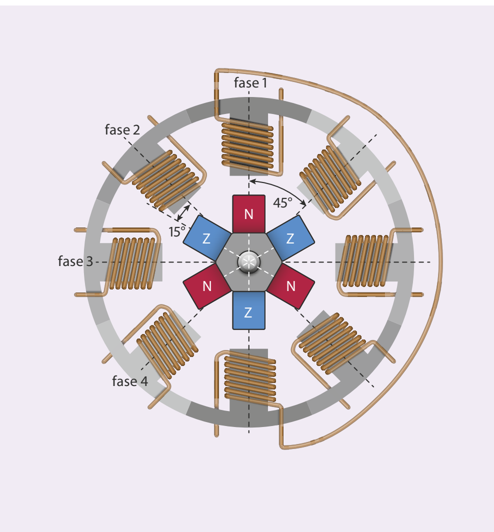
Dat geldt niet voor het veld bij een pool van een staafmagneet (zie figuur 21). Daar is het magnetische veld ***inhomogeen***, de magnetische veldsterkte is niet overal even groot. De aantrekkende kracht op het uiteinde van de kompasnaald dat dichterbij de pool van de staafmagneet is, is groter dan de afstotende kracht op het uiteinde dat verder weg is. Er werkt dan een nettokracht op het kompasnaaldje. Op dezelfde manier wordt een stukje ijzer naar een magneet getrokken.

STAPPENMOTOR

Een stappenmotor is een elektromotor die niet continu ronddraait, maar dat stapsgewijs doet en daardoor nauwkeurig in verschillende posities gezet kan worden. Stappenmotoren worden bijvoorbeeld gebruikt in industriële robotarmen, die steeds opnieuw bepaalde voorgeprogrammeerde bewegingen met een grote precisie moeten uitvoeren (zie figuur 22).

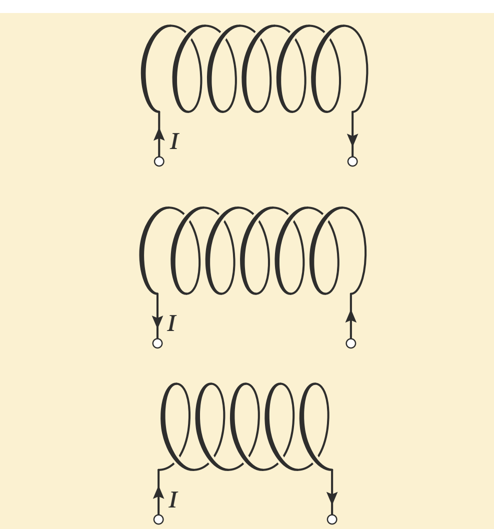


Figuur 22



Figuur 23

Het principe van de stappenmotor is weergegeven in figuur 23. In het midden bevindt zich op de as van de motor een draaischijf met drie permanente magneten. Daaromheen zit een aantal elektromagneten die om beurten in tweetallen worden ingeschakeld. De draaischijf richt zich daardoor in de richting van dat tweetal spoelen. Vervolgens wordt de stroom in deze spoelen uitgeschakeld en in het volgende tweetal spoelen ingeschakeld. Zo verdraait de rotor telkens een klein stukje, in het voorbeeld van figuur 23 is dat telkens 15° met de klok mee. Bij een stappenmotor met meer spoelen en magneten is die draaiing per stap kleiner.



Figuur 24 **Drie stroomspoelen**

10 De paragraafvraag is: Wat is een magnetisch veld en welke vorm heeft het bij een staafmagneet, een spoel en een rechte stroomdraad? Wat is het antwoord op deze vraag?

11 In figuur 24 zijn drie stroomspoelen getekend. Schets in figuur 24 voor elk van de drie stroomspoelen het veldlijnenpatroon. Geef voor elk van de drie stroomspoelen aan welk uiteinde de noordpool en welk uiteinde de zuidpool is.

12 Een stuk weekijzer wordt gemagnetiseerd in een spoel, zie figuur 25.
- a Beschrijf wat er in het ijzer verandert, waardoor het magnetisch wordt.
- b Geef in de tekening aan welke kant van het stuk weekijzer de noordpool wordt en welke kant de zuidpool.

13 **T** In figuur 26 is het veldlijnenpatroon van een stroomspoel getekend. Teken in de figuur de richting van de stroom door de spoel.

14 **T** In figuur 27 is het veldlijnenpatroon van een rechte stroomdraad getekend.
- a Teken in de figuur de richting van de stroom in de draad.
- b Is het veld homogeen of inhomogeen? Leg uit.

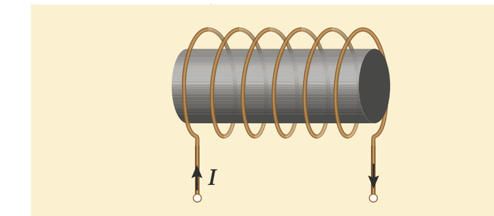
15 Het magneetveld binnen een spoel is bij benadering homogeen.
- a Wat wordt bedoeld met een homogeen veld?
- b Hoe kun je in figuur 26 zien dat het veld binnen de spoel homogeen is?
- c Leg uit dat in een homogeen magnetisch veld de netto magnetische kracht op een magneet altijd nul is.
- d Welke invloed heeft een homogeen veld wel op een kompasnaaldje?

16 **T** In figuur 28 zie je een stroomspoel die is aangesloten op een gelijkspanningsbron.
- a Teken de richting van de elektrische stroom en enkele magnetische veldlijnen van de spoel.
- b Wordt de permanente magneet aangetrokken of afgestoten? Leg uit.
- c Wordt het stuk weekijzer aangetrokken of afgestoten? Leg uit.

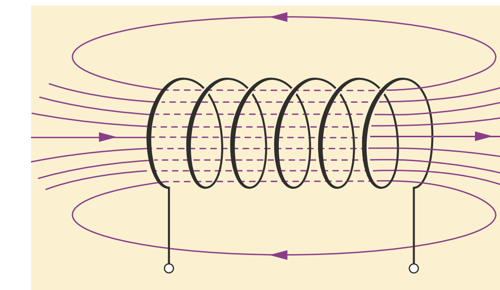
De stroomrichting door de spoel wordt omgekeerd.
- d Leg uit dat het weekijzer nog steeds wordt aangetrokken.

17 Een staafmagneet heeft bij de polen een sterkte van 20 mT. Je vergelijkt dit met het aardmagnetisch veld ($5 \cdot 10^{-5}$ T) en het veld van een MRI-scanner (5 T).
- a Hoeveel keer zo groot is de veldsterkte van de staafmagneet (bij de polen), vergeleken met het aardmagnetisch veld?
- b Hoeveel keer zo groot is de veldsterkte in een MRI-scanner, vergeleken met deze staafmagneet (bij de polen)?
- c Noem twee redenen waarom in een MRI-scanner geen permanente magneten gebruikt worden.

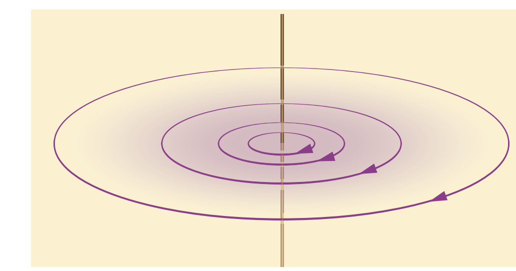
18 De sterkte van het magneetveld van een spoel is evenredig met de stroomsterkte door de spoel. Bij een bepaalde spoel is bij een stroomsterkte van 50 mA de veldsterkte in de spoel $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ T.
- a Bereken de veldsterkte in de spoel bij een stroomsterkte van 1 A.
- b Bij welke stroomsterkte is het magneetveld in de spoel even sterk als het magneetveld van de aarde?
- c Leg uit dat voor het magnetisch veld van een MRI (5 T) een heel grote stroomsterkte nodig is.



Figuur 25

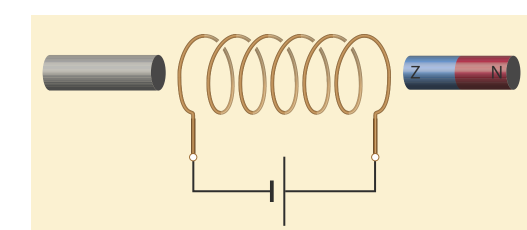


Figuur 26

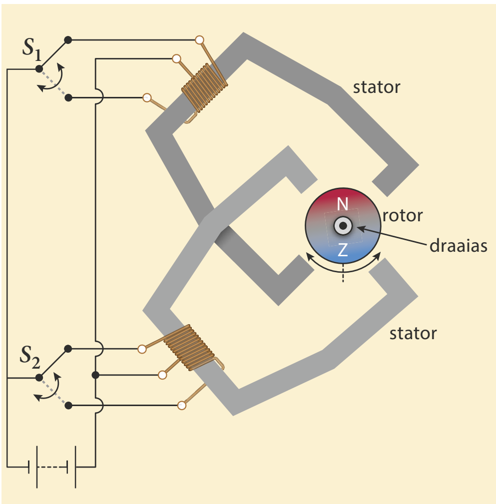


Figuur 27

W1 Elektrische deurbel



Figuur 28



Figuur 29 **Het principe van een stappenmotor**

19 **T** De stappenmotor van figuur 29 bestaat uit een rotor met een permanente magneet op de draaias. Het draaien van de as wordt geregeld door twee elektromagneten met een derde contact in het midden van de spoel. De twee schakelaars S_1 en S_2 worden in de getekende stand gezet. De twee weekijzeren kernen worden dan magnetisch.

- **a** Teken in de figuur de richting van de elektrische stroom door de spoelen.
- **b** Teken de noord- en zuidpolen aan de uiteinden van de kernen.
- **c** Leg uit dat de rotor in de situatie van figuur 29 niet draait.
- **d** Wat gebeurt er met de rotor als schakelaar S_1 omgezet wordt?
- **e** Wat gebeurt er met de rotor als daarna schakelaar S_2 omgezet wordt?
- **f** Hoe kun je de motor de andere kant op laten draaien?

20 Jaap gebruikt een spoel met een grote diameter en een kompasje om in zijn tuin de magnetische veldsterkte van de aarde te bepalen. Voor de magnetische veldsterkte binnen een spoel geldt:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{\ell}$$

Hierin is μ_0 een constante ($1{,}26 \cdot 10^{-6}$ T·m·A^{-1}), N het aantal windingen van de spoel, I de stroomsterkte door de spoel (in A) en ℓ de lengte van de spoel (in m).
Voor de spoel die Jaap gebruikt geldt: $N = 500$ en $\ell = 0{,}12$ m.
Jaap legt het kompas in de spoel en houdt de spoel horizontaal, precies Oost-West. Het kompasnaaldje wijst uiteraard naar het noorden, dwars op de richting van de spoel. Als er een stroom door de spoel loopt, draait de kompasnaald een beetje naar links, naar het westen toe.

- **a** In welke richting wijst het magnetisch veld binnen de spoel?
- **b** Hoeveel graden is de kompasnaald gedraaid op het moment dat de veldsterkte binnen de spoel even groot is als het aardmagnetisch veld?

Als het kompasje in de gewenste stand staat, is de stroomsterkte door de spoel $9{,}3 \cdot 10^{-3}$ A.

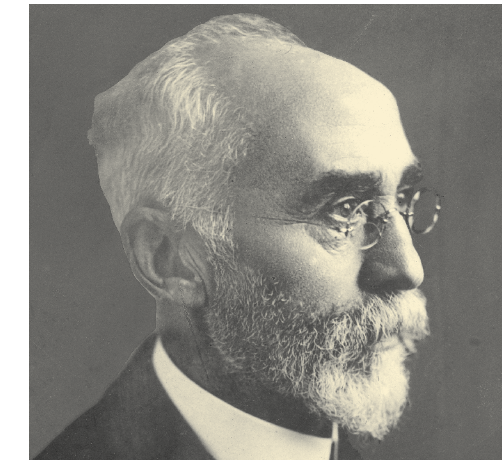
- **c** Bereken de magnetische veldsterkte van de aarde in Jaaps tuin.

8.3 Lorentzkracht

ONTDEKKEN

Experiment 6: Lorentzkracht

De elektrische ondersteuning houdt de (elektrische) fiets op snelheid, een stofzuiger zuigt lucht aan en een centrifuge slingert het wasgoed rond. In veel elektrische apparaten zet een elektromotor elektrische energie om in bewegingsenergie. Hoe gaat dat?
In een elektromotor zitten spoelen en magneten, in een luidspreker zit een spoel en een speciale magneet. Hoe ontstaat beweging met behulp van spoelen en (elektro) magneten in een elektromotor? Hoe worden in een luidspreker trillingen gemaakt?



Figuur 30 **Hendrik Antoon Lorentz, Nobelprijswinnaar natuurkunde in 1902.**

PARAGRAAFVRAAG

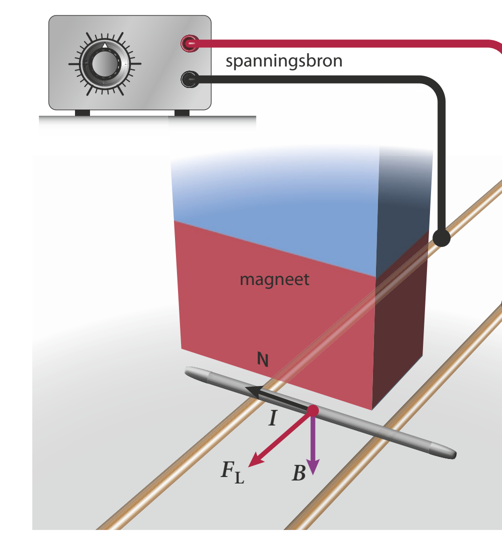
Hoe wordt in een elektromotor en in een luidspreker elektrische energie omgezet in bewegingsenergie?

BEGRIJPEN

In een elektromotor en in een luidspreker bestaat de wisselwerking tussen elektrische stroom en magneetveld uit een elektromagnetische kracht, de ***lorentzkracht***, genoemd naar de Nederlandse natuurkundige Hendrik Antoon Lorentz. Dit is een heel ander soort kracht dan de krachten die je tot nu toe bent tegengekomen.

Lorentzkracht

In figuur 31 zie je hoe een magneet een lorentzkracht uitoefent op een aluminium staafje waar een elektrische stroom door gaat. Als je de staafmagneet verticaal boven het staafje houdt, gaat het in de lengterichting over de rails rollen. In dit geval is de elektrische stroom door het staafje naar links gericht en de magnetische veldrichting is daar naar beneden. Het staafje rolt naar voren en dat is de richting van de lorentzkracht op de stroom door het staafje.



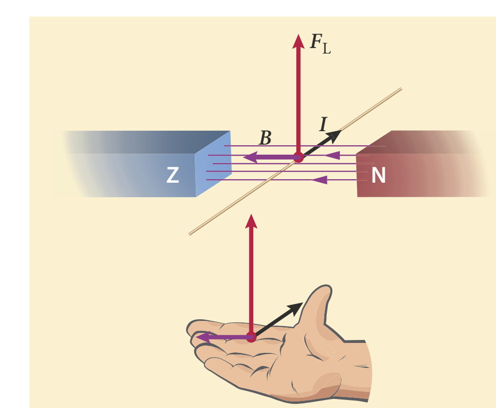
Figuur 31 **Door de lorentzkracht komt het staafje in beweging.**

De lorentzkracht is altijd loodrecht op de richting van de elektrische stroom gericht en ook loodrecht op de richting van de magnetische veldlijnen bij de stroomdraad. Als je de magneet omkeert, met de andere pool vlak boven het staafje, werkt de lorentzkracht de andere kant op. Ook keert de richting van de lorentzkracht om als je de aansluitingen bij de spanningsbron verwisselt.

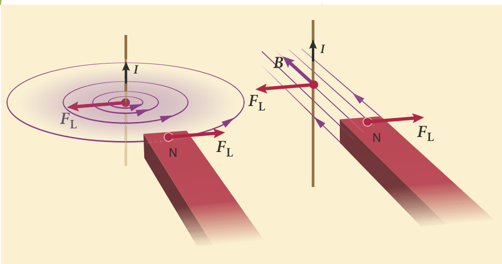
Richting van de lorentzkracht

De richting van de lorentzkracht kun je vinden met een ***rechterhandregel*** (zie figuur 32):

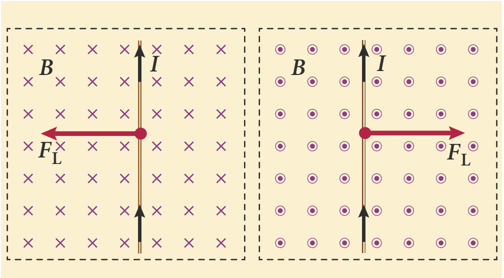
De duim van de rechterhand wijst in de richting van de elektrische stroom. De gestrekte vingers wijzen in de richting van (de loodrechte component van) het magneetveld. De richting van de lorentzkracht komt dan uit de palm van de hand.



Figuur 32



Figuur 33 **Een stroomdraad en een magneet oefenen een kracht op elkaar uit. Het maakt niet uit of je de stroomdraad in het magneetveld van de magneet bekijkt, of de magneet in het magneetveld van de stroomdraad.**



Figuur 34

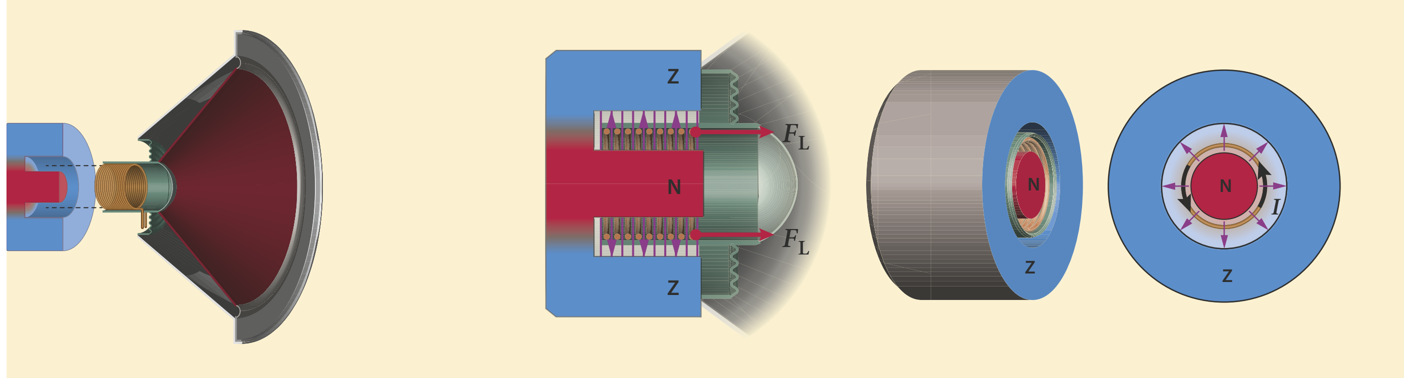
In figuur 33 zie je hoe een magneet en een stroomdraad een kracht op elkaar uitoefenen. De stroomdraad wordt in het magneetveld van de magneet door de lorentzkracht naar links geduwd, figuur 33 rechts. En de noordpool van de magneet wordt naar rechts geduwd, in overeenstemming met de derde wet van Newton.
Dit klopt ook met het eerdere verhaal over kompasnaalden in een magnetisch veld, zie figuur 33 links.

De lorentzkracht zorgt ook voor een kracht tussen twee stroomdraden. Elke stroomdraad heeft een magneetveld om zich heen, en de andere draad 'voelt' dat magneetveld.

Bij het driedimensionaal tekenen van de richting van het magneetveld wordt meestal de volgende notatie gebruikt. Is de richting van de pijl loodrecht het papier uit, dan wordt een puntje in een rondje getekend (de vector wijst naar je toe). Als de richting loodrecht het papier in is, wordt een kruisje getekend (de pijl wijst van je af), zie figuur 34. (Denk aan een door een boog afgeschoten pijl. Die komt met de punt naar je toe en gaat met gekruiste veertjes van je af.)

Luidspreker

Bij een luidspreker wordt de lucht in beweging gebracht door de conus, de rode 'trechter' in figuur 35. De conus zit vast aan een spoel die naar binnen en naar buiten beweegt door de lorentzkracht van een permanente magneet op de wisselende stroomsterkte door de spoel. Daarvoor bevindt de spoel zich in een ronde gleuf in de magneet. Die permanente magneet is zo gemaakt dat de noordpool zich binnen de spoel bevindt en de zuidpool erbuiten. Zie figuur 35. De magnetische veldlijnen in de sleuf zijn daardoor radiaal, als de spaken van een wiel, naar buiten gericht. De richting van de magnetische veldlijnen is dus overal loodrecht op de stroomdraad van de spoel. De lorentzkracht op de spoel (en dus ook op de conus) is dan naar voren of naar achteren gericht.



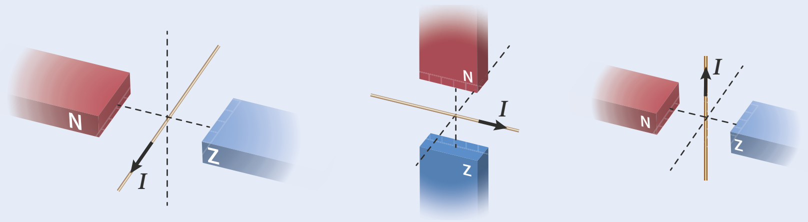
Figuur 35 **Lorentzkracht op de spoel in een luidspreker**

- De lorentzkracht op een stroomdraad wordt veroorzaakt door een magneetveld loodrecht op de elektrische stroomrichting.
- De lorentzkracht op een stroomdraad staat loodrecht op de elektrische stroomrichting in de draad en loodrecht op de richting van de magnetische veldlijnen, ter plaatse van de stroomdraad.
- De richting van de lorentzkracht kun je vinden met een rechterhandregel. Als de duim de richting van de elektrische stroom aangeeft en de gestrekte vingers de richting van de magnetische veldlijnen, komt de lorentzkracht loodrecht uit de palm van de hand.

21 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Als je een magneet bij een stroomdraad houdt, werkt er alleen een kracht op de stroomdraad, niet op de magneet.
- b Twee stroomdraden kunnen elkaar aantrekken of afstoten.
- c De lorentzkracht werkt altijd van de noordpool naar de zuidpool.
- d De lorentzkracht staat altijd loodrecht op de elektrische stroomrichting.
- e Er is alleen een lorentzkracht als (een deel van) het magnetisch veld of een component daarvan, loodrecht op de elektrische stroom staat.
- f In een luidspreker werkt er alleen een kracht op de spoel, niet op de permanente magneet.

22 **T** Teken in de situatie van figuur 36 de richting van de magnetische veldlijnen.

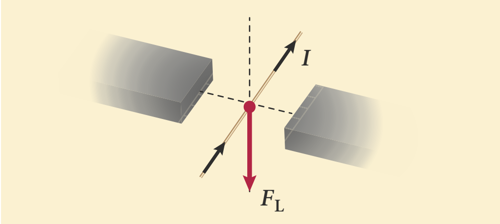
23 **T** In figuur 37 zie je drie stroomdraden tussen de polen van magneten. Teken in de figuur bij elke situatie de richting van het magnetisch veld B en de richting van de lorentzkracht F_L op de stroomdraad.



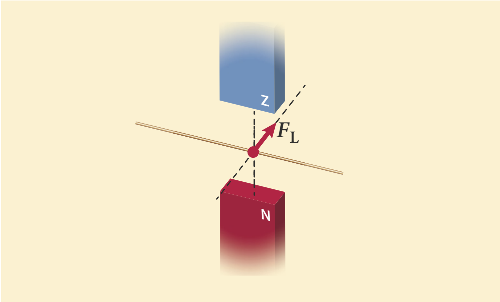
Figuur 37

24 **T** Teken in de situatie van figuur 38 de richting van het magnetisch veld B en de richting van de stroom I door de stroomdraad.

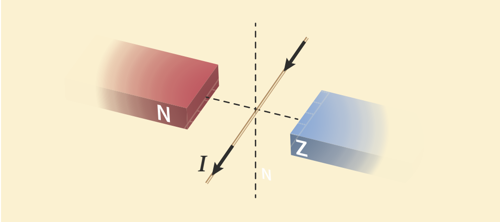
25 **T** Een stroomdraad bevindt zich tussen twee magneetpolen, zie figuur 39.
- a Schets in de figuur enkele veldlijnen van het magneetveld van de stroomdraad.
- b Leg uit dat de noordpool en de zuidpool van de magneet naar beneden geduwd worden.
- c In welke richting werkt de lorentzkracht op de stroomdraad?



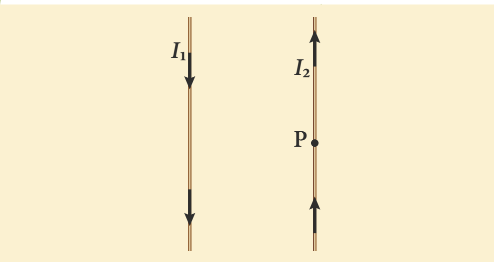
Figuur 36



Figuur 38



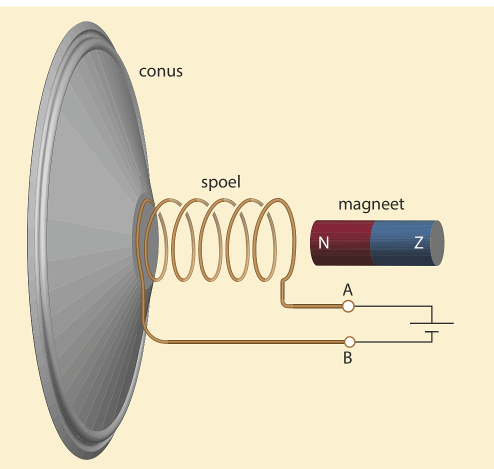
Figuur 39



Figuur 40

26 **T** In figuur 40 zijn twee stroomdraden getekend. De richting van de stroom I in de twee draden is tegengesteld. Elk van de stroomdraden bevindt zich in het magnetisch veld van de andere stroomdraad.

- a Teken in de figuur rond punt P (in een 3D-tekening) enkele veldlijnen van het magneetveld van de rechterdraad.
- b Teken ook de veldlijn van dit magneetveld die de andere draad snijdt.
- c Welke richting heeft dit magneetveld ter plekke van de linkerdraad?
- d Bepaal de richting van de lorentzkracht op de linkerdraad.
- e Bepaal op dezelfde manier de richting van de lorentzkracht op de rechterdraad.
- f Leg uit dat de twee stroomdraden elkaar zullen aantrekken als de elektrische stroom in dezelfde richting loopt.



Figuur 41

27 **T** Een heel eenvoudige luidspreker bestaat uit een conus met daaraan vast een stroomspoel in de buurt van een staafmagneet, zoals in figuur 41. De uiteinden A en B van de spoel zijn verbonden met de aansluitpunten van deze luidspreker. De luidspreker wordt eerst aangesloten op een gelijkspanningsbron.

- a Teken in een paar punten van de spoel de richting van de elektrische stroom.
- b Teken een paar magnetische veldlijnen van de spoel en geef aan welk uiteinde van de spoel een noordpool is.
- c Leg uit dat de spoel na het inschakelen van de stroom niet gaat trillen, en je alleen een tik (of plop) hoort.

De luidspreker wordt vervolgens aangesloten op een wisselspanningsbron.

- d Leg uit dat er nu wel een trilling ontstaat.

Een luidspreker aangesloten op een wisselspanningsbron laat een toon horen.

- e Hoe kun je de toonhoogte en de geluidssterkte van deze toon regelen?

BEHEERSEN

Grootte van de lorentzkracht

In een magneetveld met veldlijnen evenwijdig aan de stroomdraad, is de lorentzkracht op de stroomdraad nul. In alle andere gevallen zorgt alleen de component van het magneetveld loodrecht op de stroomrichting voor een lorentzkracht. Voor een stroomdraad in een homogeen magneetveld geldt de formule:

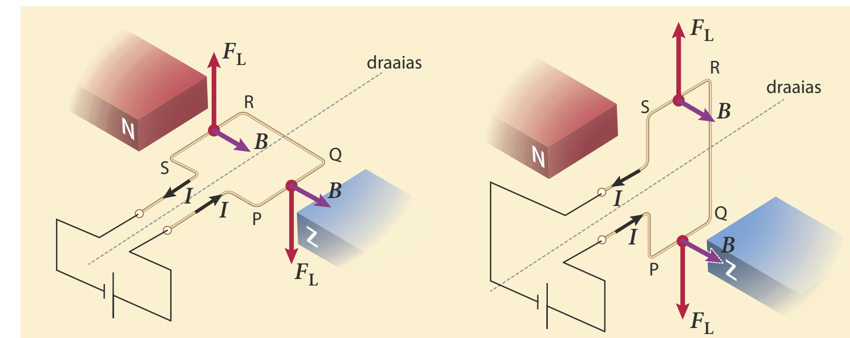
$$\boxed{F_L = B \cdot I \cdot \ell}$$

Hierin is F_L de lorentzkracht (in N), B de (component van de) magnetische veldsterkte loodrecht op de stroomrichting (in T), I de stroomsterkte (in A) en ℓ de lengte van de draad in het magneetveld (in m).

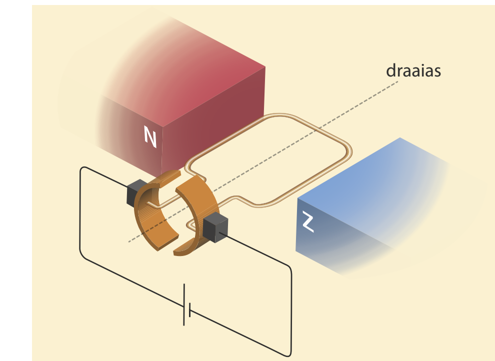
De lorentzkracht op een stroom(draad) in een magneetveld is dus maximaal als de magnetische veldlijnen loodrecht op de richting van de stroom(draad) staan.

Elektromotor

Een ***elektromotor*** bestaat uit een rotor met één of meer spoelen die kunnen draaien in een magneetveld. In figuur 42 wordt de rotor schematisch voorgesteld door één rechthoekige winding tussen de polen van een magneet. Deze winding kan draaien om een as. Op de zijden PQ en RS werken lorentzkrachten. Het magnetisch veld heeft bij beide zijden dezelfde richting maar de stroomrichting is in beide zijden tegengesteld gericht. De lorentzkrachten op PQ en RS zijn dus tegengesteld gericht, waardoor de winding gaat draaien van de horizontale stand (links in figuur 42) tot een verticale stand (rechts in figuur 42).

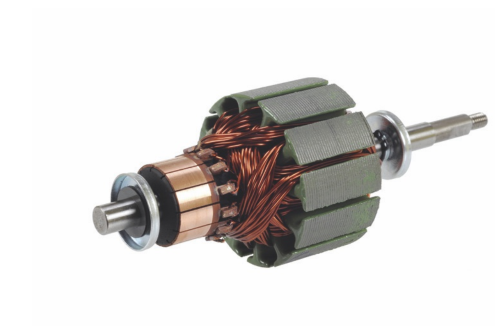


Figuur 42 **Twee standen**



Figuur 43 **De stroomrichting door de spoel wordt door de zwarte sleepcontacten telkens omgeschakeld als de spoel door de verticale stand beweegt.**

Als de winding een kwart slag is gedraaid (figuur 42 rechts), wijzen de twee lorentzkrachten nog steeds omhoog en omlaag. Ze zorgen dan niet meer voor een verdere draaiing, de rotor staat in de 'dode stand'. Schiet de spoel door zijn snelheid door de dode stand heen, dan blijven de lorentzkrachten gelijkgericht en werken de draaiing tegen. Om te zorgen dat de motor blijft draaien, moet de richting van de stroom worden omgedraaid. De lorentzkrachten werken dan in tegengestelde richtingen en de spoel draait een halve slag verder. Dat telkens omkeren van de stroomrichting vindt plaats met behulp van sleepcontacten. Twee gebogen koperen strippen aan de uiteinden van de stroomdraad van de spoel zijn via die sleepcontacten verbonden met de spanningsbron (zie figuur 43). Tijdens het draaien wisselt de stroom daardoor steeds op de juiste momenten van richting. Meestal bestaat de rotor in een elektromotor uit meerdere spoelen die beurtelings ingeschakeld worden (zie figuur 44).

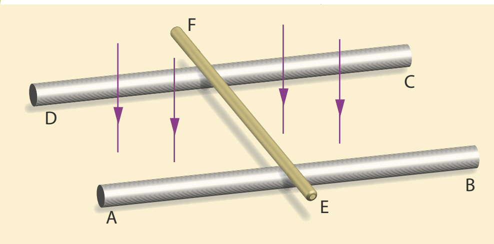


Figuur 44 **Rotor met meerdere wikkelingen**

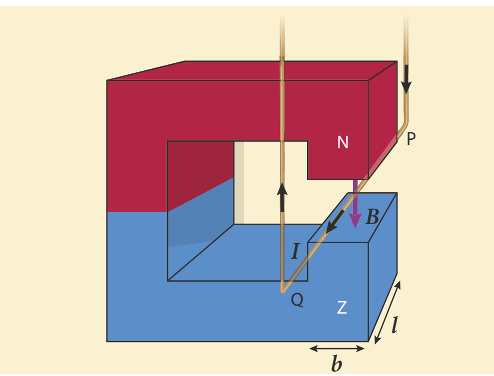
28 De paragraafvraag is: Hoe wordt in een elektromotor en in een luidspreker elektrische energie omgezet in bewegingsenergie? Wat is het antwoord op deze vraag?

29 **T** In figuur 43 is een elektromotor getekend, met een spoel van één winding.

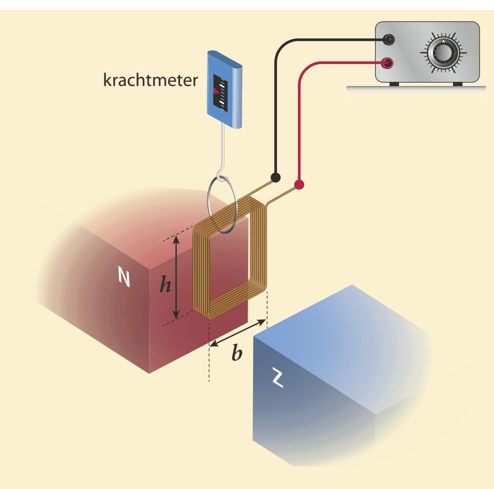
- a Teken in de figuur de richting van het magnetisch veld en geef in een paar punten de richting van de elektrische stroom aan.
- b Teken de richting van de lorentzkracht op beide zijkanten van de spoel. In welke richting draait de spoel?
- c Hoe verandert op elke zijde van de spoel de richting van de lorentzkracht als de spoel een kwart slag gedraaid is?



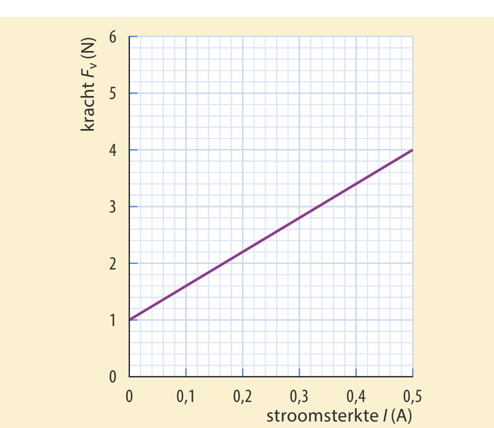
Figuur 45



Figuur 46



Figuur 47



Figuur 48

30 **T** Twee aluminium staven AB en CD liggen op een afstand van 24 cm van elkaar. Deze staven bevinden zich in een verticaal homogeen magnetisch veld, zie figuur 45. De magnetische veldsterkte B is 0,92 T. Dwars op de twee staven ligt een koperen staaf EF met een lengte van 30 cm. De staafuiteinden B en C worden aangesloten op een gelijkspanningsbron, zodat door de staaf EF een stroom van 0,58 A loopt. Daardoor rolt deze staaf naar rechts.

a Teken de richting van de lorentzkracht op de rollende staaf en de richting van de stroom door de staaf.

b Bereken de grootte van de lorentzkracht op de rollende staaf.

31 Een stroomdraad PQ hangt tussen de polen van een magneet. Zie figuur 46. Bij deze magneet beperkt het magnetisch veld zich tot de ruimte tussen de twee magneetpolen, het magnetisch veld is daar vrijwel homogeen. Buiten die ruimte is de magnetische veldsterkte nul.
Welke van de volgende grootheden heeft/hebben invloed op de grootte van de lorentzkracht op de stroomdraad?

A De lengte PQ van de stroomdraad
B De lengte ℓ van de polen van de magneet
C De breedte b van de polen van de magneet
D De magnetische veldsterkte B in de ruimte tussen de polen van de magneet
E De stroomsterkte I in de stroomdraad
F De afstand tussen de stroomdraad en de noordpool van de magneet

32 **T** Een spoel is opgehangen aan een krachtmeter en bevindt zich gedeeltelijk tussen twee magneetpolen (zie figuur 47). In de ruimte tussen de twee magneetpolen is het magnetisch veld vrijwel homogeen, daarbuiten is het veld nul. De spoel heeft 200 windingen en is rechthoekig, met een hoogte h van 10,0 cm en een breedte b van 8,0 cm. De lorentzkracht op het onderste deel van de spoel is naar beneden gericht.

a Teken in de figuur de richting van de elektrische stroom bij het onderste deel van de spoel.

b Leg uit dat er in de getekende situatie geen lorentzkracht werkt op de bovenzijde van de spoel.

In figuur 48 zie je hoe de kracht op de krachtmeter afhangt van de stroom door de spoel.

c Bereken de magnetische veldsterkte B van het magnetisch veld waar de spoel zich in bevindt.

33 In een luidspreker bestaat de aandrijving van de conus uit een spoel in het veld van een ringmagneet, zoals in figuur 49. De spoel heeft 470 windingen. Het koperdraad waaruit de spoel bestaat heeft een lengte van 40 m.

a Bereken de diameter van de spoel.

In de sleuf waarin de spoel zich bevindt, is de magnetische veldsterkte 190 mT. Op een bepaald moment loopt de stroom door de windingen van de spoel in de richting zoals weergegeven in figuur 49. Hierdoor ondervindt elke winding van de spoel een lorentzkracht.

b Bepaal de richting van de lorentzkracht in een aantal punten van de winding.

De spoel van de luidspreker is verend opgehangen in de sleuf. De veerconstante van de ophanging is $1{,}6 \cdot 10^3$ N/m. Op een bepaald moment loopt een constante stroomsterkte van 0,23 A door de spoel.

c Bereken de uitwijking van de conus op dat moment.

34 De eenheid van de magnetische veldsterkte B is tesla.

a Laat zien dat voor de eenheid tesla geldt: $1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}}$.

In figuur 50 zie je een stroombalans. Die werd vroeger gebruikt om een stroomsterkte heel nauwkeurig te meten. De bovenste stroomdraad wordt naar beneden getrokken door de lorentzkracht, veroorzaakt door het magneetveld van de onderste draad.

b Leg uit dat twee evenwijdige stroomdraden met gelijke stroomrichting elkaar aantrekken.

Voor de sterkte van het magneetveld B van een rechte draad met stroomsterkte I op afstand r van de draad geldt: $B = 2{,}0 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r}$. Beide draden hebben een lengte van 50 cm. De onderlinge afstand is 2,0 cm. Door beide draden loopt een stroomsterkte van 8,2 A.

c Bereken de sterkte van het magneetveld van de onderste draad ter plaatse van de bovenste draad.

d Bereken de grootte van de lorentzkracht op de bovenste draad.

35 **T** In figuur 51 zie je een opstelling waarbij de lorentzkracht voor beweging zorgt. Een stroomdraad maakt met het ene uiteinde contact met de bovenkant van een staafbatterij. Het andere uiteinde wordt met de hand vastgehouden, terwijl het contact maakt met de zijkant van een platte ronde magneet. De elektrische stroom loopt vanaf de batterij achtereenvolgens door een ijzeren schroef, door de ronde magneet en door de stroomdraad, weer terug naar de batterij. De magneet heeft aan de bovenzijde een noordpool.

a Teken in de figuur een paar magnetische veldlijnen van de noordpool van de magneet naar de zuidpool.

b Leg uit dat de magneet gaat bewegen.

c In welke richting gaat de magneet draaien?

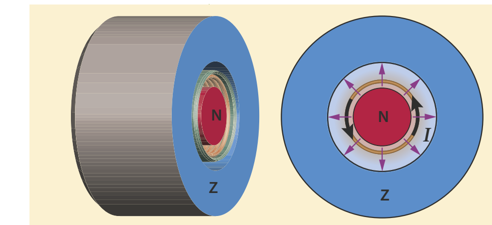
36 **T** In sommige kerncentrales wordt vloeibaar natrium gebruikt als koelvloeistof. Deze vloeistof wordt rondgepompt met een Faradaypomp.
De werking van zo'n pomp berust op lorentzkracht. Zie figuur 52.
In de buis zit vloeibaar natrium. Via de twee koperen elektroden kan een elektrische stroom door het vloeibare natrium lopen. De richtingen van het magnetisch veld en de elektrische stroom staan loodrecht op elkaar.

a Teken de richting van de elektrische stroom en de richting van het magnetisch veld.

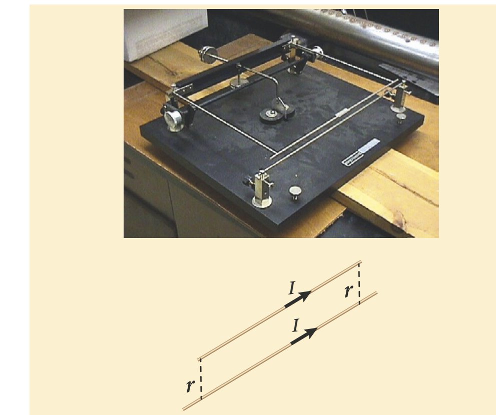
b In welke richting stroomt het natrium door de buis?

Via de twee koperen elektroden loopt een elektrische stroom van 90 A door het vloeibare natrium. De binnendoorsnede van de buis tussen de magneetpolen is 5,0 mm hoog en 22 mm breed. De sterkte van het homogene magnetisch veld tussen de polen is 0,78 T.

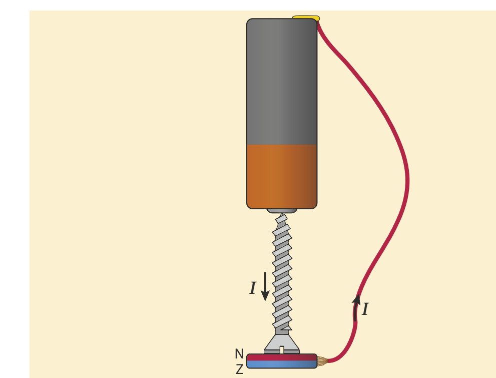
c Bereken de grootte van de lorentzkracht in de pompbuis.



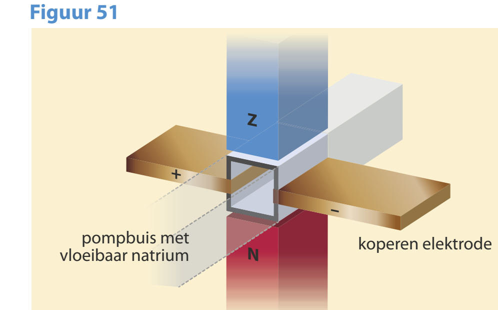
Figuur 49 **Doorsnede van de luidspreker in zijaanzicht (links) en in vooraanzicht (rechts).**



Figuur 50 **Foto en schematische tekening van een stroombalans**



Figuur 51



Figuur 52 **Faradaypomp**

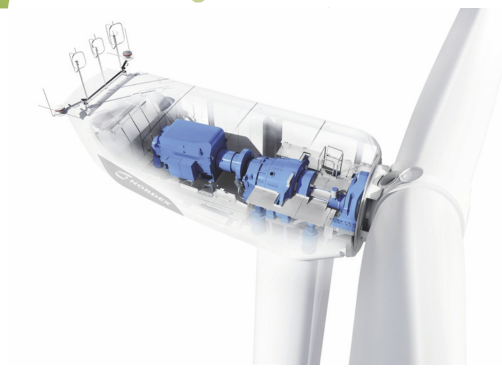
Oefenen A

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 8.2 en 8.3 begrepen hebt.

8.4 Elektromagnetische inductie

ONTDEKKEN

Onze hele wereld zou er nogal anders uitzien zonder elektrische apparaten, zoals twee eeuwen geleden. Toen kon je alleen met batterijen een zwak stroompje laten lopen. De uitvinding van de dynamo is dan ook van grote invloed geweest op de maatschappij. Een draaiende dynamo of generator zet bewegingsenergie om in elektrische energie en laat een elektrische stroom lopen in de aangesloten kring.
Een fietsdynamo heeft, net als een kleine gelijkstroommotor, een permanente magneet en een spoel die ten opzichte van elkaar bewegen. Kennelijk wordt er dan een elektrische stroom opgewekt in de spoel. Hoe werkt dat eigenlijk?



Figuur 53 **Generator in een windmolen**

Figuur 54 **Fietsdynamo**

PARAGRAAFVRAAG

Hoe wek je elektrische spanning en stroom op met een spoel in een magneetveld?

BEGRIJPEN

Magneet bij een spoel

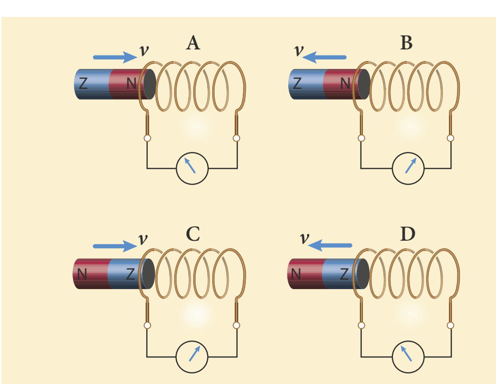
Een fietsdynamo bestaat meestal uit een ronddraaiende magneet en één of meer spoelen. Het principe van een dynamo kun je nabootsen door een spoel aan te sluiten op een gevoelige stroommeter en een staafmagneet in de richting van de spoel heen en weer te bewegen, zoals in figuur 55. Er loopt dan alleen een stroompje zolang de magneet beweegt. De beweging van de magneet veroorzaakt blijkbaar een spanning over de uiteinden van de spoel, waardoor er een stroompje loopt als er een gesloten stroomkring is. De spanning over de uiteinden van de spoel die ontstaat tijdens de beweging van de magneet, heet de ***inductiespanning***. De inductiespanning is er alleen zolang de magneet beweegt.

Door de magneet heen en weer te bewegen ontstaat er wisselspanning. Als de magneet met de noordpool naar de spoel toe beweegt, ontstaat er een elektrische spanning in de spoel die door de stroommeter een ***inductiestroom*** de ene kant op laat lopen. Haal je de magneet weer weg, dan ontstaat er een tegengestelde spanning en dus een tegengestelde richting van de stroom. Wanneer je hetzelfde doet met de magneet andersom, zijn de inductiespanningen ook omgekeerd. Houd je de magneet stil en beweeg je de spoel ernaartoe, dan zie je precies hetzelfde gebeuren als wanneer je de spoel stilhoudt en de magneet ernaartoe beweegt. De inductiespanning ontstaat dus door de relatieve beweging van de magneet en de spoel.

Draai je de magneet of de spoel een kwart slag, en nader je zo met de magneet de spoel of andersom, dan gebeurt er niets. Er ontstaat in dat geval geen inductiespanning, want daarvoor moeten magnetische veldlijnen van de magneet door de spoel gaan lopen.

Experiment 7: Spoel en magneet

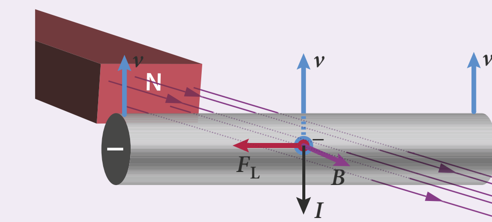
Experiment 8: Draad en magneet



Figuur 55 **Een bewegende magneet veroorzaakt een inductiespanning in een spoel. De stroomrichting door de stroommeter is hetzelfde bij A en D en ook bij B en C.**

INDUCTIE EN LORENTZKRACHT

Een inductiespanning in de spoel betekent dat er van buitenaf een kracht werkt op de elektronen in de draad van de spoel. Kennelijk zorgt een *bewegende magneet* voor een kracht op geladen deeltjes, op dezelfde manier als hoe een stilstaande magneet een kracht uitoefent op bewegende elektronen in een stroomdraad. Deze kracht is dus de lorentzkracht.
Wanneer een draad beweegt in een magneetveld, bewegen ook de vrije elektronen in de draad met die snelheid mee in dat magneetveld (zie figuur 56). De beweging van die elektronen kun je opvatten als een elektrische stroom I in tegengestelde richting van de beweging van de draad.
Volgens de rechterhandregel is de lorentzkracht op de elektronen in de draad in figuur 56 dan naar links gericht, waardoor de linkerkant van de draad negatief wordt. De rechterkant van de draad wordt positief, doordat daar elektronen weggetrokken worden door de lorentzkracht. De uiteinden van de draad worden zo een pluspool en een minpool van een spanningsbron.

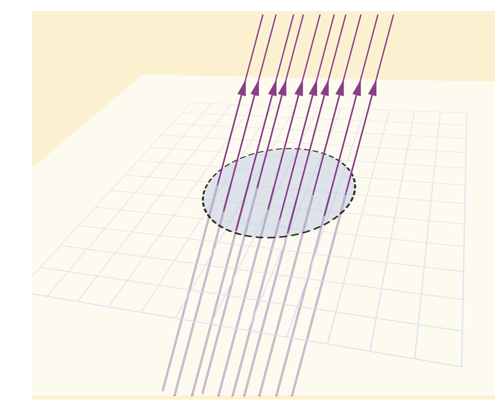


Figuur 56 **De lorentzkracht duwt de elektronen in een bewegende draad opzij.**

Magnetische flux

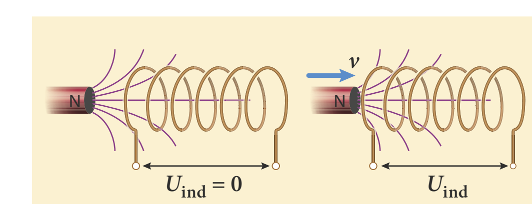
Er is ook een manier om het ontstaan van een inductiespanning over een kring te beschrijven zonder de lorentzkracht te gebruiken, namelijk met de ***magnetische flux***. Dit is het aantal magnetische veldlijnen dat door het oppervlak binnen die kring gaat, zie figuur 57. Daarbij geldt dat het aantal veldlijnen per m^2 door een *loodrecht* oppervlak evenredig is met de magnetische veldsterkte B. Magnetische veldlijnen zijn denkbeeldige lijnen en flux is dus ook een denkbeeldige grootheid, maar het zijn allebei handige (wiskundige) hulpmiddelen. Het ontstaan van een inductiespanning is nu als volgt te beschrijven:

Als de magnetische flux door een spoel verandert, wordt er een inductiespanning in de spoel opgewekt.



Figuur 57 **Magnetische flux**

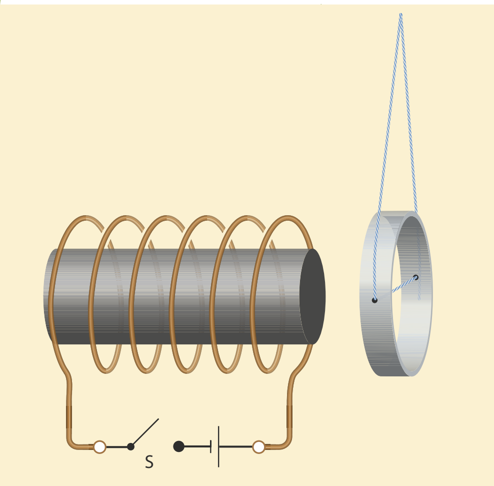
Beweegt een staafmagneet zoals in figuur 58 naar een spoel toe, dan neemt het aantal veldlijnen door de spoel toe. De magnetische flux wordt dan groter. Is de kring gesloten, dan loopt de inductiestroom in dezelfde richting zolang de flux door de spoel toeneemt. Beweegt de magneet van de spoel af, dan neemt de magnetische flux door de spoel af , is de inductiespanning andersom en loopt de inductiestroom de andere kant op. Hoe groter de verandering van de flux per seconde is, hoe groter de inductiespanning is en dus ook (als de kring gesloten is) de inductiestroom. En hoe groter het aantal windingen van de spoel is, hoe groter de inductiespanning over de spoel is.



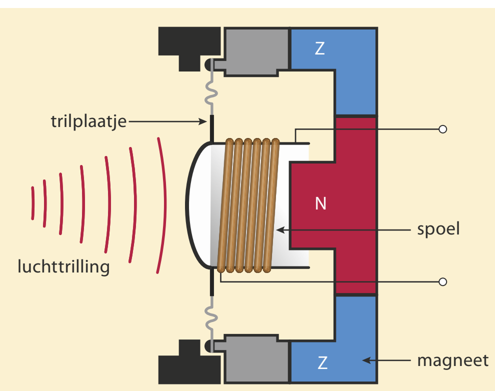
Figuur 58 **Alleen als de door de spoel omvatte magnetische flux verandert, is er een inductiespanning.**

GESCHIEDENIS VAN VELDLIJNEN EN FLUX

Het woord flux duidt op stroming. Maar wat stroomt er dan in een magnetisch veld? Michael Faraday (1791-1867) kon niet geloven dat een magneet op afstand een kompasnaaldje kan verdraaien. Daarom veronderstelde hij dat er 'iets' moet bewegen vanuit de magneet naar het kompas. Die veronderstelde stroming noemde hij de flux. De richting ervan is langs de magnetische veldlijnen en de 'sterkte' gaf hij aan met de dichtheid van die veldlijnen. Toen Maxwell (1831-1879) de wiskundige wetten van het elektromagnetisme had ontdekt, verbleekte het idee dat er 'iets' stroomt. Het woord flux is echter gebleven.



Figuur 59



Figuur 60 **Schema van een microfoon**

Inductie zonder bewegende magneet

De magnetische flux door een spoel of ring kan ook veranderen zonder beweging van een magneet. In figuur 59 zie je een aluminium ring die voor een elektromagneet hangt. Als de stroom ingeschakeld wordt, zwaait de ring naar rechts en zakt daarna weer terug. Wordt de stroom uitgeschakeld, dan zwaait de ring even naar links en zakt weer terug. Aluminium wordt zelf niet magnetisch, het is hier dus de lorentzkracht die de ring doet bewegen.

De verklaring met magnetische flux is als volgt. Zolang de flux door de ring toeneemt, ontstaat er een inductiespanning die in de ring een inductiestroom laat lopen. Het magnetisch veld van die inductiestroom en het veld van de ingeschakelde elektromagneet stoten elkaar af, waardoor de ring naar rechts gaat zwaaien. Is de flux van de elektromagneet door de ring constant geworden, dan is er geen inductie meer en zakt de ring weer terug. Bij het uitschakelen van de stroom met de schakelaar gebeurt precies het omgekeerde.

MICROFOON

De werking van een (ouderwetse) dynamische microfoon is hetzelfde als van een luidspreker, maar dan omgekeerd. Het geluid brengt een klein trilplaatje met daaraan een spoel in trilling, zie figuur 60. De spoel beweegt in het magnetisch veld van een permanente magneet en er ontstaat over de spoel een inductiespanning die evenredig is met de snelheid van het trilplaatje. De luchttrilling wordt zo omgezet in een elektrisch signaal, een wisselspanning. De amplitude van deze wisselspanning is meestal vrij zwak, waardoor een versterker nodig is.

- De beweging van een staafmagneet en een spoel, in elkaars verlengde, wekt een inductiespanning over de spoel op.
- De inductiespanning van een dynamo of generator is een wisselspanning.
- De magnetische flux door een oppervlak is het aantal magnetische veldlijnen door dat oppervlak.
- Een veranderende magnetische flux door een spoel veroorzaakt een inductiespanning over de spoel.
- Bij een toenemende flux door een gesloten kring is de inductiestroom de ene kant op. Bij afname van die flux is de inductiestroom omgekeerd.

37 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Als je een magneet naar een metalen ring toe beweegt, ontstaat er een inductiespanning in de ring.
- b Als je een magneet van een geleidende ring af beweegt, ontstaat er geen inductiespanning in de ring.
- c Een dynamo werkt alleen als de spoel stilstaat en de magneet draait, andersom werkt het niet.
- d De spanning die een dynamo levert, heet inductiespanning.
- e Een bewegende magneet bij een stroomdraad veroorzaakt een kracht op de elektronen in de draad.
- f Over een spoel die ronddraait in een magneetveld ontstaat geen inductiespanning.

38 In figuur 60 zie je een schema van een microfoon.
- a Leg kort uit hoe deze microfoon een trilling van de lucht omzet in een elektrisch signaal.
- b Leg uit hoe dit signaal verandert als de frequentie van de trilling groter is.

39 Met een magneet en een spoel (zie figuur 61) kun je een inductiespanning opwekken over de uiteinden van de spoel.
- a Leg uit waardoor er geen inductiespanning is als de magneet niet beweegt.
- b Leg uit dat er een wisselspanning ontstaat als de magneet heen en weer beweegt.
- c Wat verandert er aan de lichtsterkte van het lampje als je de magneet sneller heen en weer beweegt? Leg uit.

40 De elektromagneet van figuur 62 is via een schakelaar S aangesloten op een gelijkspanningsbron. Hieronder staan vier situaties. Leg bij elke situatie uit of er wel of niet een inductiespanning over de rechter spoel ontstaat.
- A De schakelaar is open.
- B De schakelaar wordt gesloten.
- C De schakelaar is al een tijdje gesloten.
- D De schakelaar wordt geopend.

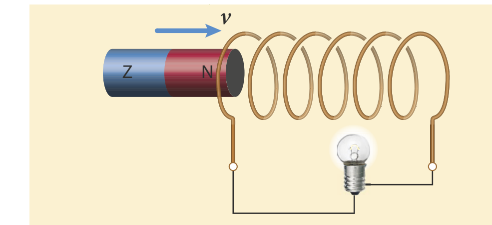
41 De elektromagneet van figuur 63 is aangesloten op een gelijkspanningsbron.
- a Leg uit dat er geen inductiespanning over de rechterspoel ontstaat.

De elektromagneet wordt vervolgens aangesloten op een wisselspanningsbron.
- b Leg uit dat over de rechterspoel nu wel een inductiespanning ontstaat.
- c Leg uit dat de inductiespanning over de rechterspoel een wisselspanning is.

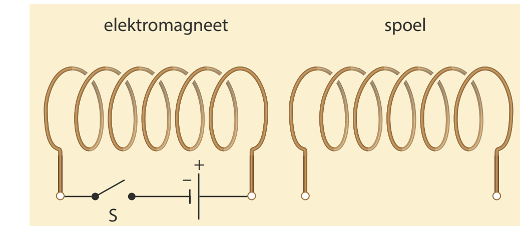
42 **T** In de opstelling van figuur 64 is schakelaar S geopend. Bij het sluiten van S wordt de ring even afgestoten door de spoel.
- a Leg met behulp van het begrip magnetische flux uit waardoor de ring slechts kort wordt afgestoten.
- b Teken in de figuur de richting van de stroom en de richting van het magneetveld van de spoel. Teken ook de noord- en zuidpool van de spoel.
- c Aan welke kant van de ring ontstaat even een noordpool bij het sluiten van S?
- d Teken de inductiestroom in de ring bij het inschakelen van schakelaar S.
- e Leg uit waardoor de ring even wordt aangetrokken op het moment dat schakelaar S weer geopend wordt.

43 **T** In figuur 65 zie je een vierkant draadraam in een magnetisch veld. Binnen het getekende gebied is het magneetveld homogeen en het papier in gericht. Het draadraam beweegt met een constante snelheid naar rechts.
- a Leg uit waardoor er in deze situatie geen inductiestroom loopt door het draadraam.

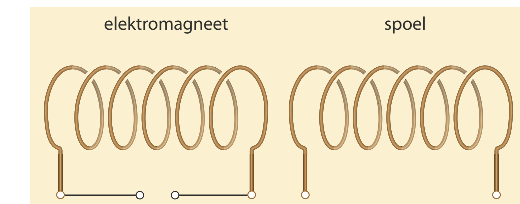
Zodra de rechterzijde van het draadraam buiten het magnetisch veld komt, loopt er een inductiestroom door het draadraam met de wijzers van de klok mee.
- b Leg uit waardoor er dan wel een inductiestroom gaat lopen.
- c Teken deze situatie in figuur 65 en geef op elke zijde van het draadraam de richting van de lorentzkracht aan.



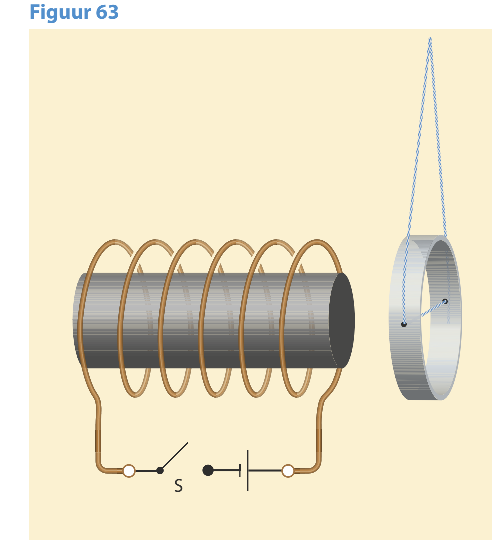
Figuur 61



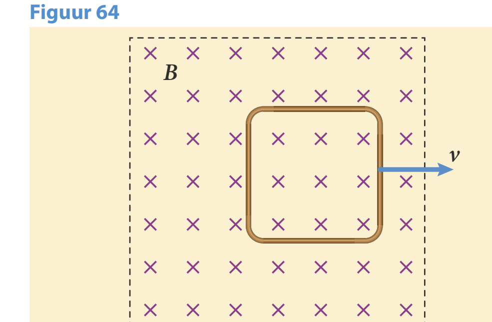
Figuur 62



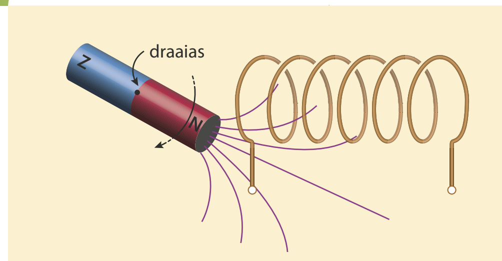
Figuur 63



Figuur 64



Figuur 65 **Draadraam in een magneetveld**



Figuur 66

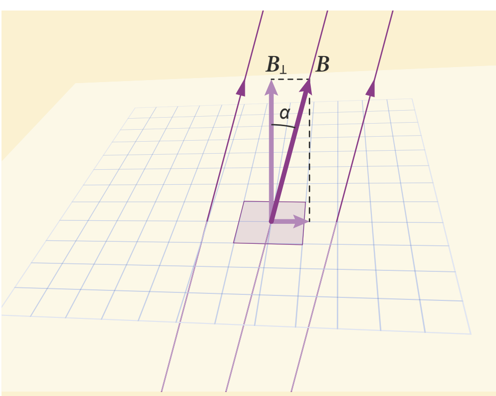
44 s een magneet in de buurt van een spoel om een as wordt rondgedraaid, ontstaat er een inductiespanning over de uiteinden van de spoel. Zie figuur 66.
- a Leg uit of deze inductiespanning een gelijkspanning is of een wisselspanning.
- b Waardoor gaat er in figuur 66 geen inductiestroom lopen?

45 Een dynamo, een elektromotor, een luidspreker en een microfoon lijken wat betreft de werking op elkaar.
- a Bij welk(e) appara(a)t(en) hoort de omschrijving: 'Een stroom in een spoel bij een magneet veroorzaakt een lorentzkracht waardoor beweging ontstaat.'
- b Bij welk(e) appara(a)t(en) hoort de omschrijving: 'De beweging van een spoel bij een magneet veroorzaakt een elektrische spanning.'

BEHEERSEN

Grootte van de magnetische flux

Welke waarde de magnetische flux door een oppervlak heeft, hangt af van de grootte van de magnetische veldsterkte B, van de grootte van het oppervlak A en van de hoek α tussen de richting van de magnetische veldlijnen en de lijn loodrecht op het oppervlak. Als het magneetveld loodrecht op het oppervlak staat, is de flux gelijk aan de oppervlakte A maal de magnetische veldsterkte B. Staat het magneetveld niet loodrecht op het oppervlak, dan neem je de component van het magneetveld loodrecht op het oppervlak. Zie figuur 67.



Figuur 67

De eenheid van flux is Weber (Wb), genoemd naar een belangrijke natuurkundige uit de 19de eeuw. Voor de flux geldt:

$$\boxed{\phi = B_\perp \cdot A}$$

Hierin is ϕ de magnetische flux (in Wb) door het oppervlak, $B_\perp$ de component van de magnetische veldsterkte loodrecht op het oppervlak (in T) en A de grootte van het oppervlak (in m^2).

Magnetische flux en inductiespanning

Er is alleen een inductiespanning als de magnetische flux door de winding of de spoel verandert. De grootte van de inductiespanning over een winding is evenredig met de verandering van de toename of afname van de flux per seconde. De inductiespanning is dus evenredig met de afgeleide van de flux:

$$\boxed{U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}}$$

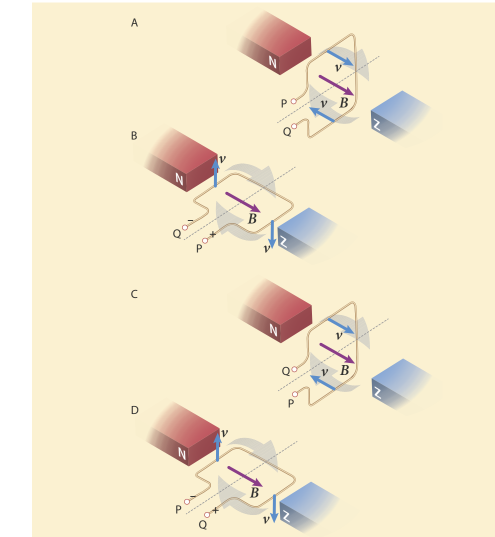
Hierin is U_{ind} de inductiespanning over de winding (in V) en $\frac{d\Phi}{dt}$ de verandering per s van de magnetische flux door de ring (in Wb/s).

Bij een spoel is de inductiespanning ook afhankelijk van het aantal windingen. Omdat alle windingen in serie staan, is de totale inductiespanning gelijk aan de som van de inductiespanningen over de windingen. Voor een spoel met N windingen geldt dus:

$$\boxed{U_{\text{ind}} \propto N \cdot \frac{d\Phi}{dt}}$$

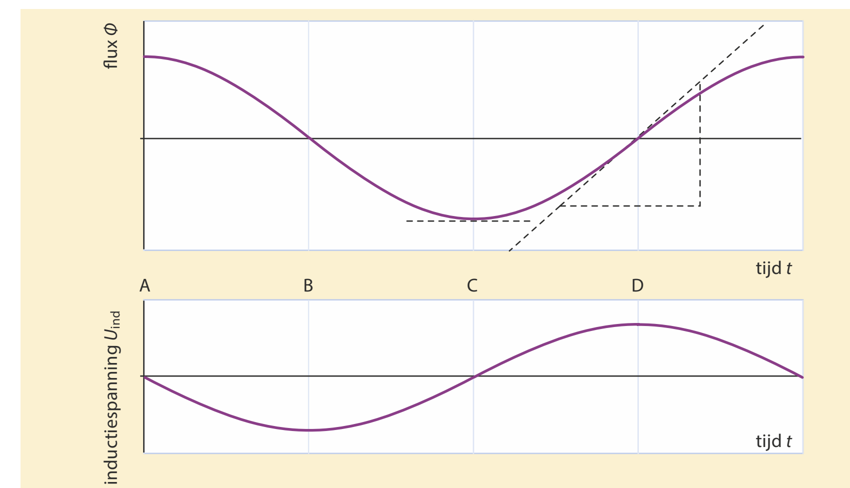
Dynamo

Een dynamo bestaat uit een draaiende spoel in een magneetveld of een draaiende magneet tussen spoelen. In figuur 68 is één winding getekend van een spoel die ronddraait in een homogeen magneetveld. De blauwe pijlen geven de richting aan waarin de winding beweegt



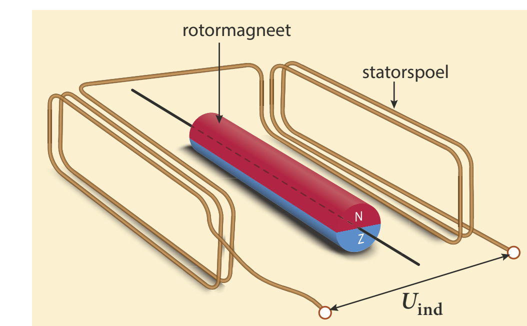
Figuur 68 Dynamodraadraam

In de posities A en C in figuur 68 is de flux maximaal doordat het magneetveld en de winding loodrecht op elkaar staan. In positie B en D is de flux door de winding nul. In de bovenste grafiek van figuur 69 zie je dat de flux door de winding in positie A en C vrijwel constant is, terwijl in B en D de fluxverandering het grootst is. Dat betekent dat in A en C de inductiespanning nul is en in B en D maximaal.



Figuur 69 De magnetische flux ϕ (boven) en de opgewekte inductiespanning U_{ind} tussen P en Q (onder)

Experiment 9: Vallende magneet

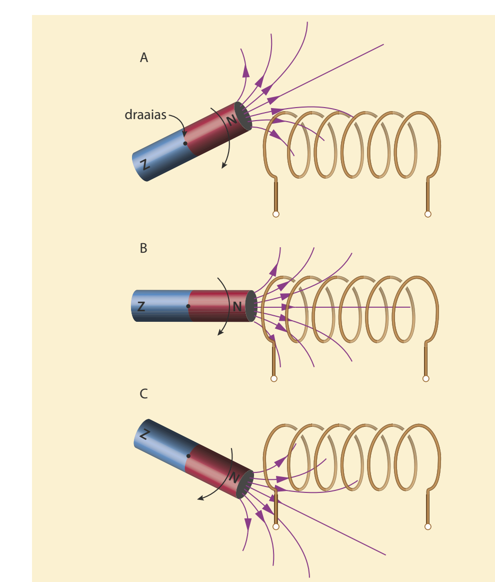


Figuur 70 Dynamoprincipe (voor de duidelijkheid is de magneet veel te dun getekend)

De inductiespanning is evenredig met de afgeleide van de flux en dus evenredig met de helling van de raaklijn aan de grafiek van de flux. In positie A en C is de helling nul, de flux verandert vrijwel niet als de winding iets draait. De afgeleide is nul en de inductiespanning is ook nul. In positie B en D is de helling van de grafiek van de flux maximaal. De flux verandert immers snel als je de winding iets draait. De inductiespanning is dan maximaal.

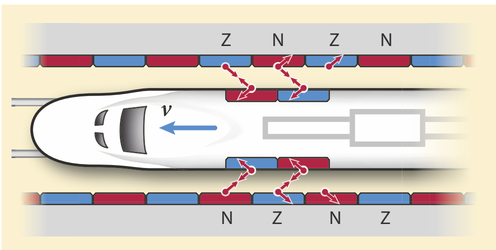
Fietsdynamo

Een fietsdynamo bestaat soms uit een ronddraaiende spoel tussen magneten maar vaak uit een draaiende magneet tussen twee spoelen, zie figuur 70. In figuur 71 zie je dat de magnetische flux toeneemt, als de magneet naar de spoel toe draait en afneemt als hij er van wegdraait. De veranderende flux zorgt twee keer voor een inductiespanning, waarbij het teken van de spanning omkeert in positie B. Voor de werking van de dynamo maakt het niet uit wat beweegt, de spoel of de magneet. Het gaat om de onderlinge beweging. In dynamo's beweegt meestal de magneet, maar in grote generatoren draait de spoel tussen elektromagneten rond.



Figuur 71

Figuur 72 **Zweeftrein**

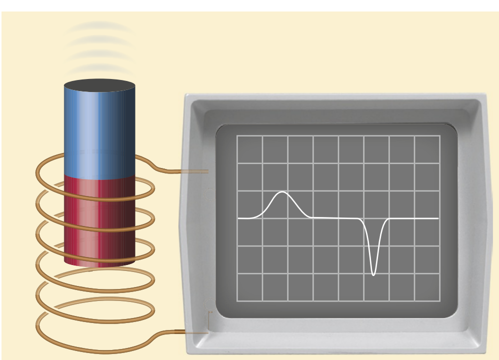


Figuur 73 **Bovenaanzicht van de baan met voortstuwingsmagneten.**

MAGNETISCHE ZWEEFTREIN

Een zweeftrein maakt op twee manieren gebruik van elektromagnetisme: bij het zweven van de trein en bij de voortstuwing. Inductie speelt een belangrijke rol bij de voortstuwing.
Langs de baan bevinden zich voortstuwingsmagneten, dat zijn elektromagneten. Er loopt alleen een stroom door die elektromagneten die zich naast de trein bevinden. Die stroom verandert voortdurend van richting, waardoor de polen van de voortstuwingsmagneten afwisselend noord en zuid zijn.
In figuur 73 zie je hoe de voortstuwingsmagneten de trein naar voren duwen. Een noordpool in de trein wordt naar voren getrokken door een zuidpool langs de baan en naar voren geduwd door een noordpool. Even later, als de trein een klein stukje is opgeschoven, wisselt de stroom van richting en dus ook de polen van de voortstuwingsmagneten. De trein wordt dan opnieuw naar voren geduwd.
Het systeem langs de baan maakt gebruik van inductielussen die de beweging van de magneten van de trein 'voelen'. Met behulp van de richting van die inductiestroom kan het systeem bepalen in welke richting de stroom door de voortstuwingsspoelen moet lopen.

46 De paragraafvraag is: Hoe wek je elektrische spanning en stroom op met een spoel in een magneetveld? Wat is het antwoord op deze vraag?

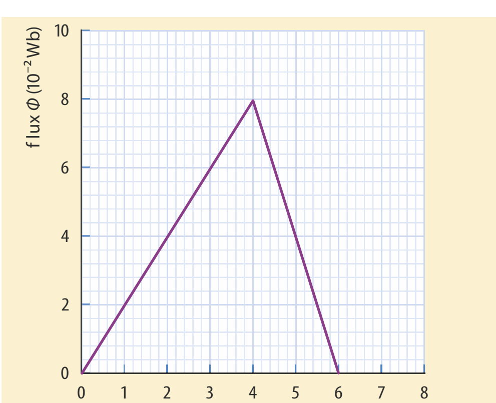


Figuur 74

47 Het verschijnsel inductie kun je verklaren met het begrip magnetische flux.
- a Van welke grootheden hangt de magnetische flux binnen een spoel af?
- b Met welke formule kun je de magnetische flux berekenen?
- c Welke eenheden horen bij de grootheden in deze formule?
- d Beschrijf hoe de inductiespanning afhangt van de magnetische flux.

48 **T** Een verticaal opgestelde spoel is aangesloten op een oscilloscoop (figuur 74). Boven de spoel wordt een staafmagneet losgelaten, die door de spoel valt. Op het scherm van een oscilloscoop wordt de inductiespanning over de spoel weergegeven als functie van de tijd. Op het scherm zie je twee spanningspulsen, zoals in figuur 74.
- a Leg uit waardoor er twee pulsen zijn.
- b Leg uit waardoor de tweede puls hoger is dan de eerste.
- c Leg uit waardoor de tweede puls smaller is dan de eerste.
- d Hoe komt het dat de richting van de inductiestroom omkeert, zodra de magneet zich van de spoel verwijdert?

Vervolgens valt de magneet van iets grotere hoogte door de spoel. Bovendien is de magneet omgekeerd, waardoor de andere pool naar beneden wijst.
- e Schets in figuur 74 het oscilloscoopbeeld bij deze valbeweging.



Figuur 75

49 Binnen een spoel met 300 windingen verandert de magnetische flux ϕ als functie van de tijd t, zoals weergegeven in het diagram van figuur 75.
- a Bepaal de helling van de grafiek tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s.

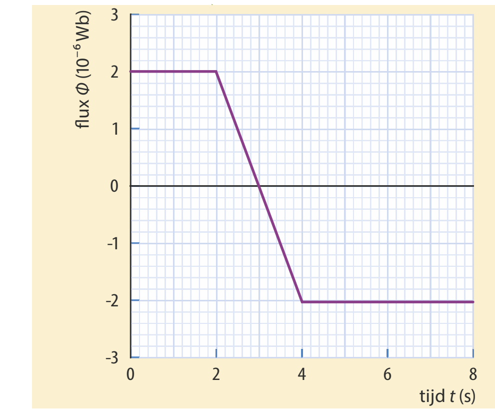
Tussen $t = 0$ en $t = 4,0$ s is de inductiespanning + 6,0 V.
- b Bepaal de inductiespanning tussen $t = 4,0$ s en $t = 6,0$ s.

De spoel wordt vervangen door een even lange spoel met 150 windingen.
- c Hoe verandert dan de inductiespanning in beide periodes? Leg uit.

50 Binnen een spoel met 1200 windingen verandert de magnetische flux ϕ als functie van de tijd t zoals weergegeven in het diagram van figuur 76. De spoel is kortgesloten via een stroommeter die op $t = 2,5$ s een stroomsterkte van 0,25 A aangeeft.
- a Gedurende welke periode is sprake van een inductiespanning?

Op tijdstip $t = 3,0$ s verandert de flux van richting.
- b Verandert dan ook de inductiestroom van richting? Leg uit met behulp van de afgeleide van de flux.

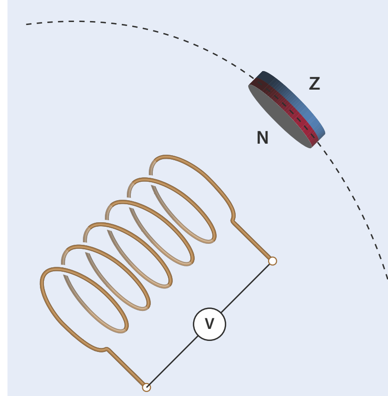
De spoel wordt vervangen door een even lange spoel met 800 windingen en gelijke weerstand. Vervolgens verandert de flux opnieuw zoals in figuur 76.
- c Bereken de stroomsterkte door de spoel. Neem aan dat de weerstand van de spoel constant is.



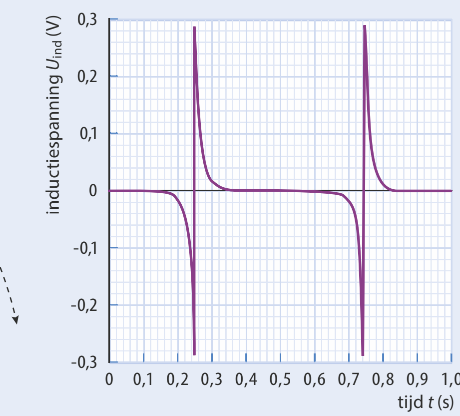
Figuur 76

51 **T** Een fietscomputer geeft onder andere de snelheid en de afgelegde afstand aan. De sensor van de fietscomputer is bevestigd aan de voorvork van de fiets en bestaat uit een spoeltje. Aan een spaak van het voorwiel is een kleine magneet geklemd. In figuur 77 zie je hoe de magneet het spoeltje passeert. Daarbij wordt een inductiespanning in het spoeltje opgewekt. Terwijl een fietser met constante snelheid rijdt, wordt deze inductiespanning U_{ind} gemeten als functie van de tijd t. Het resultaat is weergegeven in het diagram van figuur 78.
- a Als de magneet het spoeltje passeert, wordt eerst een negatieve en daarna een positieve spanningspuls opgewekt. Leg uit waardoor de spanning 'omkeert'.

De fietser fietst nu langzamer. Er wordt opnieuw een U_{ind},t-diagram opgenomen.
- b Schets in figuur 78 het nieuwe diagram. Geef ook een toelichting.

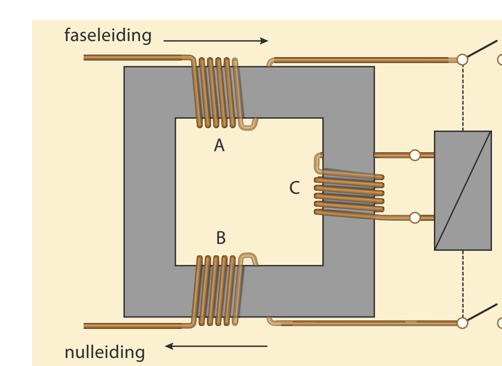


Figuur 77



Figuur 78

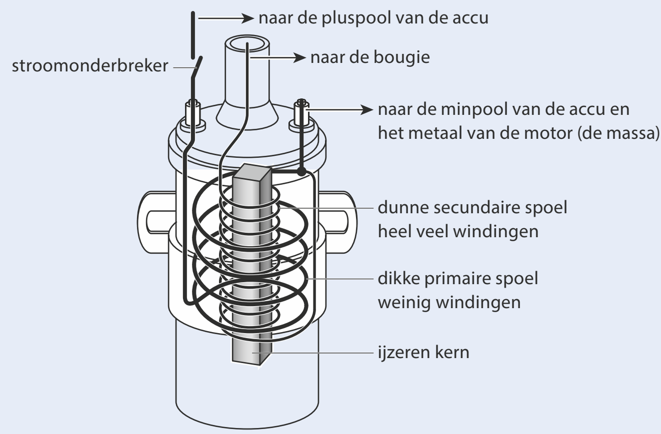
52 Een aardlekschakelaar schakelt de netspanning in huis uit als er stroom 'weglekt', bijvoorbeeld doordat er een stroompje door iemands lichaam naar de aarde gaat. De stroom door de faseleiding (zie figuur 79) is dan ongelijk aan de stroom door de nulleiding, terwijl in normale omstandigheden die twee stromen gelijk zijn. Door spoel A en B gaan de elektrische stromen die het huis in- en uitgaan. Spoel C is aangesloten op een relais dat de schakeling verbreekt, zodra er een stroom door spoel C loopt.
- a Leg uit dat in normale omstandigheden de magnetische flux door spoel C nul is.
- b Leg de werking van deze aardlekschakelaar uit.
- c Zou de aardlekschakelaar ook kunnen werken bij gelijkspanning? Leg uit.



Figuur 79

53 In een benzinemotor is een vonk nodig om de benzine te laten ontploffen. Zo'n vonk ontstaat bij een spanningspuls van duizenden volts, die opgewekt wordt met twee spoelen die om dezelfde ijzeren kern zijn gewikkeld. De eerste spoel heeft niet zo veel windingen en is via een schakelaar aangesloten op de accu. De tweede spoel heeft een zeer groot aantal windingen en is aangesloten op een bougie in de cilinder. Als de schakelaar tussen de accu en de eerste spoel wordt geopend, ontstaat er een grote spanningspuls over de tweede spoel en dus over de bougie, waardoor daar een vonk overspringt.

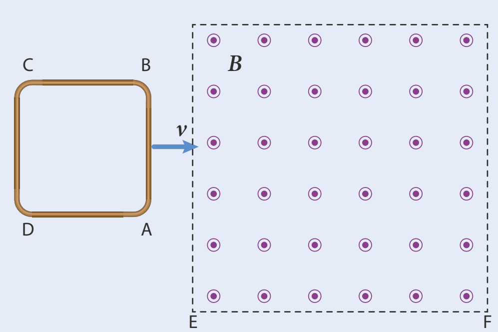
- **a** In welke spoel ontstaat dan een inductiespanning? Leg uit.
- **b** Leg uit waardoor deze inductiespanning zeer groot is.



Figuur 80

54 Een vierkant draadraam wordt met een constante snelheid van links naar rechts door een homogeen magnetisch veld bewogen, zoals weergegeven in figuur 81. Het magnetisch veld is alleen aanwezig in het aangegeven deel van de ruimte. De magnetische veldsterkte B staat loodrecht op het papier en is het papier uit gericht.

- **a** Schets in een ϕ,t-diagram hoe de magnetische flux binnen de spoel verandert.
- **b** Leg uit wanneer er een inductiestroom door het draadraam loopt.
- **c** Is de richting van de inductiestroom steeds gelijk? Leg uit.



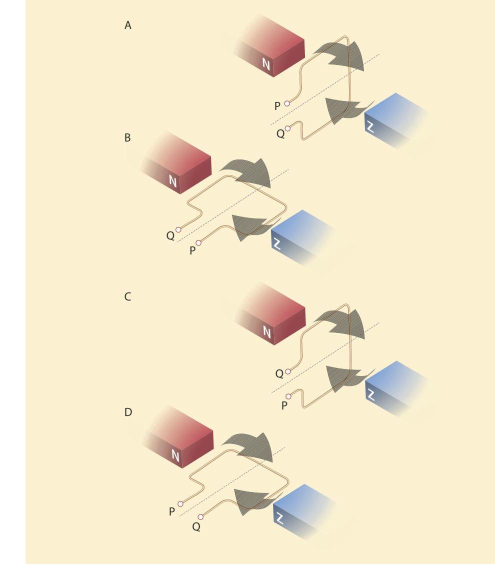
Figuur 81

55 Een dynamo bestaat uit een ronddraaiende spoel in een magnetisch veld, zoals schematisch weergegeven in figuur 82. De spoel draait met constante snelheid rond in een homogeen magnetisch veld met $B = 0{,}50$ T. In figuur 82 zijn vier opeenvolgende standen van deze spoel getekend. De magnetische flux door de winding is positief tussen de standen A en B, en negatief tussen de standen B en C. De spoel van 150 windingen heeft een oppervlakte $A = 6{,}0$ cm² en maakt 20 omwentelingen per seconde.

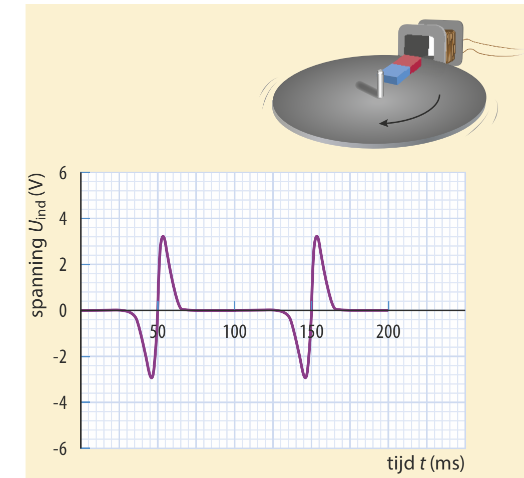
- **a** Teken in een ϕ,t-diagram hoe de magnetische flux binnen de spoel verandert. Teken in het diagram met de letters A t/m D ook de vier standen van de spoel.
- **b** Bij welke standen is $\frac{d\Phi}{dt}$ maximaal? Wat betekent dit voor de inductiespanning?
- **c** Bij welke standen is $\frac{d\Phi}{dt}$ nul? Wat betekent dit voor de inductiespanning?
- **d** Schets het bijbehorende U_{ind},t-diagram. Geef met de letters A t/m D de vier standen van de spoel aan.

56 **T** Voor een spoel draait een tafeltje rond met daarop een staafmagneet. Het bijbehorende U_{ind},t-diagram is in figuur 83 getekend.

- **a** Schets in de figuur het U_{ind},t-diagram als de schijf 2 × zo snel draait.
- **b** Leg uit waardoor de oppervlakte onder één spanningpuls niet verandert als de schijf sneller gaat draaien.
- **c** Schets het U_{ind},t-diagram als het aantal windingen van de spoel 2 × zo groot is.
- **d** Is de oppervlakte onder één puls nu weer even groot? Leg uit.



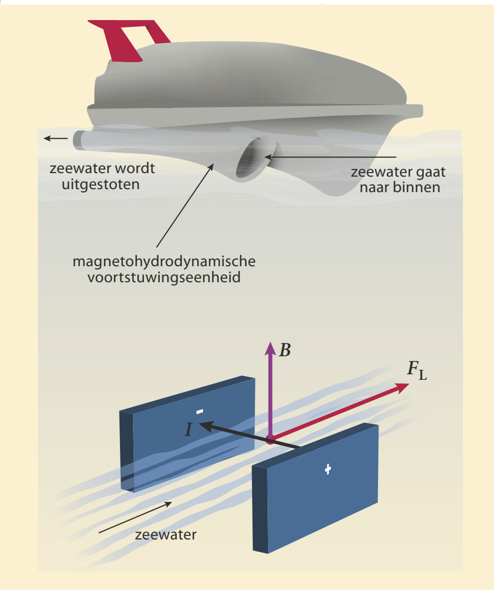
Figuur 82



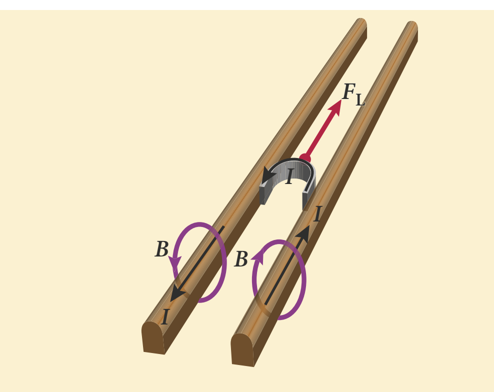
Figuur 83

Oefenen B

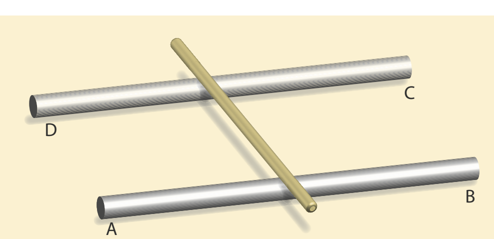
Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 8.2 t/m 8.4 begrepen hebt.



Figuur 84 **Magnetohydrodynamische voortstuwing**



Figuur 85 **Railgun**



Figuur 86

8.5 Verdieping

Magnetohydrodynamische voortstuwing

In figuur 84 zie je een boot met magnetohydrodynamische voortstuwing (MHD). Deze voortstuwing werkt zonder bewegende onderdelen in de boot. Er is geen schroef die ronddraait en geen motor of pomp die voor beweging zorgt. Er wordt alleen gebruikgemaakt van een elektrische stroom, een magnetisch veld en de lorentzkracht. Een MHD-boot maakt vrijwel geen geluid en dat is bijvoorbeeld zeer interessant voor militaire vaartuigen die niet ontdekt willen worden door sonarapparatuur.

De werking van MHD-voortstuwing is in figuur 84 schematisch weergegeven. Accu's (of een generator) en twee metalen elektroden aan de onderzijde van de boot zorgen voor een elektrische stroom door het zoute zeewater. Een sterke magneet in de boot zorgt voor een magneetveld dat verticaal gericht is. De lorentzkracht duwt het zeewater naar achteren en zorgt daarmee voor de voortstuwing van de boot. De kracht van de boot op het water en de kracht van het water op de boot is immers een wisselwerking. De boot zet zich af tegen het water met behulp van de lorentzkracht.

Lanceren met lorentzkracht

Een railgun is een elektrisch kanon dat een projectiel langs twee metalen rails wegschiet met behulp van de lorentzkracht. Zie figuur 85. Het projectiel maakt daarbij voortdurend contact met de rails, zodat er een elektrische stroom door de rails en door het projectiel kan lopen. De stroom door de rails zorgt voor een magneetveld. Op de stroom door het projectiel werkt de lorentzkracht die het projectiel versnelt. De Amerikaanse marine heeft een railgun getest die een kogel van 3,5 kg versnelt tot 7 × de geluidssnelheid (Mach 7).

57 Bij een boot die gebruikmaakt van magnetohydrodynamische voortstuwing werkt de lorentzkracht op het water naar achteren.

- **a** Leg uit hoe deze kracht voor de voortstuwing van de boot zorgt.
- **b** Leg met behulp van de formule voor de lorentzkracht uit dat er een zeer grote elektrische stroom door het zeewater moet lopen. Maak in je uitleg gebruik van schattingen van de afstand tussen de elektroden, de sterkte van het magneetveld en de grootte van de voortstuwende kracht.

58 Het principe van een railgun is in figuur 86 getekend. De spanningsbron wordt aangesloten bij A en D.

- **a** Leg uit dat de koperen staaf naar rechts beweegt, als A op de pluspool van de spanningsbron wordt aangesloten en D op de minpool.
- **b** Leg uit dat de koperen staaf ook naar rechts beweegt, als A op de minpool van de spanningsbron wordt aangesloten en D op de pluspool.

Een railgun schiet het projectiel dus altijd van de spanningsbron af.

- **c** Leg uit of je een railgun ook kunt afschieten met wisselstroom.

Draadloos opladen

Een elektrische tandenborstel wordt opgeladen zonder dat er elektrisch contact wordt gemaakt met de oplader. Er loopt kennelijk geen elektrische stroom van de lader naar de accu in de tandenborstel. Op een vergelijkbare manier kun je bepaalde mobiele telefoons opladen. Je legt de mobiel op een oplaadmat die verbonden is met het stopcontact. Het opladen begint direct. De magnetische inductie-technologie brengt elektrische energie over een korte afstand draadloos over.

In de voet van de oplader van een elektrische tandenborstel zit een kleine spoel die voor een wisselend magneetveld zorgt. Onderin de tandenborstel zit ook een kleine spoel die via een elektrische schakeling verbonden is met de accu van de tandenborstel. De spoel in de tandenborstel 'voelt' de wisselende flux van het magneetveld van de oplader. Door de wisselende flux ontstaat in die spoel een inductiestroom, die gelijkgericht wordt en dan de accu oplaadt.

Wervelstroom

In metalen voorwerpen kunnen wervelstromen ontstaan, als ze langs een magneet bewegen of als op een andere manier de magnetische flux door het voorwerp verandert. Het principe wordt toegepast in bijvoorbeeld inductiekookplaten. Bij een inductiekookplaat is onder de kookplaat een grote spoel geplaatst waar wisselstroom door gaat. De metalen bodem van de pan functioneert dan als een soort dikke ring, of ringen naast elkaar. De inductiestroom zorgt voor warmteontwikkeling in de bodem van de pan.

59 De oplader van een elektrische tandenborstel heeft een voet waar de tandenborstel op geplaatst kan worden. In de voet bevindt zich een spoel.

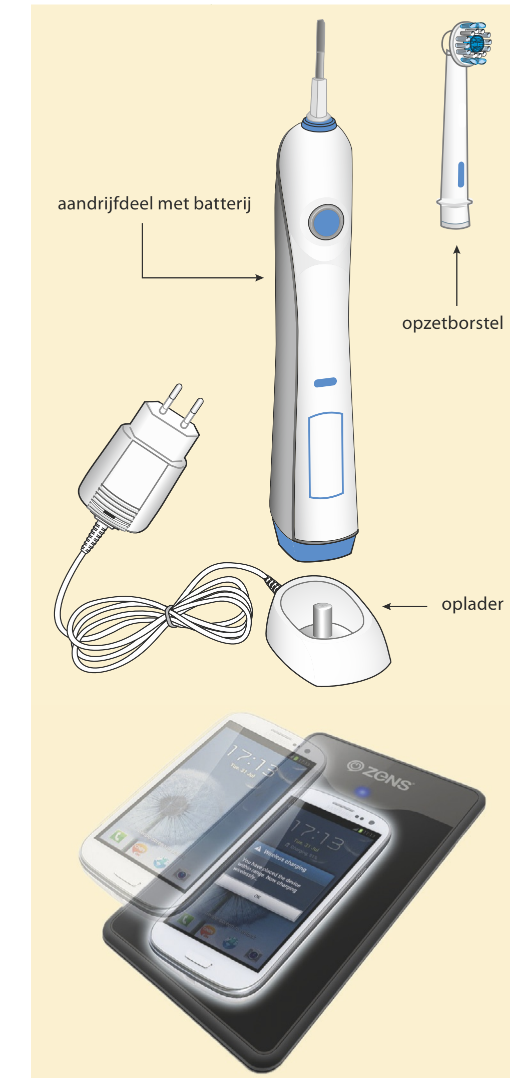
- **a** Loopt er tijdens het opladen een wisselstroom of een gelijkstroom door de spoel in de voet? Leg uit.
- **b** Leg uit dat in de tandenborstel ook een spoel moet zitten.
- **c** Loopt er door de spoel in de tandenborstel een wisselstroom of een gelijkstroom? Leg uit.

60 Door de spoelen onder een inductiekookplaat loopt een wisselstroom.

- **a** Leg uit dat inductiekoken alleen werkt als er wisselstroom gebruikt wordt.
- **b** Wat zou er met de pan gebeuren als er gelijkstroom gebruikt wordt? Neem aan dat de bodem van de pan van ijzer is.
- **c** Leg uit waardoor het keramische oppervlak van een inductiekookplaat alleen warm wordt als er een metalen pan op staat.

Er zijn veel inductiepannen te koop die 'geschikt zijn voor alle warmtebronnen'. Dit zijn geen echte inductiepannen, omdat de bodem meestal dunner is. Een dunnere bodem betekent een grotere elektrische weerstand.

- **d** Leg met formules uit hoe de stroomsterkte en de warmteontwikkeling in de bodem veranderen als de weerstand van de bodem 2 × zo groot is.

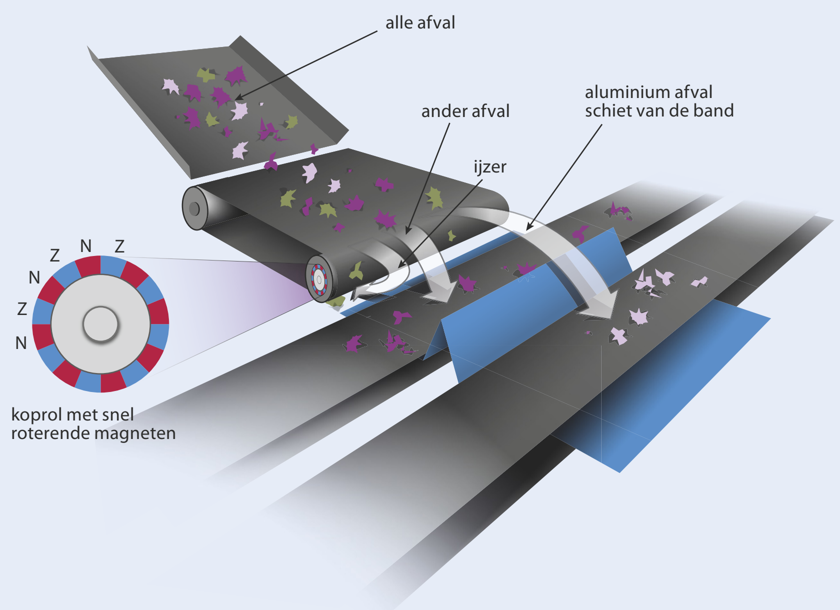


Figuur 87 **Draadloos opladen**

Figuur 88 **Inductiekookplaat**

Experiment 10: Wervelstroom

61 In huishoudelijk afval gaan metalen voor een deel verloren op stortplaatsen of in verbrandingsovens. De afvalverwerkingsinstallaties maken daarom gebruik van een wervelstroomscheider. Dit apparaat bestaat uit een transportband met in het uiteinde een koprol voorzien van magneten die om-en-om met hun noordpool of zuidpool naar buiten zijn gericht.
Als het afval over de band loopt, blijft eventueel aanwezig ijzer aan de koprol plakken, totdat het aan de onderkant door de zwaartekracht loslaat. Niet-metaalhoudende materialen vallen aan het einde van de band naar beneden, terwijl aluminium naar voren wordt weggeschoten. Uiteindelijk ontstaan er dus drie verschillende fracties.



Figuur 89 **Wervelstroomscheider**

a Leg uit waardoor je aluminium niet met een (elektro)magneet uit de afvalstroom kunt scheiden.
b Leg uit waarom de koprol van de wervelstroomscheider bestaat uit snel roterende magneten die om en om met hun noordpool of zuidpool naar buiten gericht zijn.

8.6 Afsluiting

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

62 De hoofdstukvraag is: Wat is een magnetisch veld en hoe werken elektromotoren en dynamo's?
Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.

63 Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:
a Hoe lopen de magnetische veldlijnen om een staafmagneet? Teken deze lijnen en geef ook hun richting aan.
b Hoe lopen de magnetische veldlijnen binnen een spoel, wanneer er stroom door de spoel loopt? Teken een stroomspoel en geef hierin de richting van de elektrische stroom aan. Teken ook een aantal gesloten magnetische veldlijnen en geef hun richting aan.
c Wat is een homogeen magnetisch veld? Waar is het magneetveld van een spoel homogeen?
d Teken een rechte stroomdraad en geef daarin de richting van de elektrische stroom aan. Teken een aantal veldlijnen van het magnetisch veld dat bij de stroomdraad hoort en geef hun richting aan.
e Een stroomdraad bevindt zich in een homogeen magnetisch veld. Welke kracht ondervindt de draad als er een stroom door loopt? Hoe bepaal je de richting van deze kracht?
f Met welke formule kun je de lorentzkracht op een stroomdraad in een magnetisch veld berekenen? Wat stelt elk van de grootheden in deze formule voor? En in welke eenheden worden ze uitgedrukt?
g In het hoofdstuk wordt drie keer een rechterhandregel gebruikt. Teken de drie situaties en noteer daarbij hoe de rechterhandregel toegepast moet worden.
h Welke zijn de belangrijkste onderdelen van een elektromotor, en waar dient elk van die onderdelen voor?
i Leg uit hoe een luidspreker een elektrisch signaal omzet in geluid.
j Leg uit hoe een microfoon trillingen van de lucht omzet in een elektrisch signaal.
k Wat wordt verstaan onder de magnetische flux binnen een spoel?
l Met welke formule bereken je de magnetische flux? Welke betekenis hebben de symbolen in deze formule en welke eenheden horen erbij?
m Wanneer ontstaat over een spoel een inductiespanning?
n Met welke grootheden is inductiespanning evenredig?
o Hoe wordt in een dynamo spanning opgewekt?

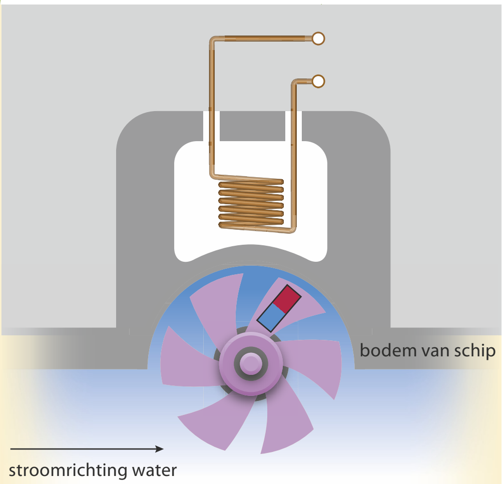
Begrippenkaart
Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden
Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

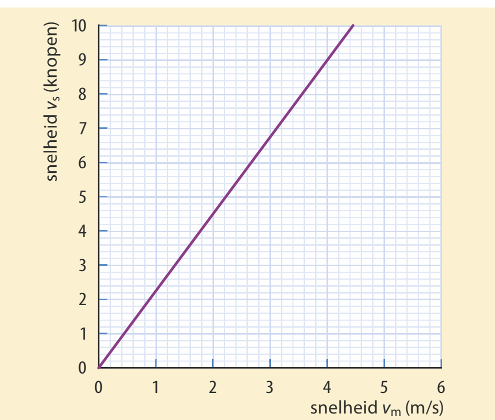
Samenvatting
Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets
Test je kennis over dit hoofdstuk.

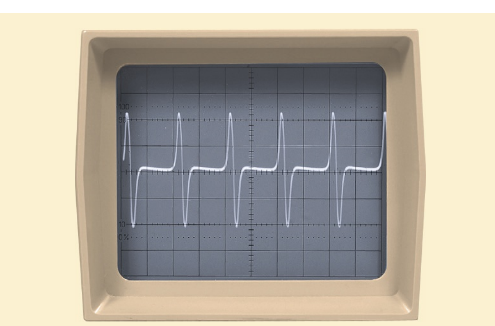
Keuzeonderwerpen
1 Magneetveld van een spoel
2 Elektromotor
3 Rendement elektromotor/dynamo
4 Magnetohydrodynamische voortstuwing
5 Luidspreker
6 Microfoon
7 Rumkorffs inductievonken



Figuur 90



Figuur 91



Figuur 92 **Instelling oscilloscoop: tijdbasis 50 ms/hokje, verticaal 2,0 V/hokje.**

EINDOPGAVEN

64 In figuur 90 is de snelheidsmeter in de bodem van een schip weergegeven. De snelheidsmeter bestaat uit een klein schoepenrad met op één van de schoepen een permanente magneet. Boven het schoepenrad zit een spoel. De beweging van het water langs de romp van het varende schip zorgt voor een draaibeweging van het schoepenrad. Het uiteinde van de magneet beschrijft een cirkelbaan met een straal van 45 mm. Het diagram van figuur 91 geeft het verband tussen de vaarsnelheid v_s van het schip en de snelheid v_m waarmee de magneet naar de spoel toe en van de spoel af beweegt. In dat diagram is de vaarsnelheid opgegeven in de historische eenheid knoop. Een vaarsnelheid van 1 knoop komt overeen met 1 zeemijl (1,852 km) per uur. Bij een test van de snelheidsmeter worden de uiteinden van de spoel aangesloten op een oscilloscoop. Op het oscilloscoopscherm is het beeld van figuur 92 zichtbaar.
Bepaal de vaarsnelheid (in km/h) van het schip bij deze test.

65 Henk en Nina krijgen van hun natuurkundeleraar een spoel van geïsoleerd koperdraad met de opdracht de lengte van de draad te bepalen. De spoel mag niet afgewikkeld worden. De spoel heeft twee aansluitpunten. Ze besluiten te onderzoeken hoe de magnetische veldsterkte binnen de spoel afhangt van de stroomsterkte door de spoel. Daarmee denken ze het aantal windingen van de spoel te kunnen bepalen.
Ze schuiven een magneetveldsensor middenin de spoel. Ze meten de magnetische veldsterkte B als functie van de stroomsterkte I. Hun metingen zetten ze uit in een B,I-diagram.

- a Welke vorm zal de grafiek in het diagram hebben? Leg uit.

In Binas vindt Henk de volgende formule voor de sterkte van het magneetveld in een spoel:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{\ell}$$

Hierin is B de sterkte van het magneetveld (in T), μ_0 een constante gelijk aan $1{,}26 \cdot 10^{-6}$ (in $T \cdot m \cdot A^{-1}$), N het aantal windingen, I de stroomsterkte door de spoel (in A) en ℓ de lengte van de spoel (in m).

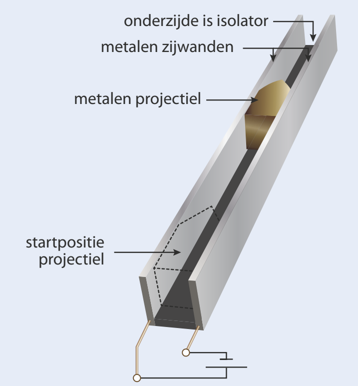
- b De eenheid van de constante in de formule is $T \cdot m \cdot A^{-1}$. Laat zien dat die eenheid passend is bij de eenheden van de overige grootheden in de formule.

Voor het verband tussen de grootheden B en I geldt: $B = 5{,}81 \cdot 10^{-3} \cdot I$. De spoel die Henk en Nina gebruiken heeft een lengte van 20 cm en een diameter van 8,0 cm.

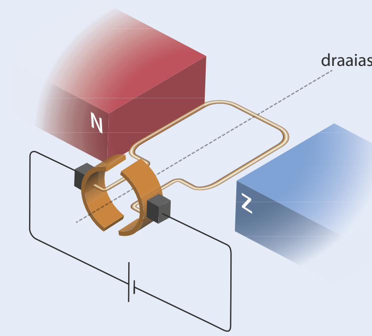
- c Bereken met deze gegevens de lengte van de draad van de spoel.

66 De Single Pulse Rail Accelerator (SPRA) bestaat uit een rechthoekige goot waarmee een metalen projectiel wordt afgeschoten, zie figuur 93. De twee zijwanden zijn van metaal, de bodem is van isolerend materiaal. De lorentzkracht wordt opgewekt door een sterke stroom van 1,7 MA die via de zijwanden door het projectiel gaat. Het metalen projectiel maakt tijdens het afschieten steeds contact met de zijwanden. Boven en onder de goot zijn twee grote spoelen opgesteld die een homogeen magnetisch veld opwekken met een sterkte van 2,5 T. Bij het afschieten wordt op het projectiel van 80 g gedurende 2,0 ms een nettokracht van 85 kN uitgeoefend.

- a Leg uit dat de wrijvingskrachten bij de SPRA te verwaarlozen zijn ten opzichte van de lorentzkracht.
- b Bereken de breedte van de goot.
- c Bereken de eindsnelheid van het projectiel.



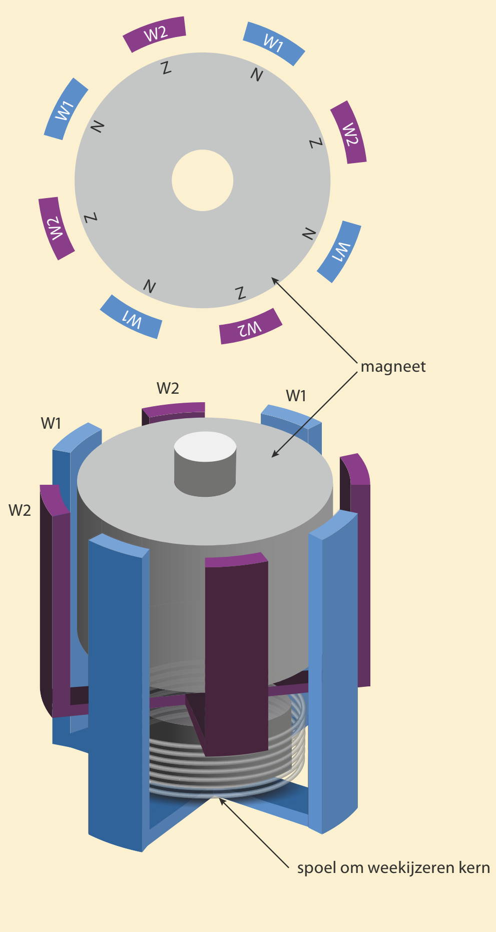
Figuur 93 **Single Pulse Rail Accelerator. De spoelen onder en boven de goot zijn niet getekend.**



Figuur 94

67 **T** Een draaispoelmotor bestaat uit een draaiende spoel tussen twee magneetpolen (zie figuur 94). Neem aan dat de wrijving(skrachten) niet afhangen van het toerental. Als er een stroom door de spoel loopt, zorgen de lorentzkrachten ervoor dat de rotorspoel draait. Er is dan sprake van een draaiende spoel in een magnetisch veld. En dus ontstaat er een inductiespanning over de spoel. Dit is het dynamo-effect van een elektromotor.

- a Teken de richting van de lorentzkracht bij de twee zijkanten van de spoel.
- b Verklaar het ontstaan van een inductiespanning in de rotorspoel.
- c Leg uit dat die inductiespanning fluctueert.
- d Leg uit dat de inductiespanning die opgewekt wordt door het draaien van de rotorspoel, de beweging steeds (maar fluctuerend) tegenwerkt.



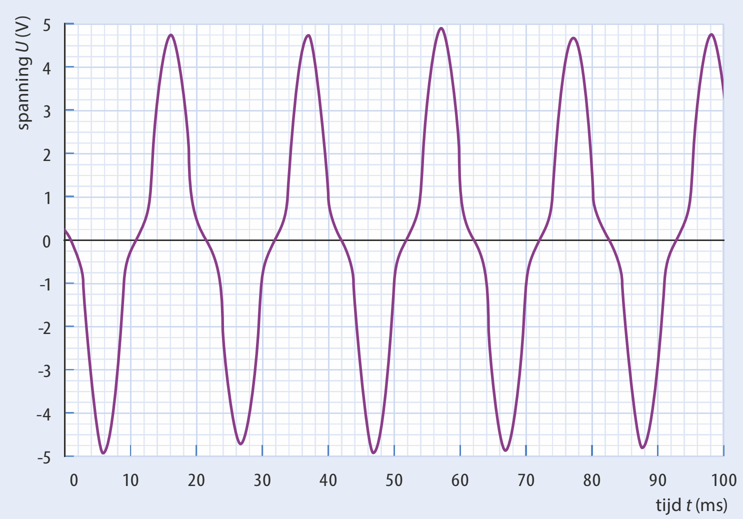
Figuur 95

68 Met een fietsdynamo kun je de lampjes van een fiets laten branden.

- **a** Leg uit hoe met een dynamo spanning wordt opgewekt. Gebruik daarbij in ieder geval het woord flux.

Berend onderzoekt de spanning van een bepaald type fietsdynamo. Bij dit type draait de magneet rond tussen repen weekijzer die de uiteinden van de weekijzeren kern van de spoel vormen. Zie de onderste tekening in figuur 95.
De magneet blijkt aan de buitenkant acht polen te hebben: om-en-om een noord- en een zuidpool. De bovenste tekening van figuur 95 toont een bovenaanzicht van de magneet en de repen weekijzer. De blauw gekleurde repen W1 vormen samen het ene uiteinde van de weekijzeren kern en de paars gekleurde repen W2 samen het andere uiteinde.
Op deze dynamo sluit Berend een lampje aan. Vervolgens brengt hij het wieltje van de dynamo aan het draaien. Hij maakt een diagram van de spanning over het lampje tegen de tijd. Zie figuur 96.

- **b** Bepaal de frequentie waarmee het wieltje ronddraait. Licht je antwoord toe.
- **c** Leg uit welke veranderingen in het diagram optreden als Berend de dynamo sneller laat ronddraaien



Figuur 96

69 Een schudlamp is een lamp die licht kan geven, nadat je hem hebt heen-en-weer geschud. In de lamp zit een condensator, die werkt als een soort oplaadbare batterij. Zie figuur 97.

Figuur 97

In het handvat zit een vaste spoel. Bij het schudden gaat een magneet door deze spoel heen en weer. Hierdoor wordt in de spoel een inductiespanning opgewekt.

- **a** Leg uit dat er zowel een positieve als een negatieve spanning ontstaat als de magneet één keer door de spoel gaat.
- **b** Schets het verloop van de inductiespanning als de magneet door de spoel beweegt met constante snelheid. Geef in dezelfde tekening aan hoe de grafiek verandert als de snelheid gehalveerd wordt.

Een ontwerper overweegt een even lange spoel met meer windingen te gebruiken.

- **c** Leg uit wat er dan verandert aan de grafiek van de inductiespanning.

9

Sport en verkeer

Arbeid, energie en vermogen

9.1 Introductie

Een zwemmer zet zich met armen en benen met kracht af tegen het water. Maar kracht alleen is niet voldoende om hard te zwemmen. De zwemmer moet ook per seconde voldoende energie kunnen omzetten. Training kan het uithoudingsvermogen vergroten en een goede techniek zorgt ervoor dat er zo min mogelijk energie wordt verspild.
In de sport, maar ook in het verkeer, zijn kracht en energie nodig voor bewegen. Dat kan bewegen op topsnelheid zijn, maar ook bewegen waarbij zo zuinig mogelijk wordt omgegaan met energie. Hoe hangen kracht en energie samen bij bewegen? Daar gaat dit hoofdstuk over.

Figuur 1 Voor het zwemmen is spierkracht en energie nodig.

Start
Maak de vragen bij Start.

HOOFDSTUKVRAAG

Wat is bij bewegen het verband tussen kracht, energie en snelheid?

We zoeken in dit hoofdstuk naar antwoorden op de volgende vragen:
- Hoeveel energie gebruik je bij bewegen? (paragraaf 9.2)
- Welke energiesoorten spelen een rol bij bewegen, en wat geldt er voor de grootte van die energiesoorten? (paragraaf 9.3)
- Hoe kun je gebruikmaken van de wet van behoud van energie? (paragraaf 9.4)
- Wat is het verband tussen snelheid en vermogen? (paragraaf 9.5)

INLEIDING

Soorten krachten

Er zijn veel verschillende soorten krachten, zoals zwaartekracht F_z, spankracht F_s, veerkracht F_v, normaalkracht F_n, rolweerstand $F_{w,r}$, luchtweerstand $F_{w,l}$ en (maximale) schuifwrijving $F_{w,s,(max)}$. Bij enkele van die krachten kun je de grootte uitrekenen met een formule:

zwaartekracht $F_z = m \cdot g$
Hierin is m de massa van het voorwerp (in kg) en g de valversnelling (= 9,81 m/s^2 = 9,81 N/kg op aarde).

veerkracht $F_v = C \cdot u$
Hierin is C de veerconstante (in N/m) en u de uitrekking (in m).

maximale schuifwrijving $F_{w,s,max} = f \cdot F_n$
Hierin is f een constante en F_n de normaalkracht (in N).

luchtweerstand $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
Hierin is c_w de luchtweerstandscoëfficiënt, ρ de dichtheid van de lucht, A de frontale oppervlakte van het voorwerp (in m^2) en v de snelheid (in m/s).
Omdat tijdens een beweging c_w, ρ en A meestal niet veranderen, wordt de formule vaak weergegeven als: $F_{w,l} = k \cdot v^2$ met $k = \frac{1}{2}\, c_w \cdot \rho \cdot A$.

De spankracht F_s in een touw en de normaalkracht F_n van een ondersteunend oppervlak worden niet berekend met een formule. Beide krachten zijn reactiekrachten. Ze ontstaan als gevolg van een andere kracht. De spankracht in een touw bijvoorbeeld, ontstaat doordat het touw gespannen wordt door een uitwendige kracht. De normaalkracht van de ondergrond op een voorwerp ontstaat doordat het voorwerp tegen dat oppervlak duwt. Een reactiekracht is altijd even groot als, en tegengesteld gericht aan, de actiekracht waarvan hij het gevolg is (derde wet van Newton).

Nettokracht

Is de resulterende kracht (nettokracht) op een voorwerp nul, dan is de snelheid constant of blijft het voorwerp stilstaan. Er is dan sprake van evenwicht van krachten.

Als de nettokracht op een voorwerp niet nul is, versnelt of vertraagt het voorwerp. Daarvoor geldt (tweede wet van Newton):

$$\boxed{F_{res} = m \cdot a}$$

Hierin is F_{res} de nettokracht op het voorwerp (in N), m de massa (in kg) en a de versnelling (in m/s^2).

Bij een eenparig versnelde beweging geldt voor de versnelling a:

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Hierin is Δv de snelheidsverandering (in m/s) en Δt de tijdsduur van die verandering (in s).

Bij elke beweging geldt voor de gemiddelde versnelling a_{gem}:

$$\boxed{a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

De versnelling op een willekeurig tijdstip is de afgeleide van de snelheid. Je bepaalt dan de steilheid van de grafiek in het v,t-diagram of van de raaklijn aan de grafiek op dat tijdstip.

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{hellingsgetal raaklijn}}$$

Chemische energie

Brandstoffen zoals benzine, diesel en lpg bevatten chemische energie, die ook ***verbrandingswarmte*** wordt genoemd. Bij vloeistoffen wordt de verbrandingswarmte uitgedrukt in J/L of in J/m^3, bij vaste stoffen in J/kg.

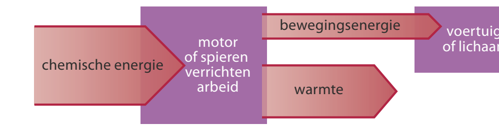
Ook in batterijen en accu's is energie opgeslagen in de vorm van chemische energie. Deze opgeslagen energie staat soms aangegeven in J of kWh, maar vaak wordt de ***capaciteit*** van een accu in Ah of in mAh vermeld. Die capaciteit geeft aan hoe lang de accu een bepaalde stroomsterkte kan leveren. Een capaciteit van '1200 mAh' betekent dat de batterij gedurende 1,0 h een stroomsterkte van 1200 mA kan leveren of gedurende 4,0 h een stroomsterkte van 300 mA.

Figuur 2 De capaciteit van een oplaadbare batterij wordt aangegeven in mAh.

Rendement

Uit hoofdstuk 1 weet je dat een elektrisch apparaat niet alle elektrische energie omzet in ***nuttige energie***. Een deel gaat 'verloren', meestal in de vorm van warmte. Hoe groot het deel is dat nuttig wordt gebruikt, geef je aan met het ***rendement***, meestal uitgedrukt in een percentage. Hetzelfde geldt voor een verbrandingsmotor en voor spieren. Lang niet alle chemische energie wordt 'nuttig' gebruikt.

$$\boxed{\eta = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}}}$$



Figuur 3 Schema van de energieomzetting in een verbrandingsmotor of spieren

1 Een skydiver valt met een constante snelheid van 48 m/s naar beneden. De totale massa van de skydiver is 88 kg.

- **a** Leg uit dat de luchtweerstand dan even groot is als de zwaartekracht.

Voor de luchtweerstand op de skydiver geldt: $F_{w,l} = k \cdot v^2$.

- **b** Bereken de waarde van k.

Na het openen van de parachute wordt de snelheid in korte tijd 10 × zo klein.

- **c** Leg uit dat de nettokracht in die korte periode heel groot is.
- **d** Bereken met welke factor de waarde van k is toegenomen door het openen van de parachute.

Even later landt de skydiver op de grond.

- **e** Is de normaalkracht tijdens de landing *kleiner* dan, *groter* dan of *even groot* als de zwaartekracht?

2 In het verkeer hebben fietsers en auto's te maken met drie soorten wrijvingskrachten.

- **a** Welke twee wrijvingskrachten werken altijd tegen de beweging in?
- **b** Leg uit welke wrijvingskracht je nodig hebt om te versnellen en te vertragen.
- **c** Welke twee wrijvingskrachten veranderen, als er bagage in een auto wordt gelegd?

Een auto met goede remmen heeft een maximale remvertraging van 9,0 m/s^2. Als je harder probeert te remmen gaat de auto slippen.

- **d** Bereken met deze gegevens de waarde van f in de formule voor de maximale schuifweerstand tussen de wielen van de auto en de weg. Verwaarloos daarbij de luchtweerstand.

3 De verbrandingswarmte van benzine is 32·10^9 J/m^3. Het rendement van een benzinemotor is 25%.

- **a** Bereken hoeveel energie is opgeslagen in een tank met 54 L benzine.
- **b** Bereken hoeveel nuttige energie de benzinemotor daarmee kan leveren.

Een volledig elektrische auto heeft een accu waarin 24 kWh energie kan worden opgeslagen. De accu van een hybride auto kan maar ongeveer 1,3 kWh opslaan.

- **c** Bereken de energie (in joule) die is opgeslagen in de accu van een volledig elektrische auto.
- **d** Leg uit waarom de accu's van elektrische auto's veel groter zijn dan de accu's van hybride auto's.

Figuur 4 Een elektrische auto bij een laadpaal

Experiment 1: Warmte na vallen

Figuur 5 **De weerstand van de lucht zet bewegingsenergie om in warmte.**

9.2 Energie en arbeid voor bewegen

ONTDEKKEN

In de sport, in het verkeer, overal is voor bewegen omzetting van energie nodig. Sporters trainen om zo veel mogelijk energie zo efficiënt mogelijk te kunnen omzetten. Technici en ontwerpers proberen auto's zo zuinig mogelijk om te laten gaan met energie.
Hoe wordt energie eigenlijk gebruikt voor bewegen? En hoeveel energie is er nodig voor bewegen?

PARAGRAAFVRAAG

Hoeveel energie gebruik je bij bewegen?

BEGRIJPEN

Energie en wrijving bij beweging

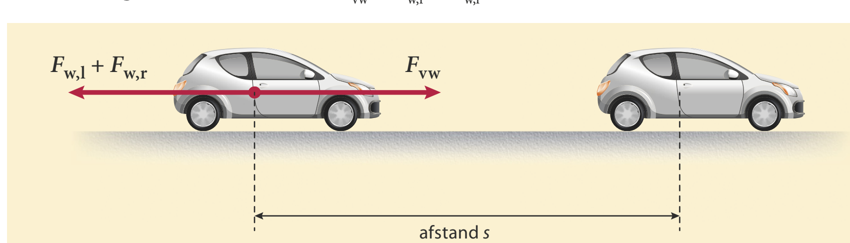
Op een spiegelglad, bevroren meer kan een schaatser bijna eindeloos doorglijden. Pas als er wrijvingskrachten zijn, bij rul ijs bijvoorbeeld, moet de schaatser hard werken om zijn snelheid te behouden. Hij moet dan met zijn spieren steeds energie omzetten om de wrijving te overwinnen. Door wrijving gaat er energie van de beweging, ***bewegingsenergie***, 'verloren'. Er vindt een ***energieomzetting*** plaats van bewegingsenergie in een andere soort energie: *warmte*.

Dat er bij wrijving warmte ontstaat, kun je goed voelen als je in je handen wrijft of als je een sliding maakt over droog kunstgras. Hierbij ***verricht*** de wrijvingskracht ***arbeid***, tegen de bewegingsrichting in. De omzetting van bewegingsenergie in warmte door wrijving wordt ***wrijvingsarbeid*** genoemd.

Bij bewegen met luchtweerstand merk je bijna nooit dat er warmte ontstaat door de wrijving, want de langsstromende lucht zorgt ook voor afkoeling. Pas bij heel hoge snelheden, zoals bij een ruimtecapsule die terugkeert in de dampkring, valt deze warmte op. Er is dan een hitteschild nodig om te voorkomen dat de capsule smelt.

Energie in het verkeer

Als een auto met een constante snelheid op een vlakke (horizontale) weg rijdt, is er krachtenevenwicht. De voorwaartse kracht van de motor is dan precies even groot als de totale tegenwerkende kracht: $\vec{F}_{vw} = \vec{F}_{w,r} + \vec{F}_{w,l}$. De nettokracht is dus nul.



Figuur 6 **Het energiegebruik hangt af van de kracht en de afstand.**

De hoeveelheid chemische energie die de motor omzet in bewegingsenergie is in dit geval even groot als de hoeveelheid bewegingsenergie die in warmte wordt omgezet door de wrijvingskrachten. De hoeveelheid bewegingsenergie van de auto blijft gelijk, maar de voorwaartse kracht van de automotor zet wel voortdurend chemische energie om in bewegingsenergie. Die energie-omzetting door de motor is de ***arbeid*** van de voorwaartse kracht. Hoe groter de wrijvings*krachten* en hoe groter de *afstand* waarover de wrijvingskrachten werken, hoe meer bewegingsenergie er wordt omgezet in warmte. Dan is dus ook de arbeid van de voortstuwende kracht door de motor groter, bij gelijkblijvende snelheid.

Rendement

Als de snelheid gelijk blijft, moet er dus chemische energie omgezet worden in bewegingsenergie om het verlies van bewegingsenergie door wrijving te compenseren. Bij het sporten gebeurt dat door je spieren en bij een auto door de motor. Bij die omzettingen wordt ook altijd veel chemische energie rechtstreeks omgezet in warmte, zonder dat het bewegingsenergie wordt. Daardoor ga je tijdens het sporten zweten en moet de motor van een auto gekoeld worden. De warmte die bij deze processen ontstaat, is geen ***nuttige energie*** omdat de warmte niet meer omgezet kan worden in bewegingsenergie. Het ***rendement*** van je spieren of de motor geeft aan welk percentage van de ingaande chemische energie wordt omgezet in nuttige bewegingsenergie.

Het rendement van een benzinemotor is vaak niet hoger dan 25%, een dieselmotor haalt soms 30%. Ook spieren hebben een rendement van ongeveer 25%. Dit betekent dat ongeveer driekwart van de chemische energie meteen 'verloren' gaat doordat het wordt omgezet in warmte.

Zuiniger rijden

Ontwerpers kunnen auto's zuiniger maken door:
- een betere stroomlijn, zodat de tegenwerkende luchtweerstand kleiner wordt;
- gebruik van lichtere materialen, zodat versnellen minder energie kost en ook de rolweerstand kleiner is;
- een efficiëntere motor te ontwikkelen.

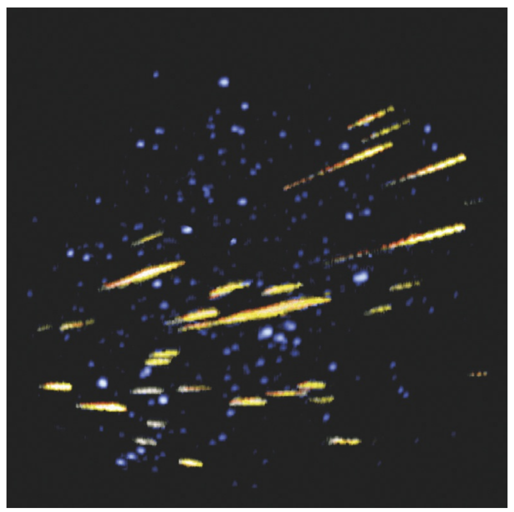
Elektromotoren die elektrische of hybride auto's aandrijven, halen een rendement tot 95% en stoten geen schadelijke stoffen uit. Maar je mag dit niet zonder meer vergelijken met het rendement van een verbrandingsmotor, want bij de productie van elektrische energie in een kolen- of gascentrale gaat veel chemische energie verloren in de vorm van warmte en komen er, net zoals bij een verbrandingsmotor, vaak schadelijke stoffen vrij.

- Als er wrijvingskrachten werken, is er energie nodig om een beweging in stand te houden. Wrijvingskrachten verrichten wrijvingsarbeid bij de omzetting van bewegingsenergie in warmte.
- Bij constante snelheid op een vlakke weg zet een automotor net zoveel chemische energie om in bewegingsenergie van het voertuig als er bewegingsenergie wordt omgezet in warmte door wrijving. De arbeid die de voortstuwende kracht verricht, is even groot als de wrijvingsarbeid door de tegenwerkende krachten.
- De arbeid die een automotor bij constante snelheid verricht, hangt af van de totale wrijvingskracht én van de afgelegde afstand.
- Bij bewegen is het rendement van een motor of van je spieren het percentage van de chemische energie dat omgezet wordt in bewegingsenergie. Het rendement van verbrandingsmotoren en van spieren is ongeveer 25%.

Figuur 7 **Zuiniger rijden lukt door de wrijvingskrachten te minimaliseren.**

4 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- **a** Om een beweging te laten voortduren is altijd toevoer van energie nodig.
- **b** Bij een auto die met constante snelheid rijdt, wordt alle energie van de brandstof uiteindelijk omgezet in warmte.
- **c** Door luchtweerstand wordt warmte omgezet in bewegingsenergie.
- **d** De eenheid van verbrandingswarmte is joule per seconde.
- **e** Een hoger rendement zorgt voor een lager brandstofverbruik.
- **f** Bij een rendement van 25% wordt driekwart van de energie omgezet in bewegingsenergie.
- **g** Arbeid is de hoeveelheid energie die door een kracht wordt omgezet tijdens bewegen.
- **h** Een kracht kan alleen arbeid verrichten bij een verplaatsing.
- **i** De wrijvingsarbeid is evenredig met de afgelegde afstand.



Figuur 8 Lichtsporen van meteoren

5 Voor bewegen is meestal energie nodig.

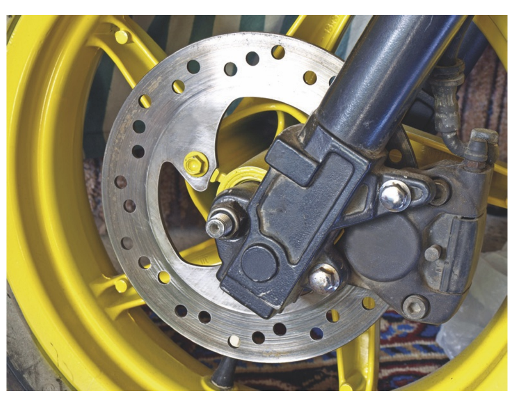
- **a** Leg uit waardoor bij een satelliet geen energie nodig is om de beweging in stand te houden.

Vallende sterren zijn geen sterren maar kleine meteoren die een lichtspoor veroorzaken in de dampkring van de aarde (zie figuur 8).

- **b** Hoe kun je aan het lichtspoor zien dat er sprake is van omzetting van energie?

In de atmosfeer is de luchtweerstand op een meteoor veel groter dan de zwaartekracht.

- **c** Wat betekent dat voor de snelheid van de meteoor?
- **d** Leg uit of de arbeid van de zwaartekracht op de meteoor groter of kleiner is dan de wrijvingsarbeid.
- **e** Neemt de bewegingsenergie van de meteoor toe of af in de atmosfeer?



Figuur 9 Schijfrem van een scooter

6 Bij afremmen wordt energie omgezet. In figuur 9 zie je een schijfrem van een scooter.

- **a** Leg uit waarom de remschijf zo'n groot oppervlak heeft. Gebruik in je uitleg het begrip warmte.

De remweg van een auto hangt af van de snelheid en de remkracht.

- **b** Leg met energie en arbeid uit dat bij een hogere snelheid en dezelfde remkracht de remweg groter is.
- **c** Leg met energie en arbeid uit dat bij een grotere remkracht en dezelfde snelheid de remweg kleiner is.

7 Elektrische auto's remmen af door de motor als dynamo te laten werken en daarmee de accu bij te laden.

- **a** Welke energie-omzetting vindt dan plaats?
- **b** Leg uit dat elektrische auto's daardoor (vooral in de stad) veel efficiënter zijn dan benzineauto's.
- **c** Noem een ander belangrijk voordeel van elektrische auto's (en scooters) vergeleken met benzineauto's.
- **d** Leg uit hoe elektrische auto's toch ook kunnen zorgen voor uitstoot van CO_2.

8 Voor bewegen wordt meestal chemische energie gebruikt.

- **a** Noem twee energiebronnen waarin chemische energie is opgeslagen.
- **b** Leg uit dat in een elektrische auto chemische energie is opgeslagen, maar in een elektrische trein niet.

Figuur 10 Verbrandingsmotor

9 Het rendement van een verbrandingsmotor (zie figuur 10) is meestal niet meer dan 25 of 30%.

- **a** Wat gebeurt er met de rest van de chemische energie?

Moderne motoren halen vaak een hoger rendement.

- **b** Verricht de motor per seconde meer dan, minder dan of evenveel arbeid als het rendement hoger is (bij dezelfde snelheid)?
- **c** Is het brandstofverbruik *hoger* dan, *lager* dan of *hetzelfde* als het rendement hoger is (bij dezelfde snelheid)?

10 De hoeveelheid arbeid die een kracht verricht is evenredig met de grootte van die kracht.

- **a** Van welke andere grootheid hangt de arbeid nog meer af?
- **b** Is de arbeid ook evenredig met die grootheid?
- **c** Welke formule denk je dat daarbij hoort?

BEHEERSEN

Arbeid

Het begrip arbeid heeft in de natuurkunde een andere betekenis dan in het gewone taalgebruik. Bij het woord arbeid denk je wellicht aan werken in de fabriek of werken aan je opdracht. Maar natuurkundig gezien is arbeid de hoeveelheid energie die door een kracht wordt omgezet tijdens een beweging. Een kracht verricht dus alleen arbeid als het voorwerp waarop de kracht werkt, beweegt. Als je bijvoorbeeld een trap oploopt verrichten je spieren arbeid door tegen de zwaartekracht omhoog te lopen.

De verrichte arbeid is evenredig met de kracht én met de verplaatsing. Er geldt:

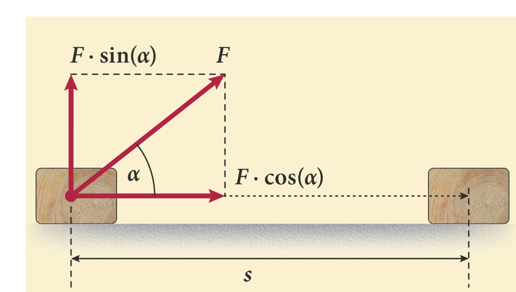
$$\boxed{W = F \cdot s}$$

Hierin is W de arbeid die de kracht verricht (in J), F de kracht (in N) en s de verplaatsing van het voorwerp waarop de kracht werkt (in m). Uit de formule volgt de eenheid van arbeid: newtonmeter (afgekort: Nm). 1 Nm = 1 J.

Experiment 2: Pijltjes schieten

Bij een kracht die schuin op de verplaatsing staat, wordt de arbeid verricht door de component van de kracht in de richting van de beweging. In figuur 11 kun je zien dat deze gelijk is aan $F \cdot \cos(\alpha)$, waarbij α de hoek is tussen de kracht en de bewegingsrichting. De arbeid kun je in het algemeen uitdrukken als:

$$\boxed{W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)}$$



Figuur 11 De component van F in de bewegingsrichting is $F \cdot \cos(\alpha)$.

Een kracht verricht dus alleen arbeid als de kracht (of een component ervan) in de richting van de verplaatsing werkt, of tegengesteld aan die richting. Zowel op een schaatser als op een parachutespringer werkt de zwaartekracht, maar bij de schaatser verricht de zwaartekracht geen arbeid doordat die kracht loodrecht op de bewegingsrichting staat.

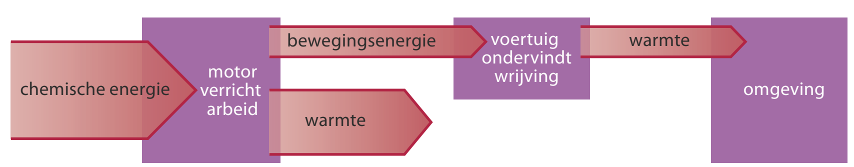
Als de (component van de) kracht op een bewegend voorwerp naar voren is gericht, zorgt de arbeid voor een toename van de bewegingsenergie van het voorwerp. De kracht verricht dan ***positieve arbeid*** op het voorwerp. Als de (component van een) kracht tegengesteld gericht is aan de beweging van het voorwerp, wordt er bewegingsenergie aan het voorwerp onttrokken. De kracht verricht dan ***negatieve arbeid*** op het voorwerp.

Arbeid en wrijvingskracht

Bij een beweging met constante snelheid op een horizontale weg is de voorwaartse kracht van de motor even groot als de somkracht van de tegenwerkende krachten. De arbeid die de motor verricht is even groot als de arbeid die de wrijvingskrachten verrichten, maar met tegengesteld teken. Er wordt door de arbeid van de motor voortdurend net zo veel bewegingsenergie aan het voertuig toegevoerd als er bewegingsenergie uit het voertuig wordt 'afgevoerd' door wrijvingsarbeid. Zie ook figuur 12. Voor het voertuig geldt:

$$\boxed{\sum E_{in} = \sum E_{uit}}$$

Hierin betekent de Griekse letter $\sum$ (sigma): tel op. $\sum E_{in}$ is de (bewegings)energie (in J) die het voertuig krijgt door de arbeid van de motor en $\sum E_{uit}$ de (bewegings) energie die het voertuig als warmte aan de omgeving verliest door de arbeid van de wrijving(skrachten).



Figuur 12 Schema van de energieomzettingen bij bewegen

Verbrandingswarmte

Bij de 'verbranding' van een 'brandstof' in je spieren of in een automotor, wordt chemische energie omgezet in bewegingsenergie en warmte. De ***verbrandingswarmte*** is de hoeveelheid energie per kilogram of per liter brandstof, die door een verbrandingsproces kan worden omgezet. Voor de hoeveelheid chemische energie die opgeslagen is in een hoeveelheid brandstof gelden de formules:

$$\boxed{\begin{aligned} E_{ch} &= r_v \cdot V \\ E_{ch} &= r_m \cdot m \end{aligned}}$$

Hierin is E_{ch} de chemische energie in de hoeveelheid brandstof (in J), r_v de verbrandingswarmte van die brandstof (in J/m^3), V het volume van de hoeveelheid brandstof (in m^3), r_m de verbrandingswarmte (in J/kg) en m de massa van de hoeveelheid brandstof (in kg).

Brandstofverbruik

Autofabrikanten zijn verplicht om het gemiddelde brandstofverbruik op te geven in L/100 km. Automobilisten hebben het meestal over hoeveel kilometer hun auto rijdt op 1 L brandstof. Het brandstofverbruik hangt af van:

* de grootte van de totale tegenwerkende kracht;
* de verbrandingswarmte van de brandstof;
* het rendement van de motor.

Om het rendement te berekenen gebruik je de formule uit hoofdstuk 1:

$$\boxed{\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}}}$$

Hierin is η het rendement van de motor (een percentage of vermenigvuldigingsfactor), E_{nuttig} de bewegingsenergie die de motor aan het voertuig levert (in J) en E_{in} de chemische energie die door de motor gebruikt wordt (in J).

BRANDSTOFVERBRUIK BIJ SPORTERS

Bij een inspanning heeft je lichaam twee energiebronnen ter beschikking: vet en koolhydraten. Dat zijn de belangrijkste brandstoffen die omgezet kunnen worden in je spieren. De hoeveelheid chemische energie die in deze brandstoffen zit, noemen we de *voedingswaarde*. Vet heeft een voedingswaarde van 37 MJ/kg en koolhydraten 17 MJ/kg. Bijna iedereen heeft een behoorlijke hoeveelheid vet. Zelfs een magere marathonloper heeft enkele kilo's vet in zijn lichaam. 1 kg vet levert voldoende energie om 100 tot 150 km mee te rennen. Het probleem is echter dat vetverbranding traag gaat. Tijdens een zware inspanning gaat je lichaam ook koolhydraten gebruiken. Koolhydraten zitten opgeslagen in je spieren (circa 350 g) en in je lever (circa 100 g). Bij inspanningen die langer duren dan $1\frac{1}{2}$ tot 2 uur, raakt deze voorraad uitgeput. Sporters gebruiken zoete dranken om de voorraad koolhydraten weer aan te vullen. Maar bij zware inspanningen die lang duren, zoals een marathon, kunnen sporters toch te maken krijgen met een tekort aan koolhydraten. Ze moeten dan volledig op vetverbranding lopen, en dat gaat moeizaam. Je kunt ook sporten om af te vallen. Dan moet je langdurig op een laag tempo sporten, zodat je lichaam vooral vet verbrandt. Na 1 uur sporten ben je meestal niet meer dan 100 g vet kwijt.

Arbeid berekenen uit een diagram

In werkelijkheid zijn snelheden vaak niet constant en krachten niet lang gelijk. Om bij een niet-constante kracht de hoeveelheid verrichte arbeid uit te rekenen, kun je in een diagram van de kracht tegen de afgelegde afstand de oppervlaktemethode gebruiken. In het diagram van figuur 13 is de kracht wel constant en de arbeid gelijk aan de oppervlakte van een rechthoek: $W = F \times s$ = hoogte × breedte. Dat deze oppervlakte de arbeid voorstelt kun je ook zien aan de eenheden. De breedte in het diagram heeft de eenheid m en de hoogte de eenheid N. De eenheid van de oppervlakte in het diagram is dus N·m = J.

REKENVOORBEELD 1

Bij een auto met benzinemotor is de totale tegenwerkende kracht 620 N, bij een constante snelheid van 90 km/h. Het rendement van de motor is 24%. De verbranding van 1,0 L benzine zet 33 MJ energie om.

Vraag: Bereken het brandstofverbruik in L/100 km.

Antwoord: Voor 100 km is de arbeid:
$W = F \cdot s = 620 \times 100 \cdot 10^3 = 6{,}2 \cdot 10^7$ J
Invullen in $W = \eta \cdot E_{in}$ geeft
$6{,}2 \cdot 10^7 = 0{,}24 \times E_{in}$, waaruit volgt:
$E_{in} = E_{ch} = 2{,}58 \cdot 10^8$ J
Invullen in $E_{ch} = r_v \cdot V$ geeft:
$2{,}58 \cdot 10^8 = 33 \cdot 10^6 \times V \rightarrow V = 7{,}8$ L
De auto verbruikt dus 7,8 L/100 km.

REKENVOORBEELD 2

Een auto heeft bij een snelheid van 90 km/h een verbruik van 7,2 L/100 km. De tegenwerkende kracht is dan 580 N.

Vraag: Bereken het rendement van de motor.

Antwoord: 1 L benzine levert 33 MJ. Stel de volgende verhoudingstabel op:

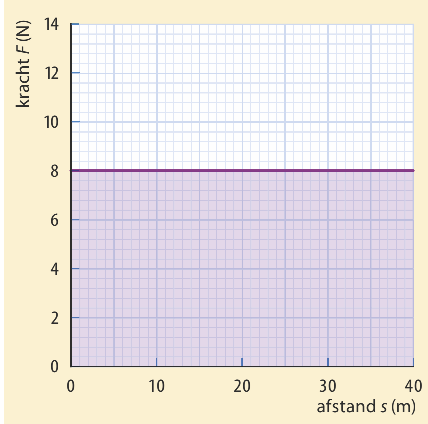
1 L	7,2 L
33 MJ	… MJ

De verbrandingswarmte van 7,2 L is:
$7{,}2 \times 33 = 238$ MJ
De arbeid is dan: $W = 580 \times 100 \cdot 10^3 = 58$ MJ
Die arbeid is de nuttige energie, je stelt de verbrandingswarmte gelijk aan 100%:

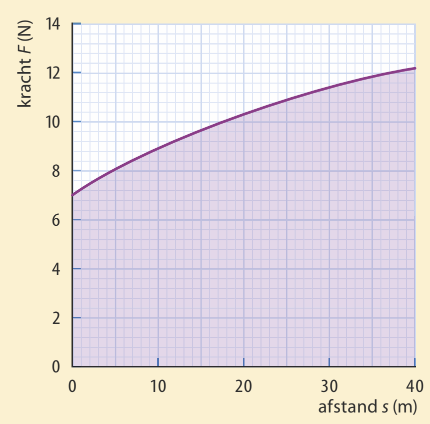
100%	…%
238 MJ	58 MJ

Het rendement $\eta = \frac{58}{238} = 0{,}24 = 24\%$.

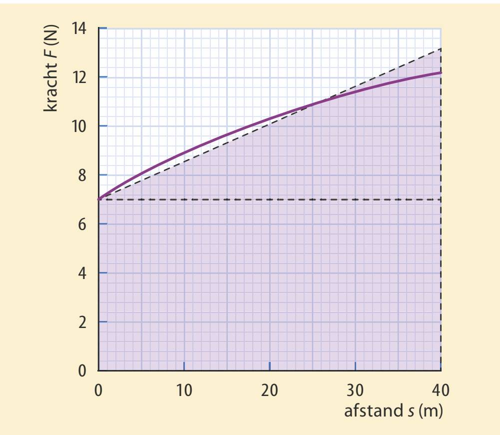
Bij de niet constante kracht in figuur 14 kun je de oppervlakte onder de grafiek bepalen door hokjes te tellen. Elk hokje staat voor 5,0 m × 2,0 N = 10 N·m = 10 J. Er zijn in dit voorbeeld ongeveer 40 hokjes. De arbeid is dan 40 × 10 = 400 J.



Figuur 13 **De arbeid is af te lezen als de oppervlakte onder de grafiek (links).**



Figuur 14 **De oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as is gelijk aan de verrichte arbeid (rechts).**



Figuur 15 **De oppervlakte van de rechthoek en de driehoek samen is gelijk aan de verrichte arbeid.**

Een andere manier om de oppervlakte onder de grafiek te bepalen is de oppervlakte te verdelen in rechthoeken en driehoeken, zoals je ook in hoofdstuk 2 hebt gedaan. In het diagram van figuur 15 vind je dan:

oppervlakte rechthoek: 40 m × 7,0 N = 280 J
oppervlakte driehoek: $\frac{1}{2}$ × 40 m × (13,2 N – 7,0 N) = 124 N·m = 124 J
arbeid: 280 J + 124 J = 404 J = 0,40 kJ

11 De paragraafvraag is: Hoeveel energie gebruik je bij bewegen?
Wat is het antwoord op deze vraag?

12 Een elektrische scooter gebruikt per kilometer 140 kJ elektrische energie. Het rendement van de motor is 90%.
- **a** Bereken de voorwaartse kracht van de motor.
- **b** Leg uit dat het energiegebruik van deze scooter 14 MJ/100 km is.

13 Een groot containerschip legt per dag 1200 km af. Daarvoor wordt 262 m^3 stookolie verbruikt, wat bij verbranding 1,05·10^{13} J warmte oplevert. De motor van het schip verricht daarmee via de schroef 3,4·10^{12} J arbeid.
- **a** Bereken de verbrandingswarmte van stookolie (in J/m^3).
- **b** Bereken het rendement van de motor.
- **c** Bereken de weerstand(skracht) van het water op de boot.
- **d** Bereken het brandstofverbruik van deze boot (in m^3/100 km).

14 Geef voor elk van de volgende situaties aan welke kracht(en) arbeid verricht(en).
- **A** Een fietser staat stil op een vlakke weg.
- **B** Een fietser fietst met een constante snelheid op een vlakke weg.
- **C** Een kraan hijst een container met een constante snelheid omhoog.
- **D** De hijskabel breekt en de container valt.

15 In het diagram van figuur 16 zie je hoe de tegenwerkende kracht op een auto toeneemt bij hogere snelheden. Deze auto rijdt 20 km met een constante snelheid van 80 km/h. Daarbij gebruikt de motor 0,90 L benzine.
- **a** Bepaal de hoeveelheid arbeid die de motor daarbij levert.
- **b** Laat zien dat voor het rendement van de motor geldt: η = 0,27.
- **c** Leg uit waardoor bij 160 km/h het brandstofverbruik meer dan twee keer zo groot is als bij 80 km/h.

16 De hoeveelheid arbeid kun je bepalen door in een F,s-diagram de oppervlakte onder de grafiek te bepalen.
- **a** Leg uit dat bij deze oppervlakte de eenheid Nm is.

In figuur 15 zie je hoe de oppervlakte onder een grafiek geschat kan worden.
- **b** Leg uit dat in figuur 15 één hokje overeenkomt met 10 J.
- **c** Hoe kun je aan de figuur zien dat de oppervlakte onder de grafiek (de paarse lijn) gelijk is aan de gearceerde oppervlakte?

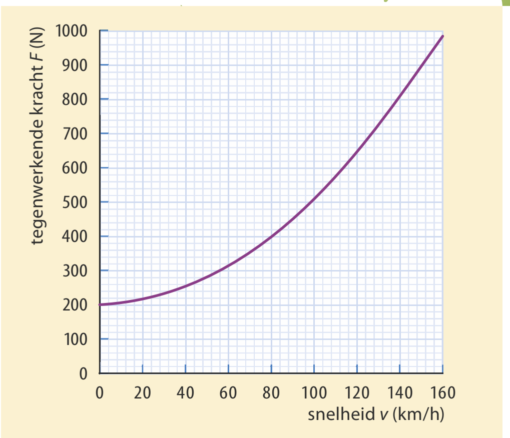
17 De dieselmotor van een schip levert op een traject van 86 km een constante voortstuwende kracht van 50 kN. Daarbij wordt 2,4·10^{10} J aan brandstof verbruikt.
Bereken het rendement van deze scheepsmotor.

18 **T** Een vader trekt zijn dochter op de slee, zoals getekend in figuur 17. Hun constante snelheid is 5,0 km/h en de spankracht in het touw is 30 N.
- **a** Bepaal in de tekening op het tekenblad de hoek α tussen het touw en de horizontaal.
- **b** Bereken hoeveel arbeid vader heeft verricht na 10 minuten.
- **c** Leg uit of vader meer, minder of evenveel arbeid per 10 minuten verricht als hij een langer touw gebruikt om de slee met 5,0 km/h te trekken.

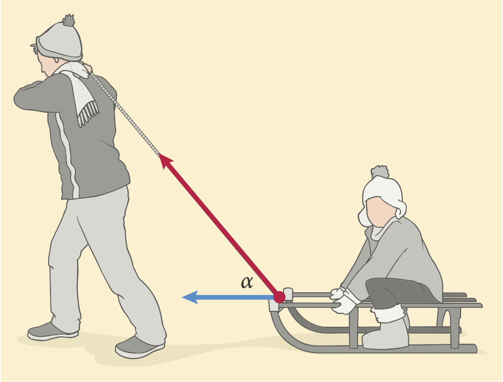
19 Een sporter verricht in een uur 800 kJ arbeid. Het rendement van zijn lichaam is 25% en het verbranden van 1,0 g lichaamsvet levert 30 kJ energie.
- **a** Bereken hoeveel gram vet de sporter daarbij verbrandt.
- **b** Hoeveel uur moet hij sporten om 1,0 kg af te vallen?

20 Het brandstofverbruik van een auto is 6,7 L benzine per 100 km bij een constante snelheid van 90 km/h. De tegenwerkende krachten zijn bij die snelheid in totaal 480 N.
Bereken het rendement van de automotor.

21 Voor het brandstofverbruik van een benzineauto bij constante snelheid geldt de vergelijking: $\eta \cdot E_{in} = F_{vw} \cdot s$.
- **a** Leg uit dat deze vergelijking juist is.
- **b** Leg met deze formule uit dat het brandstofverbruik E_{in} (in L/100 km) afhangt van de snelheid.



Figuur 16



Figuur 17

22 De rolweerstand $F_{w,r}$ op een rijdende auto is 120 N. De luchtweerstand $F_{w,l}$ is evenredig met het kwadraat van de snelheid v. Bij een snelheid van 60 km/h is de luchtweerstand op de auto 480 N.

a Bereken de voorwaartse kracht van de motor bij 60 en 120 km/h.
b Met welke factor is het brandstofverbruik van deze auto toegenomen, als de snelheid toegenomen is van 60 naar 120 km/h? Neem aan dat het rendement van de motor gelijk blijft.

23 Bij een nieuw automodel is bij verschillende snelheden de totale wrijvingskracht F_w op de auto gemeten (figuur 18). De auto heeft een benzinemotor met een rendement van 21%.

a Bereken hoeveel arbeid de motor verricht als met een constante snelheid van 60 km/h een afstand van 100 km wordt afgelegd.
b Laat met een berekening zien dat bij 60 km/h het brandstofverbruik 5,2 L/100 km is.
c Bereken het brandstofverbruik bij 120 km/h.

v (km/h)	F_w (N)
60	$3{,}6·10^2$
100	$6{,}8·10^2$
120	$9{,}0·10^2$

Figuur 18

24 Een auto van 1200 kg rolt een lange helling af zonder de motor te gebruiken. De weg is 8,5 km lang en maakt een hoek van 3,5° met de horizontaal.

a Laat zien dat de voorwaartse kracht op de auto $7{,}2·10^2$ N is.

Om de snelheid constant te houden gebruikt de automobilist voortdurend het rempedaal. Daardoor worden de vier remschijven warm. De temperatuur van een schijf neemt 1,0 °C toe bij elke 4,5 kJ wrijvingsarbeid. De rolweerstand van de auto is $2{,}0·10^2$ N en de luchtweerstand is bij deze snelheid $1{,}5·10^2$ N.

b Bereken de gezamenlijke remkracht van de vier remmen.
c Bereken de wrijvingsarbeid van één remschijf.
d Bereken de temperatuurtoename van de remschijven, als deze niet gekoeld worden.

W1 Solar challenge

W2 Dieselmotor

9.3 Energiesoorten bij bewegingen

ONTDEKKEN

Een nettokracht die arbeid verricht op een horizontaal bewegend voorwerp, vergroot of verkleint de bewegingsenergie van het voorwerp. Maar waardoor wordt de hoeveelheid bewegingsenergie van een voorwerp bepaald, van welke grootheden hangt die af?
Een bal die je omhoog gegooid hebt, remt af. De bewegingsenergie neemt dan af. Maar tijdens de val neemt de bewegingsenergie weer toe. Wat gebeurt er met de bewegingsenergie van een voorwerp bij zo'n beweging?

Experiment 3: Arbeid en snelheid

Experiment 4: Arbeid en hoogte

PARAGRAAFVRAAG

Welke energiesoorten spelen een rol bij bewegen, en wat geldt er voor de grootte van elk van die energiesoorten?

BEGRIJPEN

Bewegingsenergie

Een werper die bij honkbal de bal hard naar de slagman gooit, verricht arbeid met zijn spierkracht, waardoor de bal versnelt en de bewegingsenergie van de bal toeneemt.

Hoe sneller een voorwerp beweegt, des te groter is de hoeveelheid ***bewegingsenergie***. Hetzelfde geldt voor een grotere massa. Om een voorwerp met een grotere massa dezelfde snelheid te geven is een grotere kracht nodig en/of de kracht moet het voorwerp met een grotere massa over een grotere afstand versnellen. De hoeveelheid bewegingsenergie hangt dus af van de massa en van de snelheid van het voorwerp. Wrijvingsarbeid is negatief en zet bewegingsenergie om in warmte, waardoor de snelheid en de bewegingsenergie kan afnemen.

Figuur 19 **De werper bij honkbal geeft bewegingsenergie aan de bal.**

Energie voor optillen

Als je een kist optilt, verrichten je spieren arbeid. Je levert energie aan de kist waardoor er in de opgetilde kist meer energie zit dan in de kist op de grond. Die energie kan weer vrijkomen als bewegingsenergie wanneer je de kist laat vallen.
De energie die is opgeslagen in een opgetild voorwerp, wordt de ***zwaarte-energie*** genoemd. Als je het rustig doet en er geen wrijvingsverliezen zijn, is de hoeveelheid zwaarte-energie die het voorwerp door het optillen heeft gekregen, even groot als de arbeid die je hebt verricht bij het optillen. De kracht waarmee je tilt is dan immers even groot als de zwaartekracht en doordat de afstand omhoog even groot is als omlaag, is de arbeid door de tilkracht omhoog even groot als de arbeid door de zwaartekracht bij de val omlaag. De hoeveelheid zwaarte-energie in een voorwerp, die ook wel ***potentiële energie*** genoemd wordt, hangt dus af van de zwaartekracht en van de toename van de hoogte.

Figuur 20 **Een opgetild voorwerp bezit zwaarte-energie.**

W3 Vuurpijl

Omhoog en omlaag

Een bal die je omhoog gooit, komt ook weer naar beneden. Tijdens de beweging omhoog remt de bal af door de zwaartekracht, waardoor de bewegingsenergie afneemt en de zwaarte-energie toeneemt. Na het hoogste punt gaat de energie-omzetting door de arbeid van de zwaartekracht net andersom. Is de wrijving verwaarloosbaar, dan is na het opgooien de som van de bewegingsenergie en de zwaarte-energie constant gedurende de hele beweging.

Veerenergie

Om een veer te spannen is een kracht nodig die arbeid verricht op de veer. Een gespannen veer bevat dan opgeslagen energie, de ***veerenergie***. Des te verder de veer uitgerekt of ingedrukt is, des te meer veerenergie er in de veer is opgeslagen. Een gespannen veer kan arbeid verrichten, waarbij veerenergie omgezet wordt in een andere vorm van energie. De veerenergie neemt daarbij af. Voor dezelfde uitrekking van een stugge veer is meer kracht nodig dan bij een slappe veer, waardoor de veer-energie bij een stugge veer groter is dan bij een slappe veer, bij dezelfde uitrekking. De veerenergie hangt af van de veerconstante en de uitrekking of indrukking.

Energieomzetting en arbeid

Steeds wanneer een kracht arbeid verricht, wordt er energie omgezet. Bij energie-omzetting door arbeid gaat energie over van het ene voorwerp naar het andere. Dat kan dezelfde soort energie zijn, bijvoorbeeld bewegingsenergie als je een stilliggend balletje met een golfclub wegslaat. Maar het komt ook vaak voor dat de ene energie-soort omgezet wordt in een andere energiesoort, bijvoorbeeld bij een vallende bal. De zwaarte-energie van de bal wordt dan door de arbeid van de zwaartekracht omgezet in bewegingsenergie.

- De hoeveelheid bewegingsenergie van een voorwerp hangt af van de snelheid en van de massa van het voorwerp.
- De hoeveelheid zwaarte-energie van een voorwerp hangt af van de zwaarte-kracht op het voorwerp en van de hoogte waarover het voorwerp is verplaatst. Zwaarte-energie heet ook wel potentiële energie.
- De som van de bewegingsenergie en de zwaarte-energie van een voorwerp is constant als alleen de zwaartekracht arbeid verricht, zoals bij een vrije val.
- De energie die je in een veer opslaat door de veer te spannen, is de veerenergie. Die hangt af van de veerconstante en van de uitrekking of indrukking.
- Als een kracht arbeid verricht, wordt er energie omgezet. Bij een energie-omzetting wordt er energie overgedragen van het ene voorwerp naar het andere en/of de soort energie verandert.

25 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Als een voorwerp versnelt, neemt de bewegingsenergie van het voorwerp toe.
- b Als je een doos optilt, wordt spierenergie omgezet in zwaarte-energie.
- c De bewegingsenergie van een voorwerp kan alleen toenemen als er een kracht is die het voorwerp versnelt.
- d Bewegingsenergie is hetzelfde als de snelheid van een voorwerp.
- e De zwaarte-energie van een voorwerp is evenredig met de hoogte en met de zwaartekracht op het voorwerp.

- f Een volgeladen vrachtwagen bevat meer bewegingsenergie dan een lege (bij dezelfde snelheid).
- g Bij een vallend voorwerp wordt bewegingsenergie omgezet in zwaarte-energie.
- h De veerenergie van een gespannen veer is evenredig met de veerconstante.
- i Een schroefveer heeft negatieve veerenergie als hij ingedrukt is.

26 Een auto rijdt met constante snelheid.
- a Welke kracht verricht daarbij positieve arbeid? En welke kracht verricht negatieve arbeid?
- b Leg uit dat de totale arbeid van deze twee krachten nul is.

Een vrachtwagen en een motor rijden met dezelfde snelheid (zie figuur 21). Als beide voertuigen remmen, blijkt de remweg even lang te zijn.
- c Leg met het begrip arbeid uit bij welk voertuig de remkracht het grootst is.

27 In elektriciteitscentrales wekken grote generatoren elektriciteit op.
- a Welke energieomzetting vindt in een generator plaats?
- b Welke soort energie levert de energiebron bij centrales die op aardgas werken?
- c Welke soort energie levert de energiebron bij windmolens?

Een waterkrachtcentrale gebruikt energie die is opgeslagen in een stuwmeer.
- d Welke soort energie is opgeslagen in een stuwmeer?

28 Met een katapult schiet je een steentje recht omhoog. De luchtweerstand op het steentje mag je verwaarlozen.
- a Welke energieomzetting vindt plaats tijdens het wegschieten?
- b Welke kracht(en) zorgt/zorgen daarbij voor de energieomzetting?
- c Welke energieomzetting vindt plaats tijdens het omhoog bewegen van het steentje na het wegschieten? Welke kracht zorgt daarvoor?
- d Leg uit dat de som van de zwaarte-energie en de bewegingsenergie tijdens de beweging omhoog en omlaag constant is (of gelijk blijft).
- e Waar is de energie gebleven als het steentje op de grond is gevallen?

29 Een golfer slaat een bal weg. Tijdens de slag oefenen de club en de bal een kracht op elkaar uit.
- a Leg uit welke kracht positieve arbeid verricht en welke negatieve arbeid.

Tijdens de klap wordt een deel van de bewegingsenergie omgezet in twee andere energiesoorten.
- b Welke energiesoorten zijn dat?

30 Als je op een trampoline op-en-neer springt, vinden er voortdurend energie-omzettingen plaats.
- a In welke positie is de zwaarte-energie maximaal?
- b In welke positie is de veerenergie maximaal?
- c Leg uit dat de bewegingsenergie maximaal is als de trampoline een klein beetje ingedrukt is. Gebruik in je uitleg het begrip resulterende kracht.

Figuur 21 Bij welk voertuig is de bewegingsenergie het grootst?

Figuur 22 Stuwmeer bij een waterkrachtcentrale

Figuur 23 Slag van golfclub tegen balletje

31 Als je een trap oploopt verrichten je beenspieren arbeid.
- a Van welke twee grootheden hangt die hoeveelheid arbeid af?
- b Leg uit dat de formule voor de zwaarte-energie E_z is: $E_z = m \cdot g \cdot h$.

32 Een remmende auto verliest bewegingsenergie.
- a Wat gebeurt er met die energie?

Bij een 2 × zo grote beginsnelheid blijkt de remweg (bij dezelfde remkracht) 4 × zo lang te zijn.
- b Verklaar dat. Gebruik in je uitleg de begrippen gemiddelde snelheid en remtijd.
- c Vul in: Bij een 2 × zo grote snelheid moeten de remmen … × zo veel arbeid verrichten om de auto tot stilstand te laten komen.
- d Is de bewegingsenergie van een auto dus evenredig met de snelheid of evenredig met het kwadraat van de snelheid?

Figuur 24 **Windmolens gebruiken bewegingsenergie van de lucht.**

REKENVOORBEELD 1

Een auto met een massa van 1200 kg rijdt met een snelheid van 108 km/h en remt af met een constante kracht. Na 5,0 s staat de auto stil.
Vraag: Bereken de gemiddelde remkracht op de auto.
Antwoord: Voor de remarbeid geldt:
$W_{rem} = F_{rem} \cdot s$.
De beginsnelheid is 108 km/h = 30 m/s dus is de gemiddelde snelheid $\frac{30}{2}$ = 15 m/s en de remafstand is dan $s = v_{gem} \cdot t = 15 \times 5 = 75$ m.
De remarbeid is gelijk aan de (afname van de) bewegingsenergie. Dus $W_{rem} = \Delta E_k$.
Eerst was
$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 1200 \times 30^2 = 5{,}4 \cdot 10^5$ J
en bij stilstand is $E_k = 0$.
Dat geeft: $W = F_{rem} \cdot s = 5{,}4 \cdot 10^5$ J en
$F_{rem} = \frac{5{,}4 \cdot 10^5}{75} = 7{,}2$ kN.

BEHEERSEN

Formule voor bewegingsenergie

Bewegingsenergie wordt ook wel ***kinetische energie*** E_k genoemd. De kinetische energie hangt af van de massa en van de snelheid van het voorwerp. Er geldt:

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}$$

Hierin is E_k de bewegingsenergie (in J), m de massa (in kg) en v de snelheid (in m/s) van het voorwerp.

AFLEIDING VAN DE FORMULE VOOR BEWEGINGSENERGIE

De kinetische energie van een horizontaal bewegend voorwerp is even groot als de arbeid die door de nettokracht op het voorwerp is verricht tijdens versnellen vanuit rust. Als een voorwerp met massa m vanuit rust wordt versneld en de nettokracht F constant is, is ook de versnelling constant. Er geldt dan: $v_{gem} = \frac{1}{2} \cdot v$
De verrichte arbeid is: $W = F \cdot s = (m \cdot a) \cdot s = m \cdot a \cdot s$
Voor a en s gelden de volgende formules: $a = \frac{v}{t}$ en $s = v_{gem} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$
Vul deze uitdrukkingen voor a en s in de vergelijking voor W in:
$W = m \cdot a \cdot s = m \cdot \left(\frac{v}{t}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v \cdot t\right) = \frac{m \cdot v \cdot v \cdot t}{2 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
Dus $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.

Formule voor zwaarte-energie

De zwaarte-energie van een voorwerp op een hoogte h is gelijk aan de arbeid die nodig was om het voorwerp rustig op te tillen naar die hoogte h. Deze zwaarte-energie komt weer vrij als bewegingsenergie door de arbeid van de zwaartekracht als het voorwerp vanaf hoogte h naar hoogte 0 valt. Tijdens de val verricht de zwaartekracht de arbeid:

$$W = F_z \cdot s = m \cdot g \cdot h$$

Voor de zwaarte-energie E_z van een voorwerp geldt dus:

$$\boxed{E_z = m \cdot g \cdot h}$$

Hierin is E_z de zwaarte-energie van het voorwerp (in J), m de massa (in kg), g de valversnelling (9,81 m/s² = 9,81 N/kg) en h de hoogte van het zwaartepunt van het voorwerp boven de grond (in m).

Vrije val

Bij een ***vrije val***, waarbij de luchtweerstand te verwaarlozen is, wordt tijdens de val zwaarte-energie van het voorwerp omgezet in bewegingsenergie van het voorwerp. De ***energievergelijking*** voor een vrije val is dus:

$$E_{z,boven} = E_{k,beneden} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

In de tweede vergelijking kun je links en rechts de massa wegstrepen. Bij een vrije val hangt de eindsnelheid niet af van de massa van het voorwerp.

Formule voor veerenergie

De veerenergie hangt af van de stugheid van de veer (de veerconstante) en van de uitrekking (of indrukking) van de veer. De kracht die nodig is om de veer gespannen te houden, is evenredig met de uitrekking. De arbeid om de veer te spannen hangt daardoor af van het kwadraat van de uitrekking (of indrukking).

$$\boxed{E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2}$$

Hierin is E_v de veerenergie (in J), C de veerconstante (in N/m) en u de uitrekking of indrukking) (in m).

AFLEIDING VAN DE FORMULE VOOR VEERENERGIE

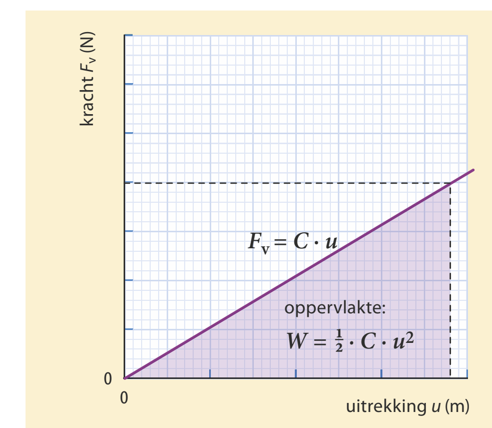
Van een veer die je uitrekt neemt de veerkracht evenredig toe met de uitrekking, zie figuur 25. Er geldt: $F_v = C \cdot u$, waarbij C de veerconstantie is (in N/m) en u de uitrekking (in m).
De arbeid die nodig is om een veer met lengte l uit te rekken tot lengte $l + u$ is gelijk aan de oppervlakte onder de F,u-grafiek. Dit is een driehoek met oppervlakte:
$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot u = \frac{1}{2} \cdot (C \cdot u) \cdot u = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$

33 De paragraafvraag is: Welke energiesoorten spelen een rol bij bewegen, en wat geldt er voor de grootte van die energiesoorten? Wat is het antwoord op deze vraag?

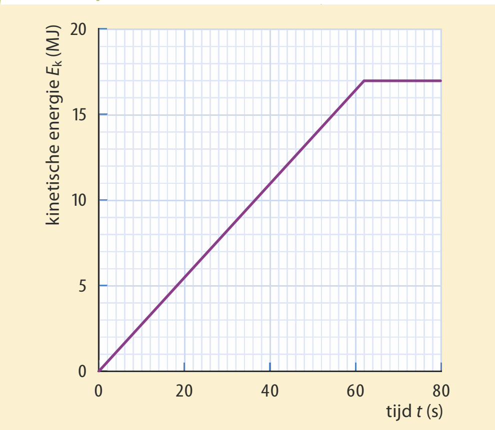
34 Een gewichtheffer traint met een halter van 140 kg. Na het optillen is de zwaarte-energie van de halter 2,3 kJ.
Bereken de hoogte van de halter in de opgetilde positie.

REKENVOORBEELD 2

Een steentje wordt met een katapult vanaf de grond recht omhoog geschoten met een beginsnelheid van 15 m/s. De luchtweerstand is te verwaarlozen.
Vraag: Bereken hoe hoog het steentje komt.
Antwoord: Alle kinetische energie aan de grond wordt omgezet in zwaarte-energie.
Daardoor geldt $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.
Invullen en massa wegstrepen geeft:
$9{,}81 \times h = 0{,}5 \times 15^2 \rightarrow h = 11$ m



Figuur 25 **Een veer spannen**



Figuur 26 Optrekkende trein

35 In figuur 26 zie je hoe de kinetische energie E_k van een trein toeneemt tijdens het optrekken. De massa van de trein is $6{,}96 \cdot 10^4$ kg. Verwaarloos de wrijvingskrachten.
- **a** Bereken de snelheid van de trein na het optrekken.

Tijdens het optrekken heeft de trein een afstand van 685 m afgelegd.
- **b** Bereken de (gemiddelde) kracht van de motor tijdens het optrekken.

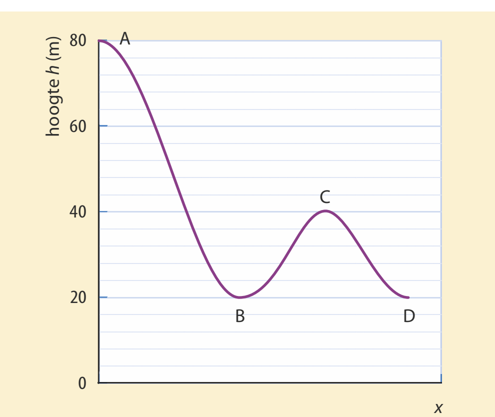
36 Een auto heeft bij een snelheid van 30 m/s een remweg van 60 m. De massa van de auto is 1200 kg.
- **a** Bereken de remkracht van de auto uit de arbeid die de remmen hebben verricht.

Op een glad wegdek is de remkracht 3 × zo klein.
- **b** Leg met energie en/of arbeid uit dat de remweg op een glad wegdek 3 × zo groot is.

Uit veiligheidsoverwegingen halveert de automobilist zijn snelheid.
- **c** Hoeveel keer zo klein is dan de kinetische energie van de auto?
- **d** Bereken de remweg bij deze snelheid op een glad wegdek.

37 Een auto heeft bij 30 m/s een (minimale) remweg van 60 m. Er wordt een zware aanhangwagen (zonder remmen) aan de auto gekoppeld. De totale massa is dan 1,5 × zo groot.
- **a** Leg met energie en arbeid uit dat de remweg met aanhanger 1,5 × zo groot is.
- **b** Bereken de snelheid waarbij de (minimale) remweg met aanhanger 60 m is.

38 Je gooit een steen van 0,4 kg recht omhoog met een snelheid van 4,0 m/s. Verwaarloos de luchtweerstand.
- **a** Bereken met energie en/of arbeid hoe hoog de steen komt (vanaf het punt van loslaten).
- **b** Beredeneer met verhoudingen hoe hoog de steen komt als je hem met 8,0 m/s omhoog gooit.
- **c** Leg uit of een zwaardere steen even hoog komt (bij dezelfde snelheid).



Figuur 27 Bobsleebaan

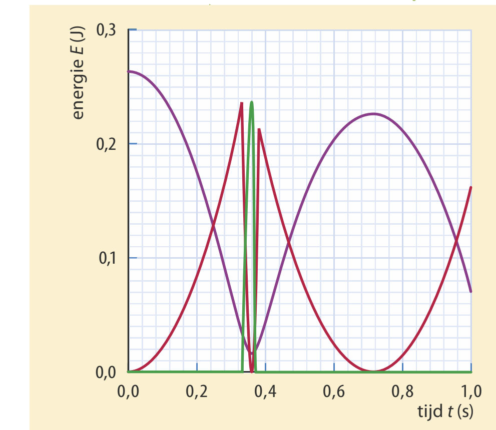
39 Een bobslee glijdt vanuit rust zonder wrijving naar beneden langs de in figuur 27 weergegeven helling.
- **a** Leg uit dat de snelheid van de bobslee in punt D even groot is als in punt B.
- **b** Laat zien dat in de punten B en D de snelheid 34 m/s is.
- **c** Bepaal de snelheid in punt C.

Figuur 28 Volleyballers springen op bij het net.

40 Een volleyballer van 70 kg springt op om een bal boven het net te blokkeren. Direct na de afzet heeft hij een verticale snelheid van 4,0 m/s. Op dat moment bevindt zijn zwaartepunt zich op 1,3 m boven de grond en reiken zijn vingertoppen tot 2,5 m.
- **a** Bereken hoe hoog zijn vingertoppen komen in het hoogste punt van de sprong.

Bij de afzet voor de sprong zwaait de volleyballer zijn armen omhoog. Dat doet hij voordat hij helemaal loskomt van de grond.
- **b** Leg uit waardoor je hoger komt door je armen omhoog te zwaaien.

41 In figuur 29 stellen de drie grafieken in hetzelfde diagram elk een energiesoort voor van een stuiterende bal.
- **a** Welke kleur hoort bij de zwaarte-energie? En welke bij de veerenergie?
- **b** Op welk tijdstip heeft de bal de grootste snelheid?
- **c** Op welk tijdstip bevindt de bal zich (na de stuit) op het hoogste punt?
- **d** Beschrijf hoe je aan de hand van het diagram kunt bepalen hoeveel energie tijdens de stuit van de bal wordt omgezet in warmte.
- **e** Beschrijf hoe je aan de hand van het diagram kunt bepalen hoeveel energie er 'verloren gaat' door luchtweerstand.



Figuur 29 Energieën bij een stuiterende bal

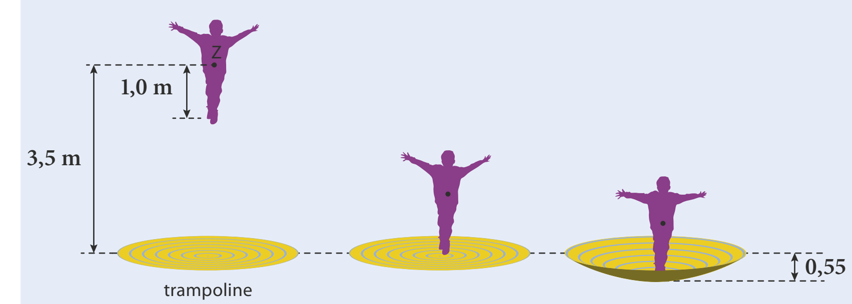
42 Controleer dat in de formules $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ en $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$ de eenheden links en rechts van het gelijkteken gelijk zijn.

43 Bij een harmonische trilling van een horizontaal trillend massa-veersysteem is de wrijving verwaarloosbaar. In de evenwichtsstand is de veerenergie nul.
- **a** Leg uit dat behoud van energie dan betekent dat de maximale veerenergie gelijk is aan de maximale kinetische energie.
- **b** Leg uit dat de maximale snelheid dus evenredig is met de amplitude van de trilling.

In hoofdstuk 7 heb je de formule $v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ geleerd.
- **c** Leid met deze formule af dat voor de totale energie van een harmonische trilling geldt: $E_{trilling} = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$.

44 Op het hoogste punt van een trampolinesprong ligt het zwaartepunt van een springer van 70 kg op een hoogte van 3,5 m boven de trampoline (figuur 30). Zijn zwaartepunt ligt 1,0 m boven de onderkant van zijn voeten. Verwaarloos de luchtweerstand.
- **a** Bereken de snelheid waarmee zijn voeten de trampoline raken.

Na de landing veert de trampoline maximaal 0,55 m in.
- **b** Leg uit dat in het laagste punt alle energie is omgezet in veerenergie.
- **c** Bereken hoe groot de veerenergie is in het laagste punt.
- **d** Bereken de veerconstante van de trampoline.



Figuur 30 Drie momentopnames van een trampolinesprong: het hoogste punt (links), het raken van de trampoline (midden) en het laagste punt (rechts).

W4 Hybride auto

Oefenen A
Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 9.2 en 9.3 begrepen hebt.

Experiment 5: Energie voor ophijsen

Experiment 6: Waterkrachtcentrale

9.4 Behoud van energie

ONTDEKKEN

Bij bewegingen in de sport en in het verkeer vinden voortdurend energie-omzettingen plaats. Tijdens het bewegen wordt chemische energie omgezet in andere vormen van energie zoals kinetische energie, zwaarte-energie en warmte. De totale hoeveelheid energie blijft daarbij gelijk. Energie wordt dus omgezet, maar ontstaat of verdwijnt niet.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je gebruikmaken van de wet van behoud van energie?

BEGRIJPEN

Figuur 31 **Tijdens de val van een skydiver wordt zwaarte-energie eerst in bewegingsenergie omgezet en daarna in warmte.**

Energie gaat niet verloren

Een belangrijke eigenschap van energie is dat de totale hoeveelheid altijd gelijk blijft. Je kunt energie niet 'maken' of vernietigen, alleen omzetten in een andere energiesoort. Dat is de ***wet van behoud van energie***.
Bij een fietser die zonder te trappen een dijk af rijdt, wordt de zwaarte-energie grotendeels omgezet in bewegingsenergie. De weerstandskrachten zorgen ervoor dat een klein gedeelte van de zwaarte-energie omgezet wordt in warmte. Maar de totale hoeveelheid energie blijft wel even groot.
De zwaarte-energie die een skydiver heeft als hij op grote hoogte uit een vliegtuig springt, wordt eerst vooral in bewegingsenergie omgezet. Maar al snel wordt de luchtweerstand even groot als de zwaartekracht, zodat de snelheid gelijk blijft en dus ook de hoeveelheid bewegingsenergie. Wanneer hij uiteindelijk rustig landt, is bijna alle zwaarte-energie die hij boven had, omgezet in warmte.

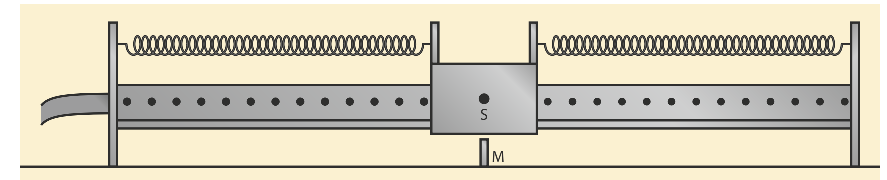
Arbeid en energiebehoud

Arbeid en energie zijn grootheden die sterk op elkaar lijken, ze hebben ook dezelfde eenheid (joule). Er is echter een verschil. Energie zoals kinetische energie, zwaarte-energie en chemische energie zit 'opgeslagen' *in* een voorwerp. Arbeid is de hoeveelheid energie die, gedurende beweging in de richting van de kracht, *door* die kracht wordt toegevoerd aan, of afgevoerd uit, het voorwerp. Bij arbeid is er dus altijd sprake van energieomzetting. Er wordt energie overgedragen van het ene voorwerp naar het andere of de soort energie verandert, of beide. Maar de totale hoeveelheid energie verandert niet door de arbeid van een kracht.

Energieomzettingen bij trillen

In een trillend massa-veersysteem wordt voortdurend energie uitgewisseld tussen de massa en de veer. Is de trilling horizontaal en zonder luchtweerstand of schuifwrijving, zoals bij een karretje op een luchtkussenbaan, dan verricht alleen de veerkracht arbeid. De arbeid door de veren op de massa is afwisselend positief en negatief. Als er ook geen inwendige wrijving in de veren is, is de som van de kinetische energie van de massa en de veerenergie van de veren, constant. In de uiterste stand zit alle energie als veerenergie in de veren en in de evenwichtstand is alle energie kinetische energie van de massa.

Is er wel wrijving, dan neemt de totale energie af en dus ook de amplitude en de maximale snelheid van het trillende systeem. (De trillingstijd blijft echter gelijk!)



Figuur 32 **Wagentje tussen gespannen veren op een luchtkussenbaan**

Energieomzettingen bij stuiteren

Bij het stuiteren van een bal vinden in korte tijd enkele energieomzettingen plaats. Als de onderkant van de bal de grond raakt, wordt door de arbeid van de normaalkracht op de bal de bewegingsenergie van de bal omgezet in veerenergie, doordat de bal indeukt. Als de snelheid van de bal nul is geworden, is de bewegingsenergie ook nul. De bal is dan maximaal ingedeukt en de veerenergie is maximaal. De veerkracht zorgt er vervolgens voor dat de bal bij het uitdeuken omhoog versnelt. Dan wordt veerenergie weer omgezet in bewegingsenergie. Daarna beweegt de bal omhoog en wordt de bewegingsenergie omgezet in zwaarte-energie. Na het hoogste punt wordt de zwaarte-energie weer omgezet in bewegingsenergie.

Figuur 33 **Een stuiterende bal wordt altijd een beetje ingedeukt.**

Bij elke stuit wordt een deel van de bewegingsenergie omgezet in warmte. De snelheid van de bal is daardoor na een stuit kleiner (figuur 33). Tijdens de beweging in de lucht raakt de bal bovendien energie kwijt door de luchtweerstand. Vaak is het verlies aan bewegingsenergie door de luchtweerstand veel kleiner dan het energieverlies tijdens een stuit. Uiteindelijk is na een aantal stuiten alle energie omgezet in warmte en ligt de bal stil op de grond.

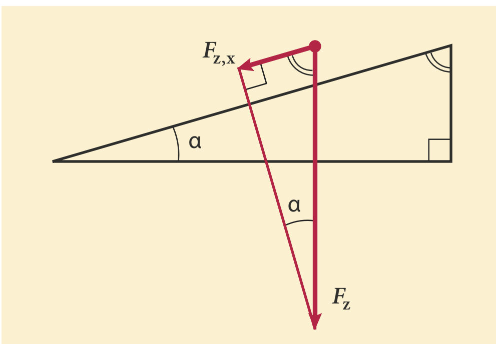
W5 Stuiterend golfballetje

✱ De wet van behoud van energie houdt in dat de totale hoeveelheid van alle energie(soorten) samen, gelijk blijft.

45 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Bij elke beweging geldt de wet van behoud van energie.
- b Bij elke beweging blijft de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie gelijk.
- c Alle energie bij bewegingen wordt uiteindelijk omgezet in chemische energie.
- d Bij een vrije val is de som van zwaarte-energie en kinetische energie constant.
- e Arbeid is de hoeveelheid energie die is opgeslagen in een kracht.
- f De kinetische energie verandert alleen als er wrijvingskracht is.
- g Een kracht die tegen de bewegingsrichting in werkt, verricht arbeid, waardoor de kinetische energie afneemt.
- h Een trillend massa-veersysteem heeft alleen kinetische energie.

Figuur 34 **Bij een stuiterende bal wordt de totale energie geleidelijk omgezet in warmte.**

46 Een perpetuum mobile is een bewegend voorwerp of apparaat dat oneindig lang blijft bewegen zonder dat er energie wordt toegevoerd.
- a Volgens welke wet zou een perpetuum mobile mogelijk moeten zijn?
- b Leg uit waardoor op aarde een perpetuum mobile onmogelijk is.
- c Is een tv-satelliet een goed voorbeeld van een perpetuum mobile?



Figuur 35

47 De wet van behoud van energie geldt voor alle situaties.

a Leg in je eigen woorden uit wat de wet van behoud van energie betekent.
Iemand beweert: 'Dankzij de wet van behoud van energie kan er nooit sprake zijn van een tekort aan energie.'

b Leg uit wat er mis is aan deze bewering.

48 De som van zwaarte-energie en kinetische energie is in sommige gevallen constant.

a Is dat het geval bij een vrije val omhoog of omlaag? Leg uit.

b Is dat het geval bij de trilling van een massa die aan een veer hangt? Leg uit.

c Is bij de beweging van de aarde rond de zon de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie constant?

Bij een auto die van een helling rolt verricht de zwaartekracht arbeid. Voor de component $F_{z,x}$ langs de helling geldt: $F_{z,x} = F_z \cdot \sin(\alpha)$ (zie figuur 35).

d Laat zien dat de afname van de zwaarte-energie van de auto even groot is als de arbeid van de (component van de) zwaartekracht.

49 Bij een bal die op de grond stuitert, is in het laagste punt de som van de zwaarte-energie en de kinetische energie nul.

a Waar is de kinetische energie gebleven die de bal vlak vóór de stuit had?

b Welke kracht zorgt ervoor dat de bal even later weer wel kinetische energie heeft?

c Hoe kun je zien dat tijdens de stuit een beetje bewegingsenergie is omgezet in warmte?

50 Een auto remt en komt tot stilstand voor het verkeerslicht.

a Beschrijf in eigen woorden hoe de wet van behoud van energie geldt voor het afremmen. Gebruik daarbij de begrippen: kinetische energie, warmte, arbeid en remkracht.

b Leg uit dat hier geldt: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{\text{begin}} = F_{\text{rem}} \cdot s$.

51 Een meisje laat zich zonder beginsnelheid op een 10 m hoge waterglijbaan naar beneden glijden.

a Welke energieomzettingen vinden er plaats?

b Welke krachten verrichten de arbeid van de energie-omzettingen van vraag a?

52 Een bal wordt door een keeper uitgetrapt. Neem aan dat de luchtweerstand te verwaarlozen is.

a Leg uit dat in het hoogste punt niet alle kinetische energie is omgezet in zwaarte-energie.

b Beschrijf hoe je kunt berekenen hoe hoog de bal komt als je de snelheden in het hoogste en in het laagste punt kent.

BEHEERSEN

Energiebehoud bij bewegen

Als de hoeveelheid van een energiesoort toeneemt, moet die van een andere energiesoort afnemen. De totale hoeveelheid energie blijft immers altijd gelijk:

$$\boxed{\sum E_{\text{begin}} = \sum E_{\text{eind}}}$$

Hierin betekent de Griekse letter $\sum$ (sigma): tel op.

Als je bijvoorbeeld met een katapult een steentje omlaag schiet, is $\sum E_{\text{begin}}$ de som (vlak voor het wegschieten) van de veerenergie en de zwaarte-energie en $\sum E_{\text{eind}}$ de som (net boven de grond) van de bewegingsenergie en de warmte die door wrijving is ontstaan. Die twee totalen zijn gelijk.

Bij rekenen met energie en het opstellen van een ***energievergelijking*** pas je de wet van behoud van energie toe op twee tijdstippen, bijvoorbeeld het begin en het eind van een beweging. Je zet dan aan de ene kant van het =teken van de verschillende energiesoorten de (bekende) waarden aan het begin en aan de andere kant van het =teken de bekende waarden op het eind. Vaak is het verschil dan de ontwikkelde warmte.

De grootte van de arbeid die een kracht verricht, is gelijk aan de hoeveelheid energie die door die arbeid wordt omgezet. Dat betekent dat de verandering van de kinetische energie van een bewegend voorwerp gelijk is aan de arbeid van de nettokracht die op het voorwerp werkt:

$$\boxed{\sum W = \Delta E_k}$$

Hierin is $\sum W$ de arbeid van de nettokracht die op het bewegende voorwerp werkt (in J) en ΔE_k de verandering van de bewegingsenergie van het voorwerp (in J).

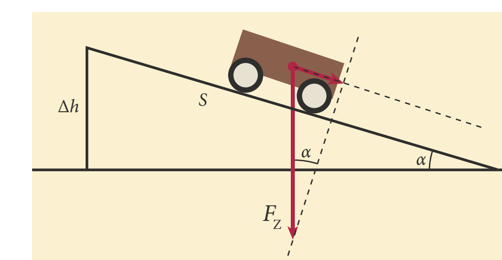
Bij een beweging schuin omhoog of omlaag verricht ook de zwaartekracht arbeid. De hoeveelheid arbeid die de zwaartekracht op een voorwerp verricht, is gelijk aan de verandering van de zwaarte-energie. Daarbij maakt het niet uit hoe schuin de richting van de afgelegde weg is. Het gaat alleen om het hoogteverschil. In figuur 36 zie je dat de arbeid door de zwaartekracht altijd het verschil in zwaarte-energie is:
$W_{Fz} = (F_z \cdot \sin\alpha) \cdot s = (F_z \cdot \sin\alpha) \cdot \frac{\Delta h}{\sin\alpha} = F_z \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot \Delta h$

REKENVOORBEELD 3

Een auto rijdt een traject van 12 km met een constante snelheid van 90 km/h. De automotor heeft een rendement van 30% en verbruikt voor dit traject 0,75 L benzine.
Vraag: Hoe groot is de totale weerstand(skracht) op de auto bij deze snelheid?
Antwoord: De verbrandingswarmte r_V van benzine is $33 \cdot 10^6$ J/L en het rendement η van de motor is 30%. De motor heeft dus $0{,}30 \times 0{,}75 \times 33 \cdot 10^6 = 7{,}4 \cdot 10^6$ J arbeid verricht, tijdens de rit over 12 km.
$W_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot s$ ingevuld: $7{,}4 \cdot 10^6 = F_{\text{motor}} \times 12 \cdot 10^3 \rightarrow F_{\text{motor}} = 0{,}62$ kN
De snelheid is constant, dus is ook de totale tegenwerkende kracht 0,62 kN.

REKENVOORBEELD 1

Een tennisbal (massa 58 g) wordt met een snelheid van 100 km/h recht omhoog geslagen en bereikt een hoogte van 35 m.
Vraag: Hoe groot is de gemiddelde luchtweerstand tijdens de beweging omhoog?
Antwoord: De kinetische energie is in het begin:
$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}058 \times \left(\frac{100}{3{,}6}\right)^2 = 22{,}4$ J
Kennelijk wordt niet al deze bewegingsenergie omgezet in zwaarte-energie, want die is op het hoogste punt:
$E_z = m \cdot g \cdot h = 0{,}058 \times 9{,}81 \times 35 = 19{,}9$ J
Er is dus 2,46 J bewegingsenergie omgezet in warmte door de wrijvingsarbeid en de afstand waarover de luchtweerstand werkt is 35 m.
$W = F \cdot s = 2{,}46$ J zodat de gemiddelde luchtweerstand $F_{w,l} = \frac{W}{s} = \frac{2{,}46}{35} = 7{,}0 \cdot 10^{-2}$ N.



Figuur 36 **Alleen het hoogteverschil telt.**

REKENVOORBEELD 2

Een werper geeft de honkbal een snelheid van ruim 90 km/h. De honkbal heeft een massa van 145 g.
Vraag: Maak een beredeneerde schatting van de gemiddelde kracht waarmee de werper de bal werpt.
Antwoord: De werper duwt de bal met de hand over zo groot mogelijke afstand. Dat zal ongeveer 2 m zijn. De snelheid van de bal gaat tijdens de worp van nul naar $\frac{90}{3{,}6} = 25$ m/s.
De energievergelijking $\sum W = \Delta E_k$ is hier dus:
$F \cdot s = \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{\text{eind}} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{\text{begin}}$
$F \times 2 = \frac{1}{2} \times 0{,}145 \times 25^2 - 0 = 45{,}3$ J
Dus is de gemiddelde kracht F van de werper ongeveer $\frac{45{,}3}{2} = 23$ N.

REKENVOORBEELD 4

Bij het hoogspringen (zie figuur 37) neemt de atleet een aanloop. Tijdens de sprong wordt 80% van de bewegingsenergie van de atleet omgezet in zwaarte-energie. De aanloopsnelheid is 5,0 m/s, de massa van de atleet is 70 kg. Gedurende de aanloop ligt het zwaartepunt 1,0 m boven de grond.

Vraag: Bereken hoe hoog het zwaartepunt komt.

Antwoord: Tijdens de sprong geldt de energievergelijking:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 \times 0{,}80 + m \cdot g \cdot h_A$

$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$

Invullen van de gegevens en de massa wegstrepen levert op:

$\frac{1}{2} \times 5{,}0^2 \times 0{,}80 + 9{,}81 \times 1{,}0 = \frac{1}{2} \times 0^2 + 9{,}81 \times h_B$

Dit geeft: $h_B = 2{,}0$ m.

Figuur 38 Dankzij de kreukelzone is de botsafstand groter en de kracht kleiner.

Figuur 37 Tijdens de vlucht over de lat is er behoud van totale energie.

Remmen en botsen

Bij remmen en botsen gaat bewegingsenergie verloren, doordat remmende kracht(en) arbeid verrichten. In beide gevallen wordt door de arbeid van de tegenwerkende kracht(en) bewegingsenergie omgezet in warmte. Het enige verschil is de lengte van de remweg. De energievergelijking bij botsen en bij remmen is dan ook hetzelfde:

$$\sum W = \Delta E_k \rightarrow F_{rem} \cdot s = \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{eind} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{begin} = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{begin}$$

Bij gelijke beginsnelheid is de afstand dus omgekeerd evenredig met de kracht, als een voertuig tot stilstand komt. Hoe groter de remkracht, des te korter de remweg. Omgekeerd zijn de krachten die optreden bij botsingen dus kleiner naarmate de botsafstand groter is. Veiligheidsmaatregelen zijn dan ook vaak bedoeld om de botsafstand te vergroten. Bij een personenauto die tegen een stilstaand zwaar en massief voorwerp botst, is de botsafstand van de auto gelijk aan de kreukelzone aan de voorkant van de auto (zie figuur 38). Voor de chauffeur wordt de botsafstand nog vergroot door de autogordel (en de airbag).

53 De paragraafvraag is: Hoe kun je gebruikmaken van de wet van behoud van energie? Wat is het antwoord op deze vraag?

54 Een auto heeft bij 100 km/h een remweg van 60 m. De massa van de auto is $1{,}2 \cdot 10^3$ kg.
- **a** Stel de energievergelijking op voor het remmen.
- **b** Bereken de remkracht van de auto.

Achter de auto wordt een caravan ($0{,}6 \cdot 10^3$ kg) gehangen. De rem van deze caravan is kapot.
- **c** Bereken hoe groot nu de remweg bij 100 km/h is. De remkracht blijft gelijk.
- **d** Hoe hard mag de auto met caravan rijden, zodat de remweg niet meer dan 60 m is?

55 Een fietser trekt vanuit stilstand op met een voorwaartse kracht F_{vw} van 40 N. De (gemiddelde) wrijvingskracht F_w tijdens de eerste 20 m is 10 N.
- **a** Stel de energievergelijking op voor het optrekken over die 20 m.

De totale massa van de fietser plus fiets is 90 kg.
- **b** Bereken de snelheid van de fietser na 20 m.

56 Hoogspringers landen op een heel dik kussen. Zie figuur 39.
Leg met behulp van arbeid en energie uit waardoor de kracht bij het landen op een kussen kleiner is dan bij het landen in een zandbak.

57 Een bal met een massa van 1,5 kg wordt vanaf een hoogte van 1,8 m (punt A) recht omhoog gegooid. Op die hoogte is de snelheid 13 m/s. De luchtweerstand is verwaarloosbaar klein.
- **a** Stel de energievergelijking op voor deze worp.
- **b** Bereken hiermee hoe hoog de bal komt (punt B).

Even later ploft de bal op de grond (punt C).
- **c** Stel een vergelijking op waarmee je de snelheid bij het neerploffen kunt berekenen.
- **d** Leg uit dat het antwoord van vraag **b** wel anders wordt, maar dat van vraag **c** niet, als de bal schuin omhoog wordt gegooid.

58 Bij een vrije val geldt voor de snelheid na een valafstand h: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.
- **a** Leid deze vergelijking af uit de wet van energiebehoud.
- **b** Leg uit of je deze vergelijking ook kunt gebruiken als je een steen omhoog gooit.

59 In figuur 40 is de slingerbeweging van een kogel aan een koord weergegeven. In de uiterste stand bevindt de kogel zich 4,5 cm hoger dan in de evenwichtsstand. Bij deze slingerbeweging is de luchtweerstand verwaarloosbaar klein.
- **a** Bereken de snelheid waarmee de kogel door de evenwichtsstand beweegt.
- **b** Beredeneer of de maximale snelheid van de kogel evenredig is met de beginhoogte. Zo niet, welk verband is er dan tussen de beginhoogte en de maximale snelheid?

60 Met botsproeven wordt onderzocht welke invloed de lengte van de kreukelzone heeft op de kracht op de bestuurder tijdens een botsing. Zie figuur 41. De proefpop heeft een massa van 80 kg. De botsproeven worden uitgevoerd bij 40 km/h. Bij de eerste botsproef heeft de kreukelzone een lengte van 20 cm en rekt de autogordel 15 cm uit.
- **a** Leg uit dat de 'remweg' van de pop 35 cm is.
- **b** Bereken de gemiddelde kracht op de pop tijdens de botsing.

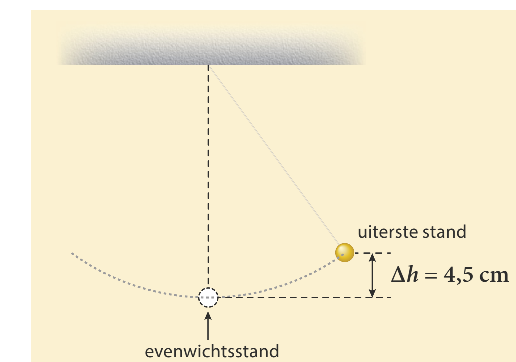
Bij de tweede botsproef is de kreukelzone 40 cm en rekt de gordel 12 cm uit.
- **c** Met hoeveel procent is de kracht op de pop daardoor afgenomen?

61 Een fietser (massa inclusief fiets 90 kg) rijdt met 30 km/h naar een fietsbrug toe. De brug heeft een hoogte van 1,5 m.
- **a** Bereken de toename in zwaarte-energie als hij de brug op fietst.

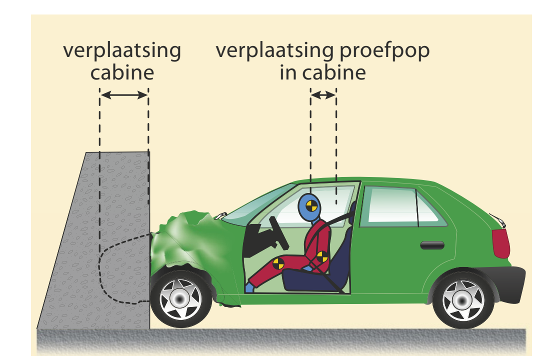
Tegen de brug op rijdend trapt de fietser niet. De arbeid door de wrijvingskrachten op de fiets verricht, is daarbij 0,80 kJ.
- **b** Bereken de snelheid van de fietser, als hij bovenop de brug is.

Vervolgens laat de fietser zich ook naar beneden rollen. De arbeid van de wrijvingskrachten is dan even groot als op de weg omhoog.
- **c** Bereken de snelheid van de fietser als hij weer beneden is.

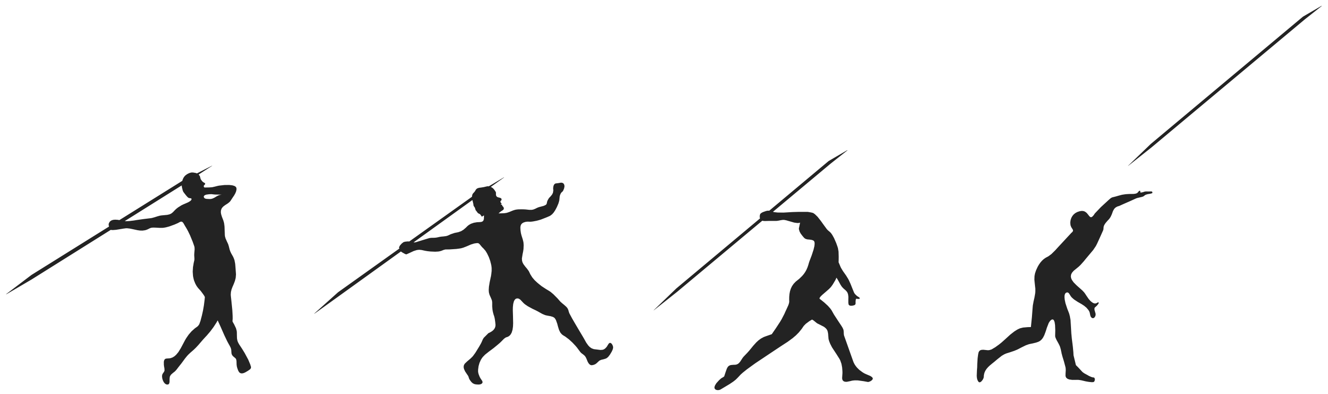
Figuur 39 Dik kussen bij hoogspringen



Figuur 40 Kogelslinger



Figuur 41 Verplaatsing van de cabine en de proefpop binnen de cabine tijdens een botsproef



Figuur 42 Beelden van speerwerpen

62 Een speer is 2,6 m lang en heeft een massa van 800 g. De atleet komt met een flinke snelheid aanlopen, zodat de snelheid van de speer dan al ongeveer 5 m/s is. Vervolgens werpt de atleet de speer met veel kracht weg. De snelheid van de speer is bij het loslaten 30 m/s.

- **a** Bereken de toename van de bewegingsenergie van de speer tijdens de worp.
- **b** Maak aan de hand van de beelden van figuur 42 een schatting van de afstand die de speer aflegt tijdens het wegwerpen.
- **c** Bereken daarmee de (gemiddelde) kracht van de atleet op de speer tijdens de worp. Verwaarloos daarbij de toename van de zwaarte-energie tijdens het werpen.

Tijdens de vlucht gaat de speer eerst omhoog en daarna omlaag. Neem aan dat de weerstand van de lucht te verwaarlozen is.

- **d** Bij het 'klimmen' in de lucht neemt de snelheid van de speer af. Leg uit waardoor dat veroorzaakt wordt.

Het hoogste punt van de speer ligt op 18,0 m. De beginhoogte is 2,0 m.

- **e** Bereken de snelheid van de speer op het hoogste punt.

63 Eline en Fatima doen een onderzoek waarbij ze een steentje op een hoogte van 1,0 m horizontaal wegschieten met een katapult. Hun onderzoeksvraag is: 'Hoe hangt de snelheid van het steentje direct na het afschieten af van de massa van het steentje en van de uitrekking van de katapult?'
Bij het opstellen van hun hypothese nemen ze aan dat de veerkracht van de katapult evenredig is met de uitrekking: $F_v = C \cdot u$. De wrijvingskrachten verwaarlozen ze.

- **a** Welk verband verwacht je tussen de maximale snelheid en de massa van het steentje? Stel een hypothese op met behulp van formules.
- **b** Welk verband verwacht je tussen de maximale snelheid en de uitrekking van de katapult? Stel een hypothese op met behulp van formules.

Bij een van hun experimenten meten ze een snelheid van 14 m/s bij een uitrekking van 28 cm. De massa van het steentje is 20 g.

- **c** Bereken de veerconstante van de katapult.

64 Bij polsstokhoogspringen wordt een flexibele veerkrachtige polsstok gebruikt. De aanloopsnelheid van polsstokhoogspringers is veel hoger dan bij gewoon hoogspringen.

- **a** Leg met behulp van behoud van energie uit waardoor je veel hoger kunt komen met maximale aanloopsnelheid en een flexibele polsstok.

Neem aan dat de atleet aan komt lopen met een snelheid van 8,0 m/s, en dat 70% van zijn bewegingsenergie via veerenergie van de polsstok wordt omgezet in zwaarte-energie van de atleet. De massa van de 2,0 m lange polsstokhoogspringer is 84 kg.

- **b** Bereken de afstand die het zwaartepunt van de springer omhoog gaat door deze energie-omzettingen.
- **c** Controleer aan de hand van figuur 43 dat het zwaartepunt van de atleet tijdens de sprong ongeveer 4,0 m omhoog gaat.
- **d** Verklaar het verschil tussen de uitkomsten van vraag **b** en **c**.

65 Een bungeejumper (massa 70 kg, lengte 2 m) staat op een platform met aan zijn voeten een bungeekoord. Hij laat zich voorover vallen en duikt met zijn hoofd naar beneden. Op het laagste punt van zijn sprong (duik) raakt zijn hoofd net het water. Zijn zwaartepunt is dan 81 m gedaald, en het koord is 44 m uitgerekt.

- **a** Laat met een berekening zien dat de veerconstante van het bungeekoord 57 N/m is.
- **b** Leg met een tekening uit dat het platform zich 81 m boven het wateroppervlak bevindt en dat het niet uitgerekte koord 35 m lang is.

De volgende springer is lichter maar zij is wel net zo lang. Zij gebruikt hetzelfde bungeekoord.

- **c** Leg uit dat zij het water niet zal raken.

Deze springer blijft met haar hoofd 5,0 m van het water verwijderd.

- **d** Bereken de massa van deze springer.

Figuur 43 Met een aanloop en een polsstok kun je heel hoog komen.

9.5 Vermogen en snelheid

Experiment 7: Je eigen vermogen meten

Experiment 8: Rendement van een dynamo

ONTDEKKEN

Om te bewegen moet je zowel kracht zetten als energie omzetten door arbeid te verrichten. Bij topprestaties in de sport en in het verkeer gaat het daarbij niet alleen om de hoeveelheid arbeid die je kunt verrichten, maar ook om de tijd die je ervoor nodig hebt. De maximale snelheid van een zwemmer, een auto of een fietser wordt vooral bepaald door het vermogen dat geleverd kan worden. Hoe zit dat?

PARAGRAAFVRAAG

Wat is het verband tussen snelheid en vermogen?

BEGRIJPEN

Vermogen van een (duur)sporter

Sommige sporten zijn explosief, zoals gewichtheffen, honkballen, tennissen, kogelstoten, speerwerpen of hoogspringen. Ook bij 50 m zwemmen, 100 m hardlopen en 500 m schaatsen wordt de prestatie bepaald door een korte felle sprint. Daar is een grote kracht voor nodig. Explosieve sporters hebben dan ook vaak veel spiermassa, waardoor ze in korte tijd veel chemische energie kunnen omzetten in bewegingsenergie.

Figuur 44 Om snel te starten heb je vooral veel kracht nodig.

Bij duursporten is de hoeveelheid energie die de sporter langdurig kan blijven omzetten belangrijker dan de kracht. Duursporters hebben vaak weinig spiermassa. Maar wel hebben ze hun lijf getraind om efficiënt de spieren van 'brandstof' te kunnen voorzien en snel de afvalstoffen te kunnen afvoeren.

De arbeid die de spieren per seconde verrichten is het ***mechanisch vermogen***. Dit vermogen wordt uitgedrukt in W, net zoals het elektrisch vermogen van bijvoorbeeld een stofzuiger. Er is wel een belangrijk verschil: bij sporters en auto's gaat het om de arbeid die de spieren of de motor per seconde kunnen verrichten (P_{uit}). Bij apparaten zoals een stofzuiger is het elektrisch vermogen de gebruikte elektrische energie per seconde (P_{in}). Het duurvermogen van sporters varieert tussen ongeveer 300 en 400 W. Het piekvermogen, bijvoorbeeld in een korte sprint, kan wel 2 kW zijn.

Vermogen en snelheid

Bij constante snelheid is de arbeid die de motor van een voertuig of de spieren van een sporter per seconde verricht even groot als de verrichte arbeid per seconde door de tegenwerkende krachten. Als de snelheid toeneemt, wordt zowel de luchtweerstand als de per seconde afgelegde afstand groter. Dat betekent dat de arbeid die de motor of de spieren per seconde moeten verrichten ook toeneemt bij hogere snelheid.

ROEI- EN FIETSERGOMETERS

Op sommige fitnessapparaten kun je met een *ergometer* je mechanisch vermogen meten. Het geeft een indicatie voor je conditie. De ergometer meet de uitgeoefende kracht en de afstand die per seconde wordt afgelegd. Het 'uitgerekende' mechanisch vermogen wordt dan weergegeven op het display.
Voor wedstrijdfietsers heeft een fietsergometer in de zaal het nadeel dat de omstandigheden niet gelijk zijn aan de wedstrijdomstandigheden. In de zaal heb je immers geen last van bijvoorbeeld luchtweerstand of een hobbelig wegdek. Dat nadeel heeft een SRM-systeem niet. Bij dat systeem zit in de trapas van de fiets een sensor die de trapkracht meet. Een andere sensor meet de trapfrequentie (omwentelingen per minuut). Daarmee wordt het geleverde vermogen berekend.
Iets dergelijks vind je ook op elektrische fietsen (e-bikes). Hierbij wordt de ondersteuning van de motor bepaald door de kracht op de pedalen en/of de trapfrequentie.

Figuur 45 Deze roeister levert nu een vermogen van 255 W bij een tempo van 41 slagen per minuut. Haar gemiddelde vermogen na 1 min 7 s was 236 W.

Figuur 46 Bij het SRM-systeem meten sensoren de trapkracht en de trapfrequentie.

- Het mechanisch vermogen is de arbeid die per seconde wordt verricht door een mens of een machine.
- Voor een hogere constante snelheid in de sport en in het verkeer is een groter motor- of spiervermogen nodig, doordat zowel de tegenwerkende kracht toeneemt als de afstand die per seconde wordt afgelegd.

66 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Het mechanisch vermogen van een automotor is de energie die de motor per seconde gebruikt.
- b Het mechanisch vermogen is evenredig met de kracht en evenredig met de afstand die per seconde wordt afgelegd.
- c Een ergometer meet hoeveel arbeid de sporter per seconde verricht.
- d Het vermogen tijdens een sprint is kleiner dan het duurvermogen.
- e Bij constante snelheid is het vermogen van een automotor gelijk aan de wrijvingsarbeid per seconde.
- f Tijdens het optrekken is het vermogen van een automotor gelijk aan de toename van de kinetische energie per seconde.

67 Spieren oefenen kracht uit en zetten energie om.
- a Heb je meer kracht nodig bij duursporten of bij explosieve sporten?
- b Leg uit wat het verschil is tussen arbeid en vermogen.
- c Hoe kun je aan de lichaamsbouw van duursporters zien dat bij hen kracht minder belangrijk is dan duurvermogen?

68 Het mechanisch vermogen druk je uit in watt.
- a Beschrijf in je eigen woorden wat met het mechanisch vermogen bedoeld wordt.
- b Leg uit wat het verschil is tussen watt en joule.

Het elektrisch vermogen van een stofzuiger wordt ook uitgedrukt in watt.
- c Wat is, natuurkundig gezien, een belangrijk verschil tussen het elektrisch vermogen van een stofzuiger en het mechanisch vermogen van een automotor?

Figuur 47 **Bij een roeitrainer voer je tijdens de haal bewegingsenergie toe aan een vliegwiel.**

69 Een schaatser rijdt met constante snelheid over het ijs.

- **a** Leg uit dat het mechanisch vermogen van de schaatser even groot is als de wrijvingsarbeid per seconde.
- **b** Voor een grotere snelheid moet de schaatser een flink groter vermogen leveren. Noem daarvoor twee oorzaken.

Bij schaatsen zie je dat sprinters altijd 'dieper zitten' dan marathonschaatsers. Dat doen ze omdat ze op die manier met grotere kracht kunnen afzetten.

- **c** Noem nog een reden waarom sprinters bij schaatsen 'dieper zitten' dan marathonschaatsers.

70 Een roeitrainer geeft het vermogen aan dat de gebruiker levert (zie figuur 47). Op een roeitrainer zit een vliegwiel dat in beweging gehouden wordt door aan het touw te trekken. Het vliegwiel wordt afgeremd door de lucht en/of een rem.

- **a** Leg uit dat (gemiddeld) het vermogen van de sporter gelijk is aan de energie die per seconde door de wrijving verdwijnt.
- **b** Het vermogen dat het apparaat weergeeft fluctueert een beetje. Leg uit hoe dat komt.
- **c** Leg uit dat het mechanisch vermogen dat de gebruiker levert veel meer fluctueert.

71 Wielrenners hebben soms een systeem op hun fiets dat het vermogen meet. Zo'n systeem gebruikt sensoren in de trappers die rechtstreeks de trapkracht meten. Zie figuur 46.

- **a** Welke grootheid wordt nog meer gemeten om het vermogen te kunnen berekenen?

De trapkracht is veel groter dan de tegenwerkende krachten.

- **b** Is de arbeid die de sporter per seconde levert ook veel groter dan de wrijvingsarbeid? Leg uit.
- **c** Leg uit waardoor de trapkracht zo veel groter is dan de tegenwerkende krachten. Gebruik in je uitleg de begrippen arbeid en afstand.

72 Met de versnellingen op een fiets kun je de benodigde trapkracht op de pedalen veranderen. Dan verandert je beentempo ook. Op een bepaald moment schakel je over van de 3^de^ naar de 4^de^ versnelling, terwijl je zorgt dat de fietssnelheid gelijk blijft.

- **a** Wanneer is de kracht op de pedalen het grootst: in de 3de of in de 4de versnelling?
- **b** Wanneer is het beentempo het grootst, in de 3de of in de 4de versnelling?
- **c** Leg uit dat het mechanisch vermogen gelijk blijft.

73 Het vermogen dat je fietsend moet leveren bij constante snelheid hangt af van twee grootheden.

- **a** Welke twee grootheden?
- **b** Geef voor elk van deze grootheden aan of het vermogen evenredig, omgekeerd evenredig of bijvoorbeeld kwadratisch evenredig is met die grootheid. Leg uit.
- **c** Welke formule denk je dat het verband beschrijft tussen het vermogen en deze twee grootheden? Leg uit.

BEHEERSEN

Vermogen bij constante snelheid

Als een auto of fiets met constante snelheid rijdt, levert de motor of de fietser een constant mechanisch vermogen. Het mechanisch vermogen is de arbeid die de motor of fietser per seconde verricht:

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

Hierin is P het mechanisch vermogen (in W), W de verrichte arbeid door de motor of fietser (in J) en t de tijd (in s).

Voor de verrichte arbeid geldt: $W = F \cdot s$. Ingevuld geeft dat: $P = \frac{F \cdot s}{t}$. Dit kun je vereenvoudigen tot:

$$\boxed{P = F \cdot v}$$

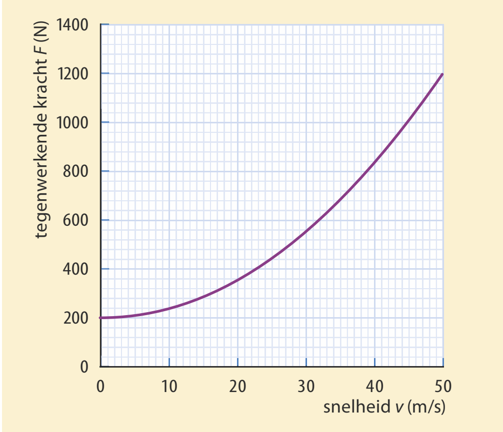
Hierin is P het mechanisch vermogen van de motor of de fietser (in W), F de netto voorwaartse kracht (in N) en v de snelheid van het voertuig (in m/s).

Bij constante snelheid is de voorwaartse kracht op het voertuig gelijk aan de totale tegenwerkende kracht F_{tegen} op het voertuig. Dus er geldt ook: $P = F_{tegen} \cdot v$.

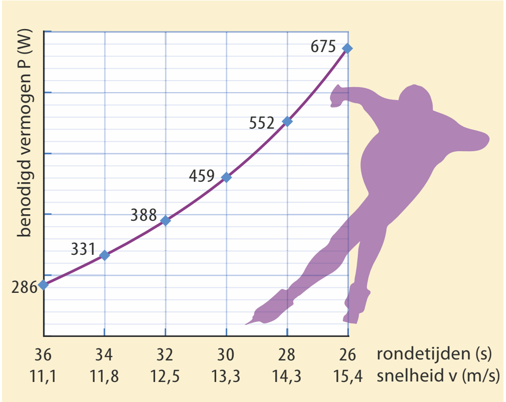
Topsnelheid

Voor een grotere snelheid is een groter mechanisch vermogen nodig. In figuur 48 zie je een voorbeeld van een auto waarbij de tegenwerkende krachten groter zijn als de auto harder rijdt. Bij een snelheid van 20 m/s (72 km/h) is de totale tegenwerkende kracht 360 N. Dan is het vermogen $P = F \cdot v = 360 \times 20 = 7{,}2$ kW. Is de snelheid 40 m/s (144 km/h), dan is de tegenwerkende kracht toegenomen tot 840 N. Het vermogen van de motor is dan $840 \times 40 = 33{,}6$ kW, dus veel meer dan verdubbeld.

In figuur 49 zie je een voorbeeld van het vermogen dat een schaatser moet leveren om bepaalde rondetijden te rijden (elk rondje is 400 m). Je ziet dat het vermogen sterk toeneemt bij hogere snelheden.



Figuur 48 **Tegenwerkende krachten op een auto**



Figuur 49 **Vermogen en rondetijden bij schaatsen**

IN EEN UUR 56,375 KM FIETSEN

In 1996 fietste de Brit Chris Boardman een werelduurrecord. In één uur reed hij 56,375 km. Zelfs als je sterk en sportief bent, kun je waarschijnlijk op een gewone fiets niet sneller fietsen dan 40 km/h. En dat houd je dan misschien maar een paar minuten vol.
Een getrainde duursporter kan ruim 400 W leveren en dat een uur volhouden. Boardman moest bij 56,375 km/h een vermogen leveren van 423 W. Om op een stadsfiets deze snelheid te halen, zou je een onmenselijk vermogen moeten leveren. Zelfs als je 40 km/h een uur zou willen volhouden, zou je meer arbeid moeten verrichten dan Boardman. Het grootste verschil tussen jou en Boardman is de aerodynamische vormgeving van zijn fiets en helm en zijn houding op deze fiets.

Figuur 50 **Chris Boardman tijdens zijn werelduurrecord**

74 De paragraafvraag is: Wat is het verband tussen snelheid en vermogen? Wat is het antwoord op deze vraag?

75 Een zwemmer legt 400 m af in 4,00 minuten en verricht daarbij 144 kJ arbeid.
- a Bereken het mechanisch vermogen van de zwemmer.
- b Bereken zijn (gemiddelde) voorwaartse kracht tijdens de race.

76 De motor van een auto levert bij 100 km/h een voorwaartse kracht van 540 N.
- a Bereken de arbeid die de motor verricht tijdens een rit van 1,5 uur op twee manieren: met $E = P \cdot t$ en met $W = F \cdot s$.

Bij 130 km/h levert de motor een vermogen van 28 kW.
- b Bereken de tegenwerkende kracht bij 130 km/h.

Een auto met een massa van 1400 kg trekt in 5,5 s op van 0 naar 25 m/s.
- c Bereken het gemiddelde vermogen van de motor tijdens het optrekken. Verwaarloos de wrijvingskrachten.

77 Twee kinderen rennen naast elkaar een trap op. Ze zijn beiden even zwaar, maar het ene kind is eerder boven dan het andere.
- a Leg uit of het ene kind meer arbeid levert dan het andere.
- b Leg uit of het ene kind meer mechanisch vermogen levert dan het andere.

78 Bij het leegpompen van een kelder wordt 4,4 m^3 water in 1,5 uur weggepompt. Het hoogteverschil dat de pomp overbrugt is gemiddeld 1,3 m. Het rendement van de pomp is 90%.
Bereken het elektrisch vermogen van de waterpomp.

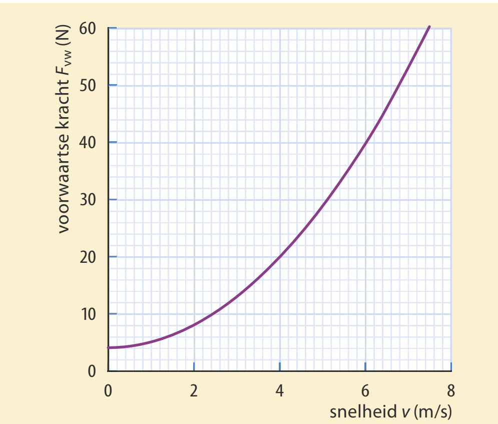
79 Vroeger werd de paardenkracht (afgekort: pk) gebruikt als eenheid van vermogen. Met een vermogen van 1 pk kun je een massa van 75 kg met een constante snelheid van 1,0 m/s omhoog trekken (zonder wrijvingskrachten).
- a Laat zien dat een vermogen van 1 pk overeenkomt met 736 W.

Een fietser moet voor een snelheid van 25 km/h met een gemiddelde kracht van 24 N trappen.
- b Bereken hoeveel pk deze fietser levert bij 25 km/h.

Een auto rijdt 130 km/h. De tegenwerkende kracht is bij die snelheid 1,2 kN.
- c Bereken hoeveel pk de motor bij die snelheid levert.

80 In figuur 51 zie je hoe de benodigde voorwaartse kracht van een fietser (op een stadsfiets) toeneemt met de snelheid.
- a Hoe groot is de rolweerstand bij deze fiets?
- b Bepaal het mechanisch vermogen van deze fietser bij 2,0 m/s, 4,0 m/s en 6,0 m/s.

De fietser heeft een duurvermogen van 300 W.
- c Maak een schatting van de snelheid (in km/h) die de fietser daarmee kan halen.



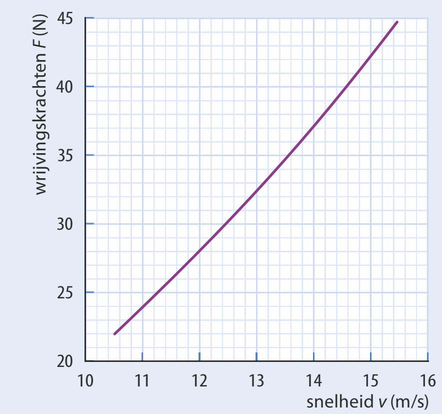
Figuur 51 De benodigde voorwaartse kracht om een snelheid v te kunnen fietsen

81 Uit de formule $P_m = F_{vw} \cdot v$ blijkt dat het mechanisch vermogen van een automotor toeneemt met de snelheid. Els zegt: 'Om zuiniger te rijden kun je dus maar beter 80 km/h rijden dan 160 km/h.' Piet zegt: 'Onzin, want als je 160 rijdt is de tijd korter. En uit $E = P \cdot t$ blijkt dan dat je precies evenveel energie verbruikt.'
- a Leg uit waarom Piet geen gelijk heeft.
- b Hoe kun je met $P = F_{vw} \cdot v$ uitleggen dat het vermogen bij 160 km/h veel meer dan twee keer zo groot is als bij 80 km/h?

Een bepaald type Volkswagen Golf heeft een vermogen van 110 kW en een topsnelheid van 216 km/h.
- c Bereken de voorwaartse kracht die de automotor levert op topsnelheid.

82 Topschaatsers rijden op de langere afstanden rondjes van 30 à 31 s. Een verschil van een seconde per ronde lijkt niet veel (ongeveer 3%), maar de schaatsers moeten dan wel een flink groter vermogen leveren. In figuur 52 zie je hoe de totale wrijvingskracht op een schaatser toeneemt met de snelheid.
- a Bepaal het vermogen dat deze schaatser moet leveren om een rondje (400 m) in 31,0 s te rijden.
- b Bepaal met hoeveel procent het vermogen moet toenemen om een seconde sneller te zijn.

Sprinters kunnen een rondje van 400 m rijden in 26,0 s.
- c Bepaal het vermogen dat daarvoor nodig is.

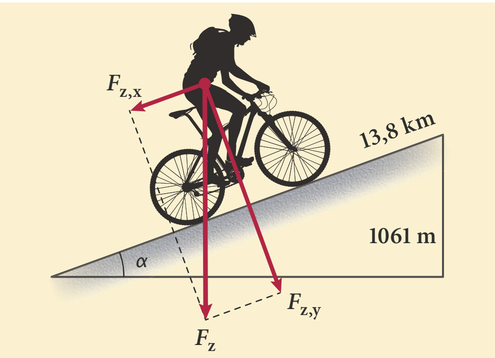


Figuur 52 Wrijvingskrachten en snelheid bij schaatsen

Figuur 53 Bij een eindsprint is de snelheid erg hoog. De renners leveren gedurende enkele seconden hun piekvermogen.

83 Een wielrenner kan tijdens een eindsprint een piekvermogen van 1500 W leveren. Voor de tegenwerkende kracht geldt: $F_{tegen} = 0{,}21 \cdot v^2$ (met v in m/s).
- a Bereken de topsnelheid in km/h.

Bij een tijdrit van deze wielrenner geldt voor de tegenwerkende kracht: $F_{tegen} = 0{,}15 \cdot v^2$.
- b Leg uit waardoor de constante in deze formule kleiner is dan bij de eindsprint.
- c Bereken het vermogen dat nodig is voor een constante snelheid van 48 km/h.



Figuur 54 Krachten op l'Alpe d'Huez:

Figuur 55 De luchtfiets

Oefenen B
Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 9.2 t/m 9.5 begrepen hebt.

84 Kees vraagt zich af in welke tijd hij l'Alpe d'Huez zou kunnen beklimmen. Hij heeft (met fiets) een massa van 82 kg en kan een duurvermogen leveren van 180 W. De beklimming van l'Alpe d'Huez is 13,8 km lang en heeft een hoogteverschil van 1061 m.

a Bereken toename van de zwaarte-energie over de hele klim.

De rolweerstand en de luchtweerstand tijdens de klim zijn samen 11 N.

b Bereken de wrijvingsarbeid bij de beklimming.

c Bereken hoe lang Kees over de beklimming van l'Alpe d'Huez zal doen.

85 De luchtfiets is een Human Powered Aircraft (HPA). De piloot zit in een gestroomlijnd 'bakje' onder de grote vleugel (zie figuur 55). De vleugel is zo ontworpen dat de liftkracht maximaal is en de luchtweerstand minimaal. Bij een snelheid van 35 km/h (horizontaal) levert de piloot een mechanisch vermogen van 184 W.

a Bereken hoe groot de luchtweerstand van de luchtfiets bij deze snelheid is.

Voor een grotere snelheid is een groter trapvermogen nodig.

b Leg uit dat daarvoor geldt: $P_m = k \cdot v^3$.

c Bereken de waarde van k voor deze luchtfiets.

d Bereken welke snelheid je met deze luchtfiets kunt halen bij een vermogen van 300 W.

9.6 Verdieping

Rotatie-energie

Als je een biljartbal en een even zware voetbal vanaf dezelfde hoogte laat vallen, komen ze (bij verwaarlozing van het verschil door luchtweerstand) tegelijk op de grond. Laat je echter deze twee ballen langs een helling naar beneden rollen, dan wint de biljartbal. Hoe kan dat? Een rollende bal voert twee verschillende bewegingen tegelijkertijd uit, een voorwaartse en een roterende. Een rollende bal heeft dan ook twee soorten bewegingsenergie: kinetische energie E_k die samenhangt met de voorwaartse beweging van de bal en rotatie-energie E_{rot} die alleen te maken heeft met de draaiing van de bal.

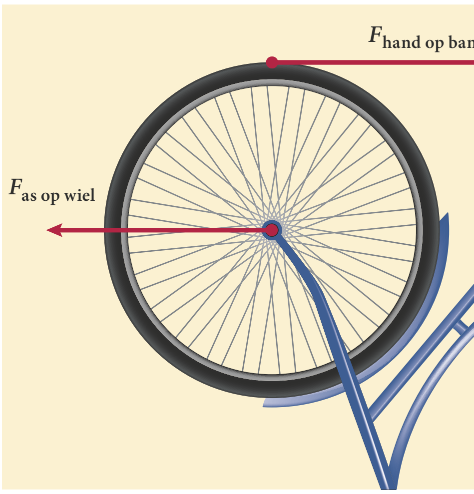
Dat je arbeid moet verrichten om een voorwerp te laten draaien, merk je als je een fiets op zijn kop zet en een wiel een flinke zet geeft. Daarbij geef je het wiel rotatie-energie. Rem je het wiel weer af door je hand tegen de band te houden, dan wordt je hand warm. De rotatie-energie wordt hierbij omgezet in warmte.

De biljartbal wint de race, doordat er minder rotatie-energie in een rollende biljartbal gaat zitten dan in een rollende voetbal. Dat komt doordat bij een voetbal (bijna) alle massa aan de buitenkant van de bal zit, terwijl bij een biljartbal de massa verdeeld is over het hele volume. Massa die dichter bij het draaipunt zit, heeft een kleinere snelheid en minder rotatie-energie.

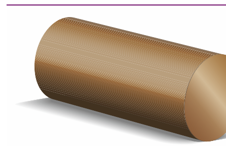
Bij rollende voorwerpen hangt de rotatie-energie af van de vorm, de massa, de verdeling van de massa in het voorwerp en de snelheid van rollen. In de tabel van figuur 58 is voor enkele vormen de formule voor de rotatie-energie gegeven. In die formules is de snelheid v steeds de snelheid waarmee het voorwerp naar voren rolt.

De formule voor de rotatie-energie van een holle cilinder is gelijk aan de formule voor de bewegingsenergie. Dat komt doordat de snelheid van de buitenkant gelijk is aan de verplaatsingssnelheid bij het rollen en alle massa van een holle cilinder aan de buitenkant zit. Bij de drie andere vormen zit een deel van de massa dichter bij de draaias. Daardoor is de rotatie-energie bij dezelfde voorwaartse rolsnelheid kleiner dan bij een holle cilinder. Je ziet in figuur 57 ook dat bij een biljartbal (een massieve bol) de rotatie-energie bij dezelfde snelheid van rollen kleiner is dan bij een holle bol.

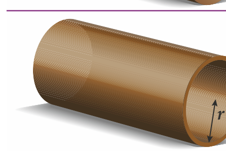
Experiment 9: Rollende eieren



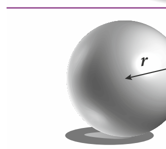
Figuur 56 Een fietswiel krijgt een zet en gaat draaien.



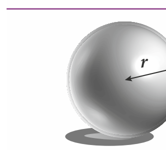
massieve cilinder
$E_{rot} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2$



holle cilinder
$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$



massieve bol
$E_{rot} = \frac{1}{5} \cdot m \cdot v^2$



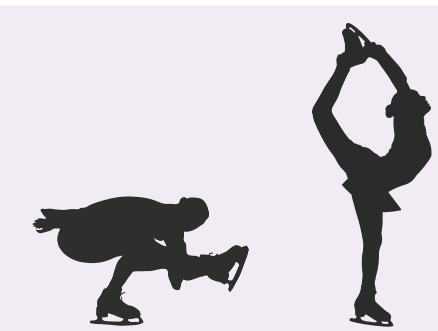
holle bol, met dunne wand
$E_{rot} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot v^2$

Figuur 57 Rotatie-energie bij rollende voorwerpen

KUNSTSCHAATSEN

Bij kunstschaatsen kunnen schaatsers heel snel draaien. Ze beginnen bijvoorbeeld om hun as te draaien met de armen en benen uitgestrekt. Door deze dichter naar het lichaam toe te halen, versnelt de draaiing. De beste kunstschaatsers kunnen zo versnellen tot wel 6 omwentelingen per seconde.

De versnelde draaiing ontstaat, doordat de massa dichter bij de draai-as gebracht wordt. Je kunt het effect nabootsen op een draaistoel met gewichten in je handen.



Figuur 58 IJsdansers

86 Leerlingen lieten in een experiment over behoud van energie een basketbal van een schuine plank af rollen en maten daarbij de hoogte en de eindsnelheid. Ze ontdekten dat de bewegingsenergie van de rollende bal onderaan de plank slechts 60% was van de zwaarte-energie bovenaan de plank. Laat zien dat de uitkomst van hun experiment in overeenstemming is met de formules in figuur 57.

Experiment 10: Rotatie-energie

87 De rotatie-energie van een holle bol is groter dan van een even grote en even zware massieve bol die even snel draait.
- a Leg uit waardoor dit komt.
- b Welke bol valt sneller naar beneden?
- c Welke bol rolt sneller naar beneden?

88 Je laat een lege fles en een identieke fles gevuld met zand tegelijk naar beneden rollen.
- a Welke fles is het eerst beneden? Leg uit.

Je herhaalt het experiment en laat nu ook een fles gevuld met water rollen.
- b In welke volgorde komen de drie flessen beneden? Leg uit.

Ten slotte laat je behalve de drie flessen ook een biljartbal naar beneden rollen.
- c In welke volgorde komen de flessen en de biljartbal beneden? Leg uit.

89 Een massieve cilinder rolt vanuit stilstand over een plank naar beneden. De plank heeft een lengte van 2,50 m. Het hoogteverschil bedraagt 75 cm.
- a Bereken de snelheid van de cilinder onderaan de plank. Stel daartoe eerst een energievergelijking op.

De beweging van de cilinder is eenparig versneld.
- b Bereken de gemiddelde voorwaartse snelheid van de cilinder tijdens deze beweging.
- c Bereken hoeveel langer een holle cilinder over deze beweging doet.

90 Diverse bedrijven zijn bezig om een vliegwiel te ontwikkelen waarin je energie kunt opslaan. Stel je wilt 50 MJ opslaan in een vliegwiel van 400 kg. Het vliegwiel is een massieve cilinder en heeft een diameter van 50 cm. Het draait in vacuüm om energieverlies door luchtweerstand te voorkomen.
- a Bereken de snelheid van de buitenste rand van het vliegwiel.
- b Bereken de frequentie waarmee het vliegwiel moet ronddraaien.
- c Leg uit hoe je met een vliegwiel in een auto energie kunt besparen.
- d Noem een argument waarom vliegwielen nog geen serieuze concurrent zijn voor accu´s.

91 Kinderen gebruiken de volgende techniek om een draaimolen in de speeltuin razendsnel te laten draaien. Ze brengen de molen in beweging, springen er op en gaan allemaal naar buiten hangen. Als ze dan met z'n allen naar het midden toe bewegen, gaat de molen veel sneller draaien.
Leg uit waardoor het komt dat de draaimolen dan sneller gaat draaien.

Energie van de wind

Een windmolen maakt gebruik van de bewegingsenergie van de lucht. Als het harder waait, is de snelheid en dus de bewegingsenergie van elke kg lucht groter. Bovendien gaat er per seconde meer lucht door de windmolen als de windsnelheid groter is, de massa van de per seconde doorgestroomde lucht is dan ook groter. Voor het volume lucht dat in een periode Δt door de windmolen gaat geldt:

$$V = A \cdot v \cdot \Delta t$$

Hierin is V het volume lucht dat per seconde door het rotoroppervlak stroomt (in m^3/s), A de rotoroppervlakte (in m^2), v de windsnelheid (in m/s) en Δt de tijd (in s).

De massa van de lucht bereken je uit de dichtheid ρ en het volume V:

$$m = \rho \cdot V$$

De bewegingsenergie van de per seconde doorgestroomde lucht is dan:

$$E_k = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \cdot \Delta t$$

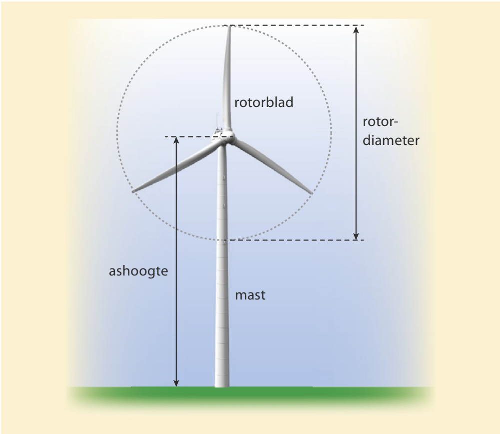
Doordat de bewegingsenergie evenredig is met het kwadraat van de snelheid, is de bewegingsenergie van de lucht die per seconde de windmolen passeert dus evenredig met de derde macht van de snelheid.

Als de windmolen in werking is, worden de wieken aangedreven door de kracht van de wind, die daardoor achter de molen minder hard waait. Een windmolen kan natuurlijk niet alle bewegingsenergie uit de wind halen, dan zou de lucht achter de molen stil moeten staan en kan er dus geen lucht meer door de molen stromen.

Figuur 59 Windmolens op zee

92 Een middelgrote windturbine heeft een maximaal elektrisch vermogen van 3 MW en een ruim 100 m hoge mast. De rotordiameter is 90 m. Zie figuur 60. Een 3 MW-windturbine op land produceert ruim 6,5 miljoen kWh per jaar. Dat is voldoende elektrische energie voor bijna 2000 huishoudens. Het oppervlak waar de wind doorheen waait heeft de vorm van een cirkel.
- a Ga met een berekening na dat de oppervlakte van die cirkel $6{,}4 \cdot 10^3$ m^2 is.

Het maximale elektrische vermogen van deze molen wordt geleverd vanaf een windsnelheid van ongeveer 12 m/s. Neem aan dat de dichtheid van de lucht overal 1,2 kg/m^3 is.
- b Controleer met een berekening dat er bij 12 m/s seconde $9{,}2 \cdot 10^4$ kg lucht door het rotoroppervlak waait als de wieken stilstaan.
- c Leg uit dat er minder lucht door het rotoroppervlak stroomt als de molen draait.

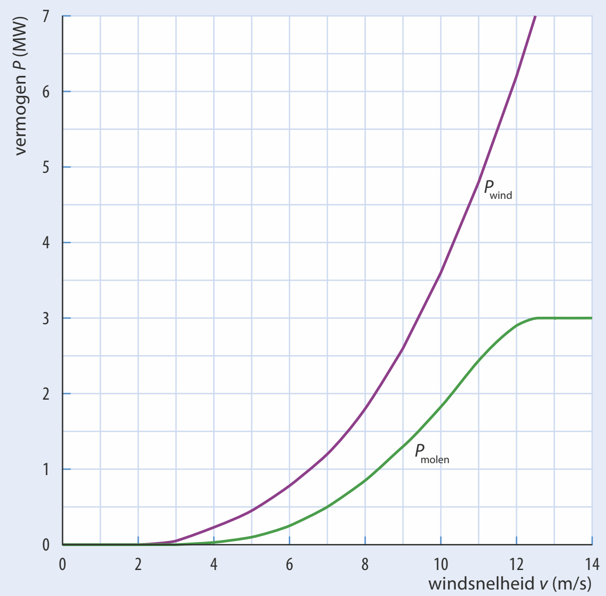


Figuur 60 Schematische weergave van een windmolen

Het rendement van een windmolen is geen vast percentage maar hangt af van de windsnelheid. Zie figuur 61. Dat heeft vooral te maken met de constructie van de generator.

d Bepaal van de molen het rendement bij een windsnelheid van 12 m/s.

e Bij welke windsnelheid is het rendement van deze molen maximaal?



Figuur 61 Vermogenscurve van een 3 MW windmolen

93 Windturbines worden bij voorkeur op zee geplaatst, omdat het daar op dezelfde hoogte harder waait dan boven land. Windturbines op zee worden liefst in parken bij elkaar geplaatst, omdat de elektrische energie dan beter gebundeld afgevoerd kan worden naar het koppelnet op het land.
Leg uit dat de opstelling van de molens in het park van figuur 62 niet erg slim is, als de foto is genomen bij de overheersende windrichting.

Figuur 62 Windmolens in elkaars zog

9.7 Afsluiting

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

94 De hoofdstukvraag is: Wat is bij bewegen het verband tussen kracht, energie en snelheid?
Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.

95 Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:

a Welke verschillende soorten krachten ken je? (Noem er minimaal vijf.)

b Welke eenheden horen bij de grootheden arbeid, energie en vermogen?

c Welke formule geldt voor het verband tussen arbeid en kracht?

d Welke formule geldt voor het verband tussen mechanisch vermogen en kracht?

e Welke energiesoorten ken je? (Noem er minimaal vier.)

f Onder welke voorwaarde kun je het geleverde mechanisch vermogen berekenen met behulp van de tegenwerkende krachten?

g Leg uit wat met het begrip wrijvingsarbeid bedoeld wordt.

h Hoe bereken je de arbeid bij een willekeurige gegeven hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing?

i Wanneer is de arbeid negatief?

j Hoe bereken je de arbeid als de kracht gedurende de verplaatsing niet constant is?

k Welke drie natuurkundige grootheden bepalen het brandstofverbruik van een auto?

l Welke twee eenheden gebruik je vaak om het brandstofverbruik van een auto aan te geven?

m Welke eenheden horen bij het begrip verbrandingswarmte?

n Wat is bij remmen en botsen het verband tussen de afremmende kracht en de afstand die afgelegd wordt?

o Leg uit hoe je het rendement van een energieomzetting berekent.

p Met welke twee gegevens kun je bij constante snelheid het mechanisch vermogen berekenen?

Begrippenkaart
Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden
Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting
Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets
Test je kennis over dit hoofdstuk.

Keuzeonderwerpen
1 Knijpkat
2 Waterpomp
3 Zeilen
4 Kracht en vermogen op een fiets
5 Gedempte beweging
6 Vermogen om te vliegen


Figuur 63 Wereldrecordhouder Sam Wittingham in 2009


Figuur 64 De veren van een trampoline

EINDOPGAVEN

96 In figuur 63 zie je Sam Whittingham met één van de snelste fietsen ooit. Zijn snelheidsrecord (in 2009) was 133,28 km/h, zijn uurrecord 90,60 km. De hoge snelheden die ligfietsen halen, zijn vooral het resultaat van het verlagen van de luchtweerstand. Voor de luchtweerstand geldt:

$$F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

Voor de Varna, Sams fiets, geldt: $c_W = 0{,}11$; frontale oppervlakte $A = 0{,}30\ m^2$. De luchtdichtheid ρ was bij het record 1,09 kg/m³. De rolweerstand van de Varna bedraagt 3,1 N. Voor beide records is niet alleen een snelle fiets maar ook een goede coureur nodig. Sam Wittingham leverde bij beide records een behoorlijk groot vermogen.

- **a** Bereken voor beide records het vermogen dat Sam daarbij leverde.
- **b** Welke topsnelheid zou jij ongeveer kunnen halen met deze fiets? Verwaarloos de rolweerstand en neem aan dat je een maximaal vermogen van 300 W kunt leveren. Stel een vergelijking op en bereken daarmee jouw topsnelheid met deze fiets (in km/h).
- **c** Stel nu een betere vergelijking op waarin je wel de rolweerstand meeneemt.
- **d** Bepaal op een grafische manier (met een grafische rekenmachine of computer) je topsnelheid.

97 Bauke fietst elke dag hard naar school. Op een windstille dag fietst hij gemiddeld 30 km/h. Daarvoor levert hij een vermogen van 250 W. De rolweerstand van zijn banden kost hem 25% van zijn vermogen bij die snelheid, de luchtweerstand 75%. Vandaag fietst Bauke een stuk met tegenwind. De windsnelheid is 15 km/h.

- **a** Bereken hoeveel procent vermogen Bauke extra moet leveren om met deze tegenwind toch 30 km/h te rijden.

Op de terugweg fietst hij een stuk over een dijk waar hij de wind recht in de rug heeft. De windsnelheid is hier 20 km/h. Bauke blijft 30 km/h fietsen.

- **b** Bereken het vermogen dat Bauke dan levert.

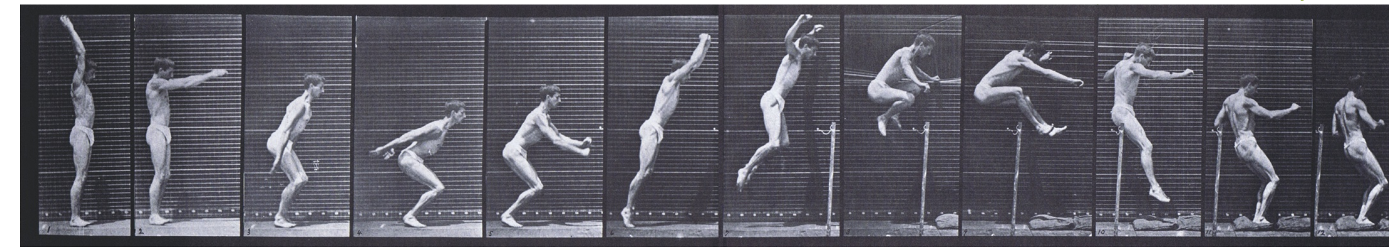
98 Een trampoline met een diameter van 3,6 m bestaat uit een stug doek, dat niet rekt en met 72 veren vastzit aan een cirkelvormig stalen frame (figuur 64). Een persoon van 100 kg springt in het midden van de trampoline. In het laagste punt is de trampoline 55 cm ingezakt.

- **a** Laat aan de hand van een tekening zien dat de veren dan 8,2 cm zijn uitgerekt.

De veren van de trampoline hebben elk een veerconstante van $7{,}1 \cdot 10^3$ N/m.

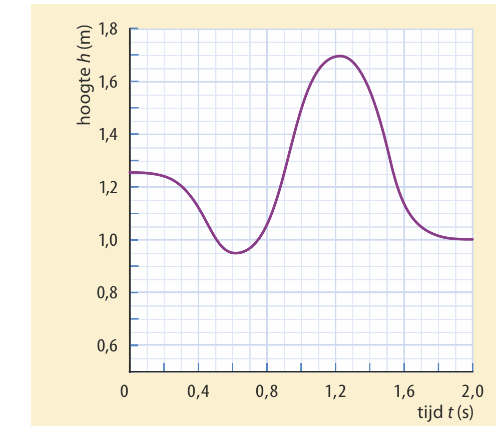
- **b** Bereken hoe hoog deze persoon komt (gerekend vanaf het horizontale doek) als hij tijdens het omhoog bewegen geen arbeid verricht. Verwaarloos de wrijvingskrachten.

99 Bij een training wordt geoefend om vanuit stand zo hoog mogelijk te springen. Met behulp van de film van figuur 65 is de hoogte van het zwaartepunt van de springer als functie van de tijd vastgelegd (zie figuur 64).
Op $t = 0$ staat de springer rechtop, terwijl hij op $t = 0{,}60$ s zo ver mogelijk door zijn knieën gezakt is. Zijn zwaartepunt bevindt zich dan in het laagste punt.
Op $t = 0{,}90$ s komt de springer los van de grond. Wrijvingskrachten mag je verwaarlozen.


Figuur 65 Springen uit stand

Tijdens de afzet neemt de zwaarte-energie en de kinetische energie van de springer toe. De springer heeft een massa van 76 kg. Neem aan dat de afzet duurt van het tijdstip $t = 0{,}60$ s tot $t = 0{,}90$ s.

- **a** Bepaal met behulp van het diagram van figuur 66 zo nauwkeurig mogelijk de kinetische energie van de springer op het moment dat hij loskomt van de grond.
- **b** Bepaal met behulp van figuur 66 het gemiddelde vermogen van de springer tijdens de afzet. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.



Figuur 66 Hoogte van het zwaartepunt van de springer uitgezet tegen de tijd

100 Evrim en Teun onderzoeken met behulp van een versnellingsmeter een rit met de Space Shot (zie figuur 67). Het resultaat is in het diagram van figuur 68 weergegeven. In het diagram kun je aflezen dat op $t = 1{,}0$ s de lancering is gestart. Het laatste deel van de beweging is in dit diagram niet weergegeven.

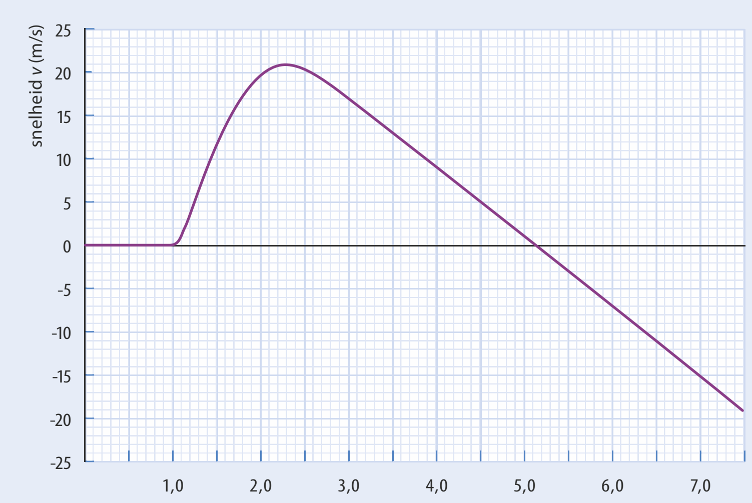
- **a** Laat zien dat op $t = 1{,}5$ s de snelheid 12 m/s was en dat de Evrim en Teun toen 2,6 m omhoog waren gegaan.

De massa van de Shuttle met passagiers is $2{,}0.10^3$ kg.

- **b** Bepaal het gemiddelde nuttige vermogen van de lanceerinstallatie tussen $t = 1{,}00$ s en $t = 1{,}50$ s. Verwaarloos de weerstandskrachten.

Op $t = 2{,}6$ s heeft de Shuttle een hoogte bereikt van 24 m. Vanaf dat moment is de motor van de lanceerinstallatie uitgeschakeld en werkt alleen nog de zwaartekracht op de Shuttle.

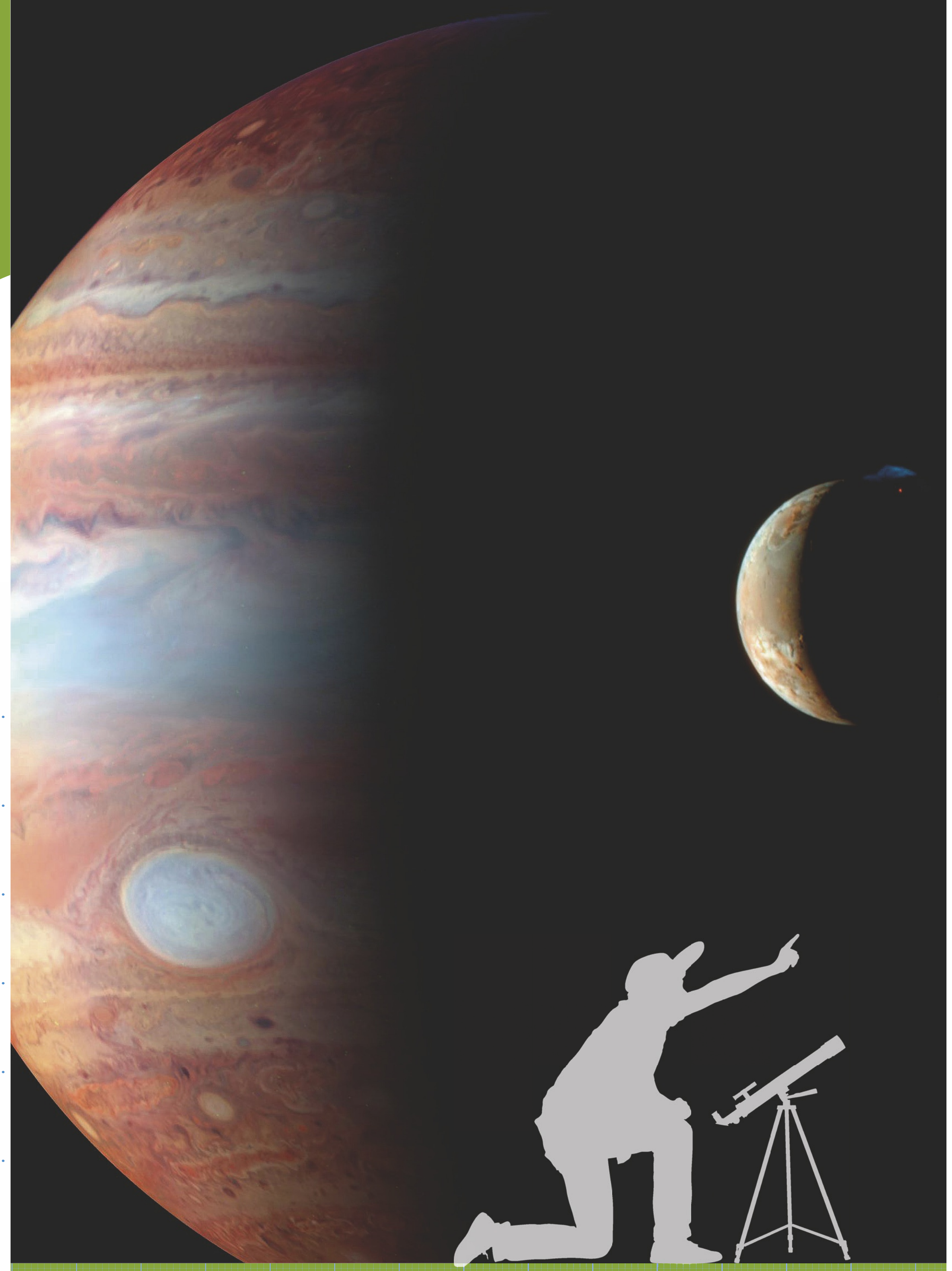
- **c** Hoe kun je aan de grafiek zien dat alleen nog de zwaartekracht op de shuttle werkt?
- **d** Bereken met behulp van energiebehoud hoe hoog de shuttle komt.



Figuur 68 *v,t*-diagram space shot


Figuur 67 Space Shot

10



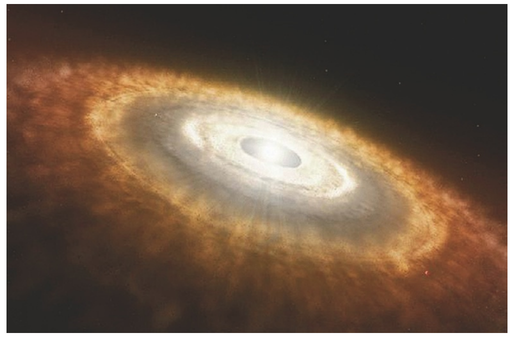
Zonnestelsel

Cirkelbaan en gravitatiekracht

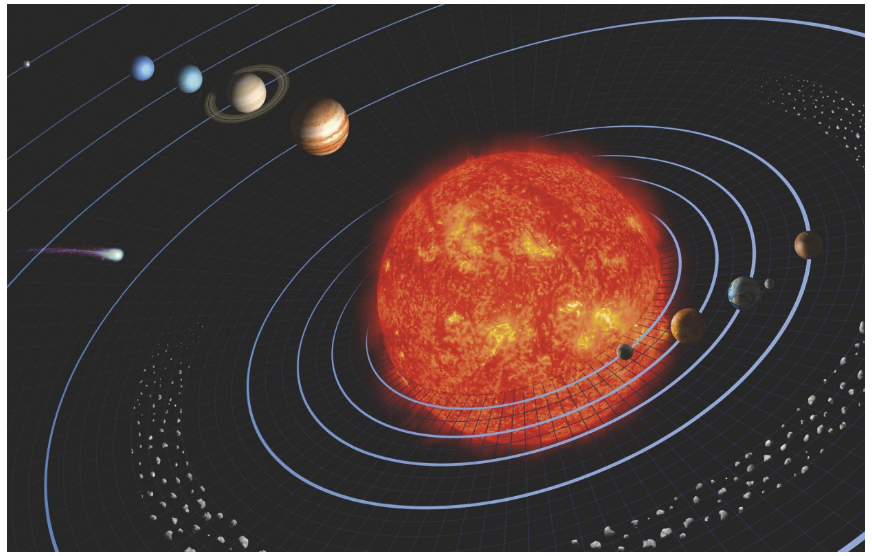
10.1 Introductie

Volgens de theorie over de vorming van sterren en planeten begon ons zonnestelsel zo'n 4,5 miljard jaar geleden als een grote gaswolk. Onder invloed van de gravitatiekracht trok het grootste deel van het gas zich in ongeveer 100 000 jaar samen in het centrum. Daar vormde zich geleidelijk een ster: onze zon. De rest van het gas bleef in een schijf rond die ster draaien. In die schijf vormden zich de planeten. Na ongeveer 100 miljoen jaar was ons zonnestelsel geboren: de zon met acht planeten in stabiele omloopbanen.

Start
Maak de vragen bij Start.



Figuur 1 De vorming van ons zonnestelsel. In het midden de jonge ster, met daaromheen de schijf met gas waarin zich een planeet aan het vormen is.

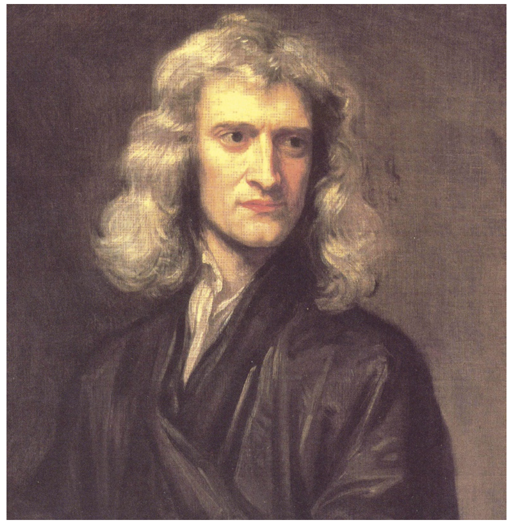


Figuur 2 Het zonnestelsel zoals we dat nu kennen. In de tekening zijn verschillende schalen gebruikt voor de planeetbanen en voor de afmetingen van de zon en de planeten.

In ons zonnestelsel draaien de planeten in vrijwel cirkelvormige banen om de zon, allemaal in dezelfde draairichting. In de 17de eeuw waren astronomen al in staat om de omlooptijden en de stralen van die cirkelbanen te bepalen. Daarmee konden ze de baansnelheden van de planeten berekenen. Ze ontdekten daarin een duidelijke regelmaat.

W1 Regelmaat in baansnelheden van planeten

In diezelfde eeuw had Isaac Newton zijn theorie bedacht over de beweging van voorwerpen onder invloed van krachten (de drie wetten van Newton). Met die wetten en zijn nieuwe gravitatiewet, kon hij de bewegingen van alle planeten en hun manen verklaren. Die wetten blijken te gelden voor de bewegingen van alle hemellichamen en ook van satellieten in hun banen rond de aarde. De door hem berekende banen bleken goed overeen te komen met de waarnemingen. Hij publiceerde zijn theorie in het beroemde werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (in het Nederlands: De Wiskundige Beginselen van de Natuurfilosofie) in 1687.



Figuur 3 Isaac Newton (1643-1726)

HOOFDSTUKVRAAG

Hoe zijn de cirkelbewegingen van de planeten in ons zonnestelsel en de regelmaat daarin te verklaren?

Dit hoofdstuk gaat over de bewegingen van planeten, manen en satellieten in ons zonnestelsel. Daarbij staan de volgende vragen centraal:

* Hoe ontstaat volgens de wetten van Newton de cirkelbeweging van een planeet? (paragraaf 10.2)
* Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht en hoe verklaren we daarmee de regelmaat in de bewegingen van de planeten in ons zonnestelsel? (paragraaf 10.3)
* Hoe groot is de gravitatie-energie van een voorwerp? (paragraaf 10.4)

INLEIDING

Kracht en beweging

Figuur 4 **De theorie van Newton geeft antwoord op de vraag waardoor een satelliet stil kan hangen ten opzichte van een draaiende aarde.**

De wetten van Newton voor de beweging van een voorwerp onder invloed van krachten ken je al uit de hoofdstukken 2 en 4. De theorie van Newton bij bewegingen van voorwerpen langs een rechte lijn is als volgt samen te vatten:

* Alle krachten op een voorwerp zorgen samen voor een ***resulterende kracht*** F_{res} die de beweging van dat voorwerp bepaalt. Deze resulterende kracht wordt ook wel de ***nettokracht*** genoemd.
* Is de resulterende kracht nul, dan is de snelheid van het voorwerp constant of blijft het voorwerp stilstaan (eerste wet van Newton). Het omgekeerde geldt ook.
* De ***gemiddelde snelheid*** v_{gem} van een voorwerp is de verplaatsing Δx gedeeld door de tijdsduur Δt van die verplaatsing: $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Bij een eenparige beweging is de snelheid constant: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.
* Een resulterende kracht in de bewegingsrichting zorgt voor een versnelling en een resulterende kracht tegen de bewegingsrichting in zorgt voor een vertraging ofwel een negatieve versnelling.
* De ***gemiddelde versnelling*** a_{gem} van een voorwerp is de snelheidstoename Δv gedeeld door de tijdsduur Δt van die snelheidstoename: $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.
Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.
Bij een snelheidsafname zijn Δv en a negatief.
* De versnelling a van een voorwerp is evenredig met de resulterende kracht F_{res} op dat voorwerp en omgekeerd evenredig met de massa m: $a = \frac{F_{res}}{m}$ (tweede wet van Newton). Dat kun je ook schrijven als $F_{res} = m \cdot a$.
* De ***zwaartekracht*** F_z op een voorwerp hangt af van de massa m van het voorwerp. Er geldt: $F_z = m \cdot g$. In deze formule is g de ***valversnelling*** op aarde.
* Kracht is een ***wisselwerking*** tussen twee voorwerpen. De krachten die twee voorwerpen A en B op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (derde wet van Newton).

Arbeid en energie

Als een kracht arbeid verricht op een voorwerp, verandert de kinetische energie en/of de zwaarte-energie van het voorwerp (zie hoofdstuk 9). De theorie over arbeid en energie is als volgt samen te vatten:

* De ***arbeid*** W die een kracht op een voorwerp verricht, hangt af van de kracht F en van de verplaatsing s: $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$. In deze formule is α de hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing.

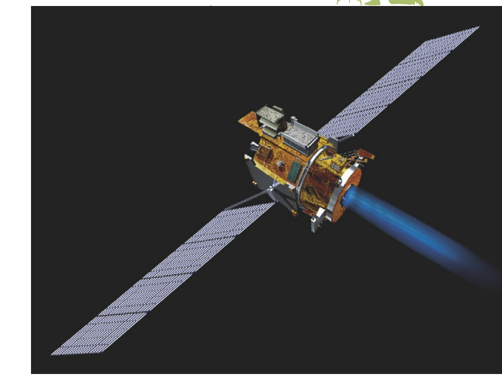
* Als de (component van de) kracht F en de verplaatsing s dezelfde richting hebben, is de arbeid W te bepalen uit de oppervlakte onder de grafiek in een F,s-diagram.
* De ***kinetische energie*** of ***bewegingsenergie*** E_k van een bewegend voorwerp hangt af van de massa m en van de snelheid v van het voorwerp: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.
* De ***zwaarte-energie*** E_z van een voorwerp hangt af van de massa m en de hoogte h boven het aardoppervlak van het voorwerp: $E_z = m \cdot g \cdot h$. In deze formule is g de valversnelling op aarde.

1 Ruimtesonde *Deep Space 1* gebruikte een nieuwe voortstuwingstechniek: de ionenmotor. Deze motor leverde een constante stuwkracht van 92 mN. Op $t = 0$ is de massa van de ruimtesonde $1{,}0 \cdot 10^3$ kg, inclusief brandstof.
a Bereken de versnelling van de ruimtesonde op $t = 0$.
Met 65 kg brandstof werkte de motor 15 maanden lang.
b Bereken de gemiddelde massa van de ruimtesonde plus brandstof in die 15 maanden.
c Bereken de snelheidstoename van de ruimtesonde in die 15 maanden.

2 Je laat een hamer van 0,55 kg vallen vanaf een hoogte van 1,8 m boven het aardoppervlak. Verwaarloos de luchtweerstand.
a Hoe groot is de zwaartekracht op de hamer?
b Bereken de snelheid waarmee de hamer op het aardoppervlak valt.
c Bereken hoe lang de val duurde.
Op de maan is de zwaartekracht 6 × zo klein als op aarde. De eerste mens op de maan liet daar zo'n hamer vanaf dezelfde hoogte vallen (zie figuur 6).
d Leg uit of de snelheid waarmee de hamer het maanoppervlak raakt ook 6 × zo klein is. Gebruik een beredenering of een berekening.
e Bereken hoeveel keer zo groot de valtijd op de maan is.

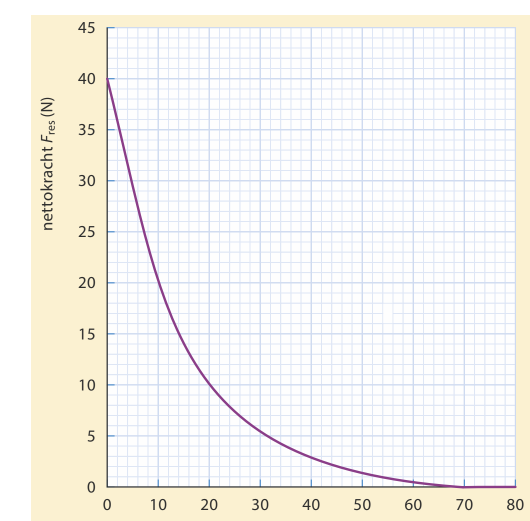
3 Een fietser met een massa van 75 kg, inclusief de fiets, trekt vanuit stilstand op onder invloed van een constante voorwaartse kracht. De nettokracht F_{res} op de fietser is weergegeven in het diagram van figuur 7. Verwaarloos de rolweerstand.
a Leg uit waardoor de nettokracht op de fietser tijdens het optrekken afneemt.
b Hoe groot is de voorwaartse kracht op de fietser?
c Bepaal de arbeid die de nettokracht op de fietser verricht tijdens het optrekken.
d Bereken daarmee de snelheid van de fietser na het optrekken.

4 Een voorwerp wordt vanaf het aardoppervlak met een snelheid van 20 m/s recht omhoog geschoten. Verwaarloos de luchtweerstand.
a Bereken welke hoogte het voorwerp bereikt.
Het voorwerp heeft een massa van 5,0 kg.
b Bereken hoe groot de verandering van de zwaarte-energie van het voorwerp is tussen het begin- en eindpunt van de beweging omhoog.
c Hoe groot is de verandering van de kinetische energie van het voorwerp tussen het begin- en eindpunt van de beweging omhoog?



Figuur 5 **Deep Space 1 werd gelanceerd op 24 oktober 1998 om nieuwe technologieën te testen, waaronder een geavanceerde ionenmotor.**

Figuur 6 **NASA-astronaut David Scott voert tijdens de Apollo 15 ruimtemissie valexperimenten uit op de maan.**



Figuur 7 **De nettokracht op een fietser tijdens het optrekken vanuit stilstand als functie van de verplaatsing**

10.2 Cirkelbanen

Experiment 1: Puckslingeren

Experiment 2: Bochtblazen

ONTDEKKEN

De planeten in ons zonnestelsel bewegen in vrijwel cirkelvormige banen met een vrijwel constante snelheid om de zon. Hetzelfde geldt voor alle satellieten en manen rond hun planeten. Voor een cirkelbeweging is een kracht nodig. Door deze kracht verandert de grootte van de snelheid niet. Maar wat doet die kracht dan wél?

PARAGRAAFVRAAG

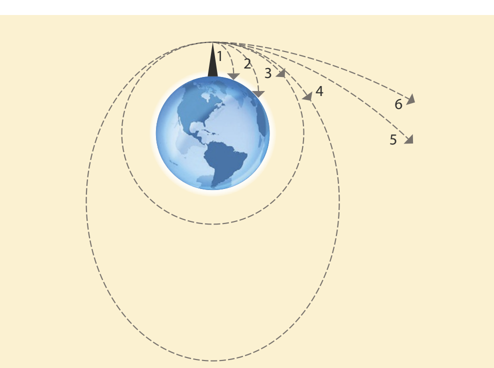
Hoe ontstaat volgens de wetten van Newton de cirkelbeweging van een planeet?

BEGRIJPEN

Eenparige cirkelbeweging

De aarde oefent een aantrekkende kracht uit op de maan, want zonder deze kracht zou de maan gewoon rechtdoor bewegen (eerste wet van Newton). Deze aantrekkende kracht van de aarde op de maan is de ***gravitatiekracht***. Je kent deze kracht als de ***zwaartekracht***: de aantrekkende kracht van de aarde op voorwerpen in de buurt van het aardoppervlak en gericht naar het middelpunt van de aarde. De gravitatiekracht op een voorwerp grijpt aan in het massamiddelpunt, ook zwaartepunt genoemd, van het voorwerp. Bij planeten en manen is dat het middelpunt.

De maan heeft precies de juiste snelheid om op die afstand van de aarde in een cirkelbaan te blijven bewegen en voert een ***eenparige cirkelbeweging*** uit. Als haar snelheid kleiner zou zijn, zou de maan naar de aarde toe bewegen. Als haar snelheid groter zou zijn, zou de maan van de aarde af bewegen. De snelheid en afstand 'passen' bij de gravitatiekracht van de aarde op de maan.



Figuur 8 **De baan van een horizontaal gelanceerd voorwerp bij toenemende lanceersnelheid**

UITLEG VOOR DE CIRKELBEWEGING

De uitleg voor de cirkelbeweging van de maan of een satelliet werd voor het eerst door Newton gegeven. Hij veronderstelde dat de kracht die de maan in een cirkelbaan laat bewegen, dezelfde is als de zwaartekracht die voorwerpen op aarde laat vallen.
Stel je voor dat vanaf de top van een berg een voorwerp zonder luchtweerstand horizontaal wordt weggeschoten. Met een niet al te grote snelheid komt het voorwerp een eind verder op de aarde terecht (baan 1 in figuur 8). Wordt het voorwerp met een grotere snelheid weggeschoten, dan komt het nog verder (baan 2). In baan 3 is de snelheid zo groot, dat de kromming van de baan precies die van een cirkel om de aarde is. Dat betekent dat het voorwerp om de aarde vliegt: het is een satelliet geworden. Dat kan natuurlijk alleen als er geen luchtweerstand is. Is de beginsnelheid nog groter, dan wordt de baan een ellips (baan 4). En als de beginsnelheid groot genoeg is (baan 5 en 6), keert het voorwerp niet meer terug naar de aarde.

Baansnelheid

De snelheid waarmee een voorwerp langs een cirkel beweegt heet de ***baansnelheid*** (symbool: v). Bij een eenparige cirkelbeweging is de baansnelheid constant van grootte. De richting van de baansnelheid is langs de raaklijn aan de cirkel (zie figuur 9). Deze richting verandert continu en dus is er voortdurend een snelheidsverandering. Voor elke snelheidsverandering is een nettokracht nodig (tweede wet van Newton), dus ook als de grootte van de snelheid niet verandert maar wel de richting. Bij een eenparige cirkelbeweging staat die nettokracht op elk moment loodrecht op de richting van de baansnelheid. Want als die kracht niet loodrecht op de baansnelheid zou staan, zou er een krachtcomponent in de richting van de snelheid zijn en zou de grootte van de snelheid veranderen.

Middelpuntzoekende kracht

Voor een eenparige cirkelbeweging van een voorwerp is dus een nettokracht nodig die altijd loodrecht op de baansnelheid staat. Die kracht is dan steeds naar het middelpunt van de cirkelbaan gericht (zie figuur 10) en heet daarom de ***middelpuntzoekende kracht*** (symbool: F_{mpz}). De middelpuntzoekende kracht bij een cirkelbeweging is *niet* een aparte kracht naast andere krachten maar moet als nettokracht geleverd worden door één of meer wisselwerking(en). Bij een auto in een bocht doet de wrijvingskracht tussen de banden en het wegdek dienst als middelpuntzoekende kracht en bij kogelslingeren de nettokracht van de zwaartekracht en de spankracht van het touw. Met andere woorden: de wrijvingskracht of een component van de spankracht *is* de middelpuntzoekende kracht.

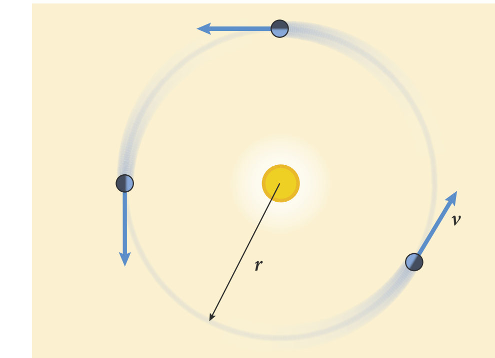
Hoe groter de massa m is, des te groter is de benodigde middelpuntzoekende kracht. En dat geldt ook voor de baansnelheid. Hoe groter de baanstraal r is, des te kleiner is de benodigde middelpuntzoekende kracht bij dezelfde baansnelheid. Bij de cirkelbanen van de planeten rond de zon en van de maan en de satellieten rond de aarde is de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht (zie paragraaf 10.3).

BOCHTEN NEMEN

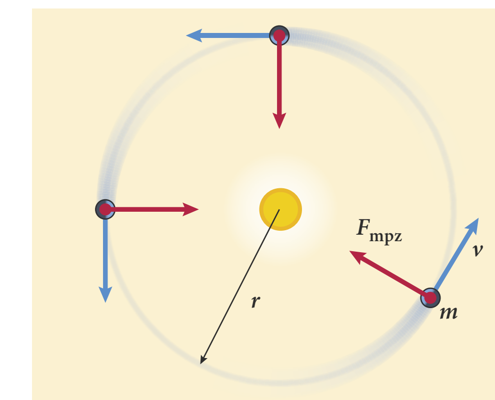
Een fietser of motorrijder gaat schuin hangen om een bocht te nemen. De resultante van de zwaartekracht, de normaalkracht en de wrijving met het wegdek is dan de benodigde middelpuntzoekende kracht. Zie figuur 11. Rijd je harder of is de bocht krapper, dan moet je ook schuiner hangen. De wrijvingskracht van het wegdek op de band(en) heeft een maximale waarde, afhankelijk van de omstandigheden. Is die maximale wrijvingskracht niet groot genoeg, dan vlieg je uit de bocht.

- Bij een cirkelbeweging is de richting van de baansnelheid langs de raaklijn aan de cirkel.
- Bij een eenparige cirkelbeweging is de grootte van de baansnelheid van het voorwerp constant, maar de richting van die snelheid verandert voortdurend.
- Voor een eenparige cirkelbeweging is een middelpuntzoekende kracht nodig, loodrecht op de baansnelheid.
- De benodigde middelpuntzoekende kracht is groter als de massa van het voorwerp en/of de baansnelheid groter is en/of als de baanstraal kleiner is.
- In praktijksituaties werken krachten als de wrijvingskracht of de spankracht als middelpuntzoekende kracht. Bij de cirkelbewegingen in ons zonnestelsel werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.

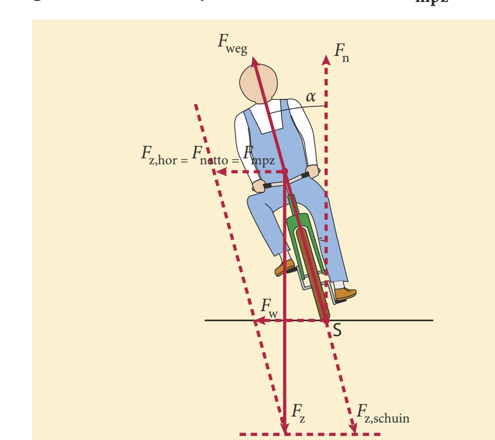
W2 Computersimulatie: Satellietbanen



Figuur 9 **De richting van de baansnelheid is de richting van de raaklijn aan de cirkel.**



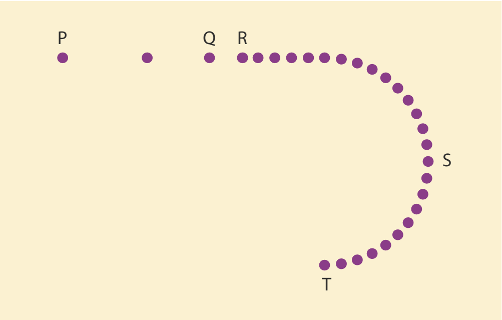
Figuur 10 **Voor een eenparige cirkelbeweging is een kracht nodig die naar het middelpunt van de cirkel is gericht: de middelpuntzoekende kracht F_{mpz}.**



Figuur 11 **De wisselwerking tussen het wegdek en de fiets F_{weg} kun je ontbinden in een normaalkracht F_n en de horizontale schuifwrijving F_w. De zwaartekracht F_z kun je ontbinden in een schuine en een horizontale component zodat, bij de juiste hoek α, de nettokracht de benodigde middelpuntzoekende kracht is en aangrijpt in het zwaartepunt.**

5 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

a In een draaimolen werkt de middelpuntzoekende kracht naar buiten toe.
b Bij satellieten werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.
c Planeten en manen voeren een vrijwel eenparige cirkelbeweging uit.
d Voor het uitvoeren van een eenparige cirkelbeweging is een middelpuntzoekende kracht nodig die alleen de richting van de baansnelheid verandert.
e Satellieten die rond de aarde cirkelen, hebben allemaal dezelfde snelheid.
f De gravitatiekracht op een voorwerp is even groot als de zwaartekracht, maar heeft een tegengestelde richting.
g Op een satelliet werken twee krachten: de gravitatiekracht en de middelpuntzoekende kracht.



Figuur 12 Bovenaanzicht van de baan van een voorwerp

6 In figuur 12 geven de stippen telkens de plaats van een voorwerp dat van P via Q, R en S naar T beweegt. De tijd tussen twee stippen is constant.

a Beschrijf wat er met de snelheid van het voorwerp gebeurt tussen P en R.
b Beschrijf wat er met de snelheid van het voorwerp gebeurt tussen R en T.

Op het voorwerp werkt bij Q én S slechts één kracht.

c Teken in de figuur de richting van de krachten in Q en S.

7 Een ijshockeypuck wordt op glad ijs aan een touw met een constante snelheid rondgeslingerd.

a Welke kracht (of krachtcomponent) werkt in deze situatie als middelpuntzoekende kracht?
b Als deze kracht op een bepaald moment wegvalt (doordat het touw breekt), hoe beweegt de puck dan verder?
c Leg uit wat er mis is in de volgende uitspraak: 'Op de puck werken twee krachten: de spankracht en de middelpuntzoekende kracht. Deze twee krachten houden elkaar in evenwicht en daardoor is de snelheid constant.'

8 Op een draaischijf is een middelpuntzoekende kracht nodig om te blijven zitten (zie figuur 13).

a Wordt die benodigde kracht groter of kleiner als de draaisnelheid toeneemt?
b Wordt die benodigde kracht groter of kleiner als je meer naar het midden van de draaimolen gaat zitten?
c Leg uit waardoor het op een draaischijf lijkt (voelt) alsof er een kracht naar buiten werkt. (Zo'n schijnbare kracht heet een schijnkracht.)


Figuur 13 Op een draaischijf moet je jezelf goed schrap zetten, want het voelt alsof je 'naar buiten wordt geslingerd'. Door de wrijving tussen jou en de draaischijf is er een naar het middelpunt gerichte kracht op je lichaam. Deze kracht werkt als middelpuntzoekende kracht.

9 Op elke satelliet die in een cirkelbaan rond de aarde draait, werkt een middelpuntzoekende kracht.

a Welke kracht werkt hier als middelpuntzoekende kracht?
b Hoe zou de satelliet verder bewegen, als er plotseling geen enkele kracht meer op zou werken?

10 Het ruimtestation ISS (zie figuur 14) vliegt in een cirkelbaan om de aarde op een hoogte van 408 km boven het aardoppervlak. Om op deze hoogte te blijven, moet het ISS de juiste snelheid hebben.

a Wat zou er gebeuren als het ISS een iets te hoge snelheid zou hebben? In wat voor soort baan zou het ISS dan om de aarde bewegen?

Op de hoogte waar het ISS om de aarde cirkelt, is sprake van een (zeer kleine) luchtweerstand.

b Wat gebeurt daardoor met de snelheid van de satelliet?
c Leg uit hoe daardoor de hoogte verandert waarop de satelliet beweegt.


Figuur 14 Het International Space Station (ISS)

11 Om een voorwerp met een constante snelheid in een cirkelbaan te laten bewegen is een middelpuntzoekende kracht nodig.

a Leg uit waardoor deze kracht wel invloed heeft op de richting van de snelheid, maar niet op de grootte van de snelheid.
b Van welke grootheden zal de grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht afhangen? Denk daarbij aan eigenschappen van het voorwerp en aan eigenschappen van de cirkelbaan bij bijvoorbeeld het nemen van een bocht of het rondslingeren van een kogel.
c Hoe zal de grootte van deze kracht afhangen van de grootheden in vraag b? Geef je antwoord in de volgende vorm: 'Als X groter is, is de benodigde middelpuntzoekende kracht F_{mpz} *groter / kleiner*.'


Figuur 15 Motoren in de bocht

12 Een motorfiets moet schuin hangen voor het nemen van een bocht (zie figuur 15).

a Welke krachten werken er op de motorrijder?
b Wat is in deze situatie de middelpuntzoekende kracht?
c Als deze kracht niet groot genoeg is, hoe beweegt de motorfiets dan verder?
d Waar hangt het vanaf of de middelpuntzoekende kracht groot genoeg is?

BEHEERSEN

Middelpuntzoekende kracht

De benodigde middelpuntzoekende kracht voor een eenparige cirkelbeweging hangt af van de massa van het voorwerp, van de baansnelheid en van de straal van de cirkelbaan:

$$\boxed{F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}}$$

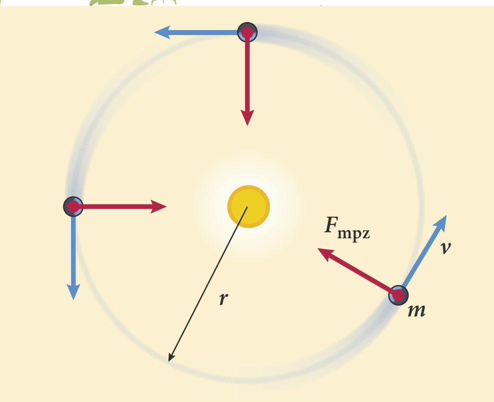
In deze formule is F_{mpz} de benodigde middelpuntzoekende kracht (in N), m de massa (in kg) van het voorwerp, v de baansnelheid (in m/s) en r de baanstraal (in m).

Baansnelheid en omlooptijd

Bij een eenparige cirkelbeweging volgt de baansnelheid uit de baanstraal en de omlooptijd. De ***omlooptijd*** (symbool: T) is de tijd waarin het voorwerp éénmaal de cirkelbaan doorloopt. In die tijd legt het voorwerp een afstand Δx af die gelijk is aan de omtrek van de cirkelbaan: $\Delta x = 2 \cdot \pi \cdot r$. De baansnelheid wordt dus gegeven door:

$$\boxed{v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r}{T}}$$

In deze formule is v de baansnelheid (in m/s), r de baanstraal (in m) en T de omlooptijd (in s).



Figuur 16 De benodigde middelpuntzoekende kracht F_{mpz} hangt af van de baanstraal r, de baansnelheid v en de massa m van het voorwerp.

REKENVOORBEELD

Een voorwerp met een massa m van 5,2 kg beweegt in een cirkelbaan met een straal r van 3,4 m onder invloed van een middelpuntzoekende kracht F_{mpz} van 4,0 N.

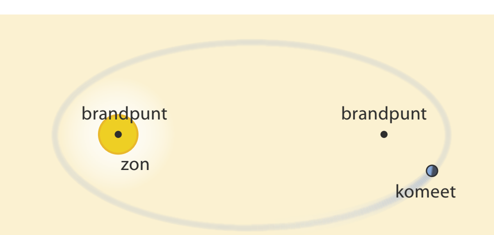
Vraag: Hoe groot is de baansnelheid v van het voorwerp?

Antwoord:

$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow$

$v^2 = \frac{F_{mpz} \cdot r}{m} = \frac{4{,}0 \times 3{,}4}{5{,}2} = 2{,}6 \rightarrow$

$v = \sqrt{2{,}6} = 1{,}6$ m/s



Figuur 17 Kometen draaien in sterk ellipsvormige banen rond de zon.

EEN CIRKELBAAN ROND DE AARDE

In theorie zou je een kanonskogel in een baan rond de aarde kunnen brengen, als je de kogel de juiste snelheid geeft en er geen luchtweerstand is (figuur 8). Overal bij het oppervlak van de aarde heeft de zwaartekracht, die dan als de benodigde middelpuntzoekende kracht werkt, dezelfde waarde. De snelheid van de kogel moet dus precies passen bij de zwaartekracht (in de formule: $F_{mpz} = F_z$).
Door deze vergelijking lijkt het misschien alsof er twee krachten zijn die elkaar in evenwicht houden, maar er zijn hier geen twee krachten en er is bij een cirkelbeweging geen krachtenevenwicht. Er is in deze situatie maar één kracht die op de kogel als satelliet werkt: de zwaartekracht. En die kracht werkt als middelpuntzoekende kracht.

Invullen en vereenvoudigen van de vergelijking levert het volgende op:

$F_{mpz} = F_z \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \rightarrow \frac{v^2}{r} = g \rightarrow v^2 = g \cdot r = 9{,}81 \times 6{,}4 \cdot 10^3 \rightarrow v = 7{,}9 \cdot 10^3$ m/s

In deze berekening is voor de baanstraal r de straal van de aarde genomen ($6{,}4 \cdot 10^3$ km) en voor g de valversnelling bij het aardoppervlak (9,81 m/s^2).

De snelheid voor een cirkelbaan langs het aardoppervlak (zonder luchtweerstand) zou dus behoorlijk groot zijn. Zodra je een stukje de ruimte ingaat, veranderen de baanstraal en de grootte van de gravitatiekracht en wordt de luchtweerstand verwaarloosbaar klein. Het International Space Station (ISS) draait bijvoorbeeld op een hoogte van 408 km boven het aardoppervlak met een snelheid van 7,66 km/s.

Ellipsbaan

De baan van een planeet is nooit een perfecte cirkel, maar altijd een ***ellipsbaan***. De zon staat dan in één van de twee brandpunten. Bij de planeten van ons zonnestelsel liggen de twee brandpunten dicht bij elkaar, zodat de ellipsbaan bij benadering een cirkelbaan is. Maar bij kometen is de baan sterk ellipsvormig (zie figuur 17). De baansnelheid is in een ellipsbaan niet constant. De baansnelheid is het kleinst in het punt waar de planeet of komeet het verst van de zon verwijderd is, en het grootst in het punt waar de planeet of komeet het dichtst bij de zon is.

13 De paragraafvraag is: Hoe ontstaat volgens de wetten van Newton de cirkelbeweging van een planeet? Wat is het antwoord op deze vraag?

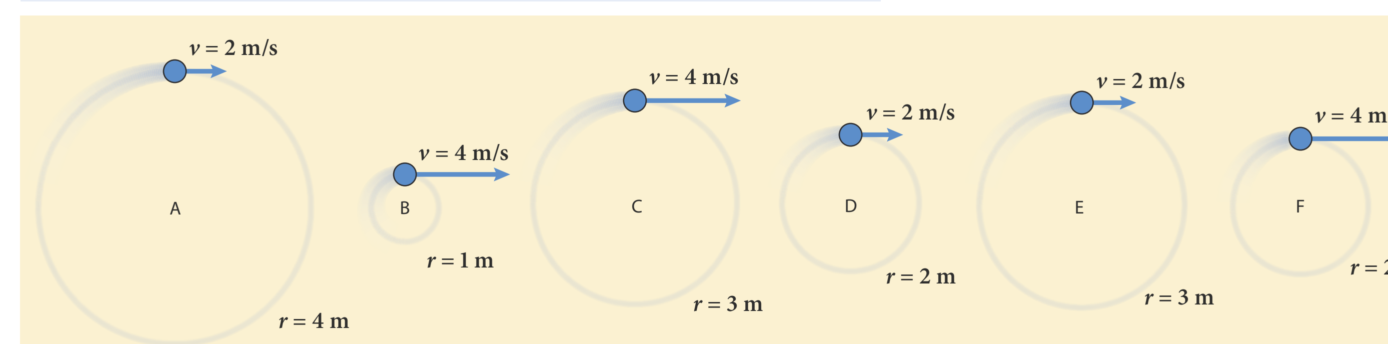
14 Bij het nemen van een bocht werkt de wrijvingskracht tussen het wegdek en de banden van een auto als middelpuntzoekende kracht.
- a Leg uit hoe je aan de formule voor F_{mpz} kunt zien dat voor het nemen van een ruimere bocht met dezelfde snelheid een kleinere wrijvingskracht nodig is.
- b Leg uit hoe je aan de formule voor F_{mpz} kunt zien dat voor het nemen van dezelfde bocht met een grotere snelheid een grotere wrijvingskracht nodig is.
- c Leg uit wat er gebeurt als de wrijvingskracht tussen wegdek en banden kleiner is dan de middelpuntzoekende kracht die nodig is voor het nemen van de bocht.

15 Om een satelliet in een cirkelbaan rond de aarde te laten draaien is een bepaalde snelheid nodig. Het ISS beweegt rond de aarde op een hoogte van 408 km met een snelheid van 7,66 km/s.
- a Bereken de omlooptijd van het ISS in zijn baan rond de aarde.

Een voorwerp van 1,0 kg in ISS 'hangt' (zweeft) stil in het ISS.
- b Bereken de middelpuntzoekende kracht op dat voorwerp.
- c Welke kracht levert de middelpuntzoekende kracht op dit voorwerp?

16 De satellieten van het Galileo gps-systeem cirkelen om de aarde op een hoogte van 23 616 km boven het aardoppervlak. De omlooptijd is 14,4 uur. De satellieten hebben een massa van 525 kg.
- a Bereken de benodigde middelpuntzoekende kracht op zo'n gps-satelliet.
- b Leg uit of de gravitatiekracht van de aarde op deze afstand iets kleiner of veel kleiner is dan op het aardoppervlak.
- c Hoe groot is op die hoogte de gravitatiekracht per kilogram?

17 In de zes situaties van figuur 18 voert een voorwerp een eenparige cirkelbeweging uit. De massa van het voorwerp is in elk van de situaties hetzelfde. De baanstraal en de baansnelheid zijn voor elke situatie gegeven in de tekening.
- a Leg uit dat in situatie B de middelpuntzoekende kracht het grootst is.
- b In welke situatie is de middelpuntzoekende kracht het kleinst? Leg uit.
- c Zet de zes situaties op volgorde van de benodigde middelpuntzoekende kracht op het voorwerp. Begin met de situatie waarin deze kracht het kleinst is. Als er twee of meer situaties zijn die gelijk 'scoren', komen die situaties op dezelfde plaats in jouw volgorde te staan. Geef dat bijvoorbeeld aan door ze te omcirkelen. Leg ten slotte de redenering achter jouw volgorde uit.



Figuur 18

18 Op een bewegende draaischijf zoals in figuur 13 is een middelpuntzoekende kracht nodig om erop te blijven zitten.

a Leg uit hoe de grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht verandert, als de omlooptijd van de draaischijf 2 × zo groot wordt.

b Leg uit hoe de grootte van de benodigde middelpuntzoekende kracht verandert, als je 2 × zo ver van het midden gaat zitten.

19 Om niet om te vallen, hangen motorrijders altijd schuin in de bocht (zie figuur 19). De benodigde middelpuntzoekende kracht op de motorfiets met zijn berijder wordt 'geleverd' door de wrijvingskracht van het wegdek, samen met de zwaartekracht en de normaalkracht. De nettokracht is even groot als de wrijvingskracht van het wegdek in de richting van het centrum van de bocht. Zie ook figuur 11.

a Leg uit of de maximale snelheid in de buitenbocht *groter, kleiner* of *even groot* is als in de binnenbocht.

De bocht in figuur 19 is een halve cirkel. Neem aan dat de straal van de buitenbocht 2 × zo groot is als de straal van de binnenbocht.

b Leg uit dat de maximale snelheid in de buitenbocht $\sqrt{2}$ x zo groot is als in de binnenbocht.

c Leg uit hoe je in de kortste tijd door de bocht heen kunt: via de binnenbocht of via de buitenbocht.

De motorrijder in de binnenbocht hangt schuin onder een hoek van 45°. Bij die hoek is de wrijvingskracht even groot als de zwaartekracht. De straal van de bocht is 12 m. De massa van de motor + berijder is 320 kg.

d Bereken de snelheid waarmee deze motorrijder de bocht neemt.

Figuur 19

20 De maan oefent op het maanoppervlak op een massa van 1,0 kg een gravitatiekracht van 1,63 N uit. Met het 'kanon van Newton' zou je een kogel in een cirkelbaan vlak boven het maanoppervlak kunnen brengen. De snelheid moet dan zo groot zijn dat de gravitatiekracht van de maan op het voorwerp precies de benodigde middelpuntzoekende kracht levert.

a Bereken de snelheid die een kogel moet hebben voor een cirkelbaan vlak boven het maanoppervlak.

b Waardoor is een baan vlak boven het oppervlak (in theorie) op de maan wel mogelijk, en op aarde niet?

21 Een stalen kogel is vastgemaakt aan het uiteinde van een touw. Alice slingert de kogel rond zoals van bovenaf weergegeven in figuur 20. De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door het touw.

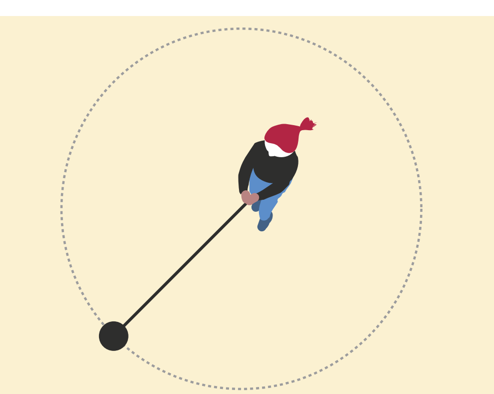
a Leg uit dat de horizontale component van de spankracht hier de middelpuntzoekende kracht is.

Alice maakt het touw langer, zodat de baanstraal van de kogel 2 × zo groot wordt. Ze blijft in hetzelfde tempo (aantal omwentelingen per minuut) om haar as draaien.

b Leg uit hoe de grootte van de middelpuntzoekende kracht daardoor verandert.

De trainer van Alice denkt dat de middelpuntzoekende kracht op de kogel gegeven wordt door de (onjuiste) formule: $F_{mpz} = \frac{m \cdot v}{r}$.

c Laat met behulp van de eenheden voor F_{mpz}, m, v en r zien dat de formule van de trainer van Alice onjuist is.



Figuur 20 Kogelslingeren (bovenaanzicht)

22 In een looping zoals in figuur 21 werken steeds twee krachten op het autootje, dat geen aandrijving heeft: de zwaartekracht F_z en de normaalkracht F_n. In positie B staan deze twee krachten loodrecht op elkaar.

a Leg uit dat in positie B de normaalkracht als middelpuntzoekende kracht werkt.

b Wat is in positie B het effect van de zwaartekracht?

In het hoogste punt leveren de normaalkracht en de zwaartekracht samen de middelpuntzoekende kracht.

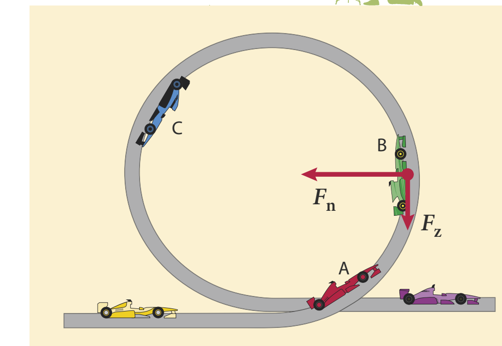
c Leg uit dat de normaalkracht in dit punt groter is, als de snelheid hoger is.

Als de snelheid van het autootje te laag is, kan het 'loskomen' van de baan. Bij de minimale snelheid waarbij het autootje nog in de baan blijft is de normaalkracht in het hoogste punt net nul.

d Bereken de minimale snelheid die het autootje bovenin de baan moet hebben als de diameter van de looping 40 cm is.

De snelheid onderin de looping is groter dan bovenin. Neem aan dat er geen energie verloren gaat door wrijvingskrachten en dat het autootje een massa heeft van 100 g.

e Bereken, met behulp van een energievergelijking, de minimale snelheid die het autootje onderin de looping moet hebben om een volledige looping te maken.



Figuur 21 Speelgoedauto's in een looping. Ze draaien tegen de klok in.

23 Om astronauten te laten wennen aan grote versnellingen (zoals bij de start van een raket) wordt een trainingscentrifuge gebruikt waarin de astronaut ronddraait in een cirkelbaan met een straal van 5,0 m. De grootste versnelling die een mens korte tijd kan verdragen is 9 × de valversnelling g op aarde. Voor de astronaut in deze centrifuge geldt dan: $\frac{v^2}{r} = 9 \cdot g$.

a Leid deze formule af.

b Hoe groot mag het toerental (het aantal omwentelingen per minuut) van de trainingscentrifuge maximaal zijn?

Figuur 22 Trainingscentrifuge

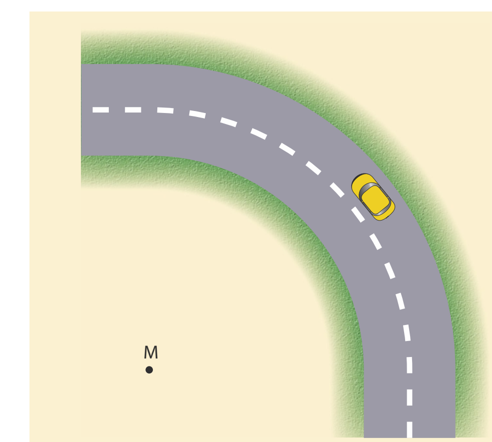
24 Een personenauto rijdt op een horizontale weg. De auto rijdt met constante snelheid door een cirkelvormige bocht, waarvan M het middelpunt is (zie figuur 23).

a Teken in de figuur de richting van de resulterende kracht op de auto.

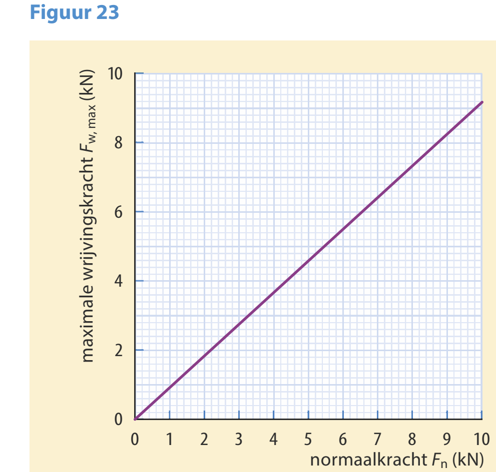
De grootte van de maximale wrijvingskracht hangt af van de grootte van de normaalkracht F_n van het wegdek op de auto, zoals weergegeven in het diagram van figuur 24.

De massa van de auto met bestuurder is 920 kg. De straal van de cirkelvormige bocht is 22 m.

b Bepaal de maximale snelheid waarmee de auto de bocht kan nemen.



Figuur 23



Figuur 24

10.3 Gravitatiekracht

ONTDEKKEN

De banen van de planeten in ons zonnestelsel zijn bij benadering cirkelbanen met de zon in het middelpunt. De middelpuntzoekende kracht op een planeet is dus in de richting van de zon en wordt geleverd door de gravitatiekracht van de zon op de planeet. En de middelpuntzoekende kracht van de beweging van de maan om de aarde is de gravitatiekracht van de aarde op de maan. Op aarde kennen we de gravitatiekracht als de zwaartekracht. Daarbij gaat het om de gravitatiekracht van de aarde op een voorwerp. Kan met de gravitatiekracht de regelmaat in de bewegingen van de planeten in ons zonnestelsel verklaard worden?

Experiment 3: Een dynamisch model van een planeetbaan maken

PARAGRAAFVRAAG

Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht en hoe verklaren we daarmee de bewegingen van de planeten om de zon, de manen om de planeten en de satellieten om de aarde?

BEGRIJPEN

Baansnelheid van planeten

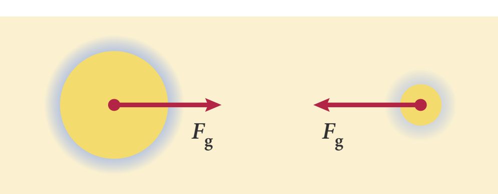
De acht planeten van ons zonnestelsel draaien allemaal in hun eigen baan rond de zon. Elke planeet wordt in zijn baan gehouden door de gravitatiekracht van de zon, die werkt als middelpuntzoekende kracht. Uit de vorige paragraaf weet je dat de benodigde middelpuntzoekende kracht afneemt met toenemende baanstraal (= afstand tot de zon) en ook met afnemende baansnelheid. In de tabel van figuur 25 zie je dat de baansnelheid kleiner is voor planeten op grotere afstand van de zon. Dat betekent dus dat de gravitatiekracht, die als middelpuntzoekende kracht werkt, kennelijk 'dubbel' afneemt met de afstand. Hoe de gravitatiekracht afhangt van de afstand kun je afleiden uit het verband tussen de baanstraal en de baansnelheid en de formule voor de benodigde middelpuntzoekende kracht.

planeet	baanstraal (10^{10} m)	baansnelheid (10^3 m/s)
Mercurius	5,79	47,9
Venus	10,8	35,0
Aarde	15,0	29,8
Mars	22,8	24,1
Jupiter	78,8	13,2
Saturnus	143	9,65
Uranus	287	6,80
Neptunus	450	5,43

Figuur 25

Gravitatiewisselwerking

De cirkelbanen van de planeten rond de zon, en van de maan en alle satellieten rond de aarde, worden in stand gehouden door de *gravitatiekracht*. De gravitatiekracht is altijd aantrekkend en werkt op afstand, zonder dat er contact is. De gravitatiekracht is een *wisselwerking* tussen twee massa's. De gravitatiekracht tussen twee massa's is dus op beide massa's even groot, tegengesteld gericht en werkt langs de verbindingslijn van de massamiddelpunten (zwaartepunten) van de twee massa's.

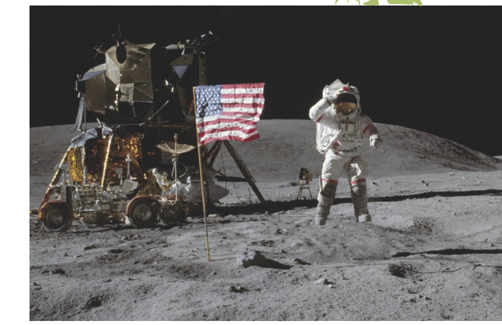


Figuur 26 **Gravitatie is een wisselwerking: de gravitatiekrachten F_g die twee massa's op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht.**

Dat de gravitatiekracht van de aarde op de maan precies even groot is als de gravitatiekracht van de maan op de aarde zou je misschien niet verwachten, de aarde is immers veel groter dan de maan. Maar elke kilogram van de aarde trekt aan elke kilogram van de maan en omgekeerd, waardoor de nettokracht van de aarde op de maan precies hetzelfde is als de nettokracht van de maan op de aarde. De gravitatiekracht tussen twee hemellichamen hangt af van de massa van elk van de twee hemellichamen: hoe groter de massa's zijn, des te groter is de onderlinge gravitatiekracht. De gravitatiekracht hangt ook af van de afstand tussen de massamiddelpunten (zwaartepunten) van de twee hemellichamen. Hoe groter deze afstand, hoe kleiner de gravitatiekracht.

Zwaartekracht is gravitatiekracht

Tussen twee gewone voorwerpen is de gravitatiekracht zo klein dat je daar niets van merkt. Maar dat is anders als één van de twee voorwerpen een hemellichaam is. Zo is de gravitatiekracht van de aarde op voorwerpen in de buurt van het aardoppervlak de kracht die we kennen als de zwaartekracht, 9,81 N op elke kilogram. Op de maan is de zwaartekracht (van de maan) veel kleiner: op elke kilogram werkt daar bij het maanoppervlak een kracht van 1,62 N.



Figuur 27 **Op de maan is de valversnelling slechts 1,62 m/s². Daardoor kon de astronaut op de foto (Neil Armstrong) vrij hoog springen.**

Op de maan ben je dus 6 × zo licht als op de aarde. Toch is je gewicht daar groter dan je misschien zou verwachten, omdat de massa van de maan maar liefst 81 × zo klein is als die van de aarde. Dat komt door de kleinere straal van de maan. Daardoor ben je op het maanoppervlak dichter bij het middelpunt (of zwaartepunt) van de maan.

- De baansnelheid van een planeet is kleiner naarmate hij op grotere afstand om de zon draait.
- De gravitatiekracht is een aantrekkende wisselwerking op afstand. Beide voorwerpen trekken elkaar aan met een kracht die groter is als de massa van één van de voorwerpen (of van beide) groter is, en die kleiner is bij een grotere onderlinge afstand.
- De gravitatiekrachten die twee voorwerpen op elkaar uitoefenen, zijn even groot en tegengesteld gericht langs de verbindingslijn van de massamiddelpunten (of zwaartepunten) van de voorwerpen.

25 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- **a** Bij planeten in hun baan rond de zon en bij manen in hun baan rond hun planeet werkt de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.
- **b** De baansnelheid van planeten is omgekeerd evenredig met de baanstraal.
- **c** De valversnelling aan het oppervlak van een planeet (op aarde 9,81 m/s² of N/kg) hangt alleen af van de massa van de planeet.
- **d** De gravitatiekracht van de aarde op een vliegtuig is even groot als de gravitatiekracht van het vliegtuig op de aarde.
- **e** Op de maan wordt je alleen aangetrokken door de maan, niet meer door de aarde.
- **f** De zwaartekracht aan het oppervlak van een hemellichaam is hetzelfde als de gravitatiekracht op die plek.

26 In een draaimolen is de snelheid het grootst als je heel ver van het midden zit. Hoe is dat bij planeten?

- **a** Is de baansnelheid van planeten groter of kleiner naarmate ze verder van de zon staan?

De buitenste planeet (Neptunus) staat 78 × zo ver van de zon als Mercurius.

- **b** Hoeveel keer zo klein of groot is de baansnelheid van Neptunus, vergeleken met de baansnelheid van Mercurius?
- **c** Leg uit, met behulp van vraag **b**, dat de baansnelheid van een planeet omgekeerd evenredig is met de wortel van de baanstraal van diezelfde planeet.
- **d** Hoeveel keer zo lang duurt de omlooptijd van Neptunus, vergeleken met de omlooptijd van Mercurius?

27 De maan beweegt rond de aarde. De massa van de maan is $7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg, de massa van de aarde is 81 × zo groot als de massa van de maan. De aarde oefent een gravitatiekracht van $1{,}98 \cdot 10^{20}$ N uit op de maan.

- **a** Hoe groot is de gravitatiekracht van de maan op de hele aarde?
- **b** Leg met deze gegevens uit dat de kracht waarmee de aarde aan een steen van 1,0 kg op de maan trekt veel groter is dan de kracht waarmee de maan aan zo'n steen op de aarde trekt. Hoeveel keer zo groot?
- **c** Hoe komt het dat de aarde veel harder aan die steen op de maan trekt dan dat de maan aan net zo'n steen op de aarde trekt?

28 Iemand beweert: 'De gravitatiekracht van de zon op een planeet is precies even groot als de middelpuntzoekende kracht op die planeet. Die twee krachten heffen elkaar dus op, zodat de resulterende kracht nul is.' Wat is er fout aan deze uitspraak?

29 De maan draait rond de aarde.

- **a** Stel dat de massa van de maan 2 × zo groot zou zijn, hoeveel keer zo groot zou dan de gravitatiekracht van de aarde op de maan zijn?
- **b** Leg uit of de maan dan nog met dezelfde snelheid in dezelfde baan om de aarde zou kunnen bewegen.
- **c** Stel dat de massa van de aarde 2 x zo groot zou zijn, hoeveel keer zo groot zou dan de gravitatiekracht op de maan zijn?
- **d** Leg uit dat de maan dan een grotere snelheid moet hebben om in dezelfde baan om de aarde te bewegen.

30 De zwaartekracht aan het oppervlak van een planeet hangt af van de massa en van de straal van de planeet.

- **a** Is die zwaartekracht groter of kleiner als de massa groter is (bij gelijke straal)?
- **b** Is die zwaartekracht groter of kleiner als de straal groter is (bij gelijke massa)?

Vergeleken met de valversnelling op aarde (9,81 m/s^2) is de valversnelling op Mercurius, de kleinste planeet, een stuk kleiner: 3,78 m/s^2.

- **c** Leg uit hoe dat komt.

31 Volgens Newton is met de gravitatiekracht de beweging van hemellichamen én bepaalde bewegingen van voorwerpen op aarde te verklaren.

- **a** Welke bewegingen op aarde kunnen goed verklaard worden met de gravitatiekracht?
- **b** Welke bewegingen van hemellichamen kunnen goed verklaard worden met de gravitatiekracht?

32 De baansnelheid van Mercurius is 8,8 × zo groot als die van Neptunus, terwijl de baanstraal van Mercurius 78 × zo klein is als die van Neptunus.

- **a** Controleer dat de middelpuntzoekende kracht op een steen van 1,0 kg op Mercurius in zijn baan om de zon, 6000 × zo groot is als de middelpuntzoekende kracht door de zon op net zo'n steen op Neptunus.
- **b** Leg uit hoeveel keer zo groot de gravitatiekracht van de zon op de steen op Mercurius is, vergeleken met de gravitatiekracht van de zon op de steen op Neptunus.
- **c** Is de gravitatiekracht omgekeerd evenredig met de afstand tot de zon? Of omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tot de zon?

33 De zon oefent een gravitatiekracht uit op de aarde en op de andere planeten in ons zonnestelsel.

- **a** Van welke grootheden zal de grootte van deze gravitatiekracht afhangen? Denk daarbij aan de eigenschappen van de zon en van de planeten.
- **b** Hoe zal de grootte van deze gravitatiekracht afhangen van de grootheden in vraag a? Geef je antwoord in de volgende vorm: 'Als X groter is, dan is de gravitatiekracht F_g van de zon op de planeet *groter / kleiner*.
- **c** Welke formule verwacht je voor de gravitatiekracht F_g tussen twee voorwerpen met massa's m en M op een onderlinge afstand r? Geef een toelichting.

BEHEERSEN

Gravitatiekracht

Voor de gravitatiekracht tussen twee hemellichamen geldt:

$$\boxed{F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}}$$

In deze formule is F_g de onderlinge gravitatiekracht (in N), zijn m en M de massa's (in kg) van de twee (hemel)lichamen, en is r de afstand (in m) tussen hun massamiddelpunten (of zwaartepunten).

De constante G is de ***gravitatieconstante***, met een waarde van $6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}. De waarde van G geeft dus aan hoe groot de gravitatiekracht is tussen twee voorwerpen met elk een massa van 1 kg op een onderlinge afstand van 1 m. Aan de enorm kleine waarde van G kun je zien dat je normaal niets merkt van de aantrekkende kracht tussen twee voorwerpen. Toch geldt de formule voor de gravitatiekracht niet alleen voor twee hemellichamen, maar voor elk tweetal massa's en overal: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$. De waarde van G is in een laboratorium bepaald door de aantrekkende kracht tussen twee loden bollen te meten.

Valversnelling

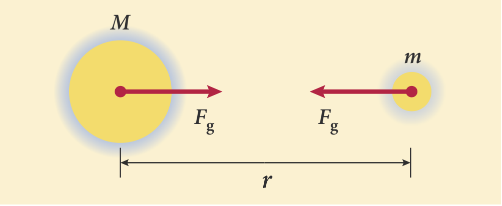
De zwaartekracht F_z op een voorwerp met massa m aan het oppervlak van een planeet of maan met massa M is een andere naam voor de gravitatiekracht tussen de planeet en het voorwerp als het zich op of bij het planeetoppervlak bevindt. Er geldt dus:

$$F_z = F_g \rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \rightarrow g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

Uit experimenten op aarde blijkt dat de versnelling van alle voorwerpen in vrije val gelijk is en niet afhangt van de massa (zie ook hoofdstuk 2 deel 4 vwo). Deze formule van Newton voor de gravitatiekracht is daarmee dus in overeenstemming. Voor alle planeten en manen is met deze formule de valversnelling aan het oppervlak te berekenen, als de massa en de straal bekend zijn.

Baansnelheden van planeten en satellieten

De gravitatiekracht van de zon op een planeet werkt als middelpuntzoekende kracht die de planeet in zijn cirkelbaan rond de zon houdt (zie figuur 29). Aan de formules $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ en $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ kun je zien dat de gravitatiekracht sneller afneemt met de afstand r dan de benodigde middelpuntzoekende kracht, bij dezelfde snelheid.



Figuur 28 Gravitatiewisselwerking tussen twee massa's m en M op een onderlinge afstand r

W3 Gravitatiekracht tussen twee hemellichamen

REKENVOORBEELD 1

De aarde heeft een massa M van $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg en een straal R van $6{,}37 \cdot 10^6$ m.

Vraag: Hoe groot is de (theoretische) valversnelling aan het aardoppervlak?

Antwoord: Vul de gegevens in de formule voor g in:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(6{,}37 \cdot 10^6)^2} = 9{,}81 \text{ m/s}^2$$

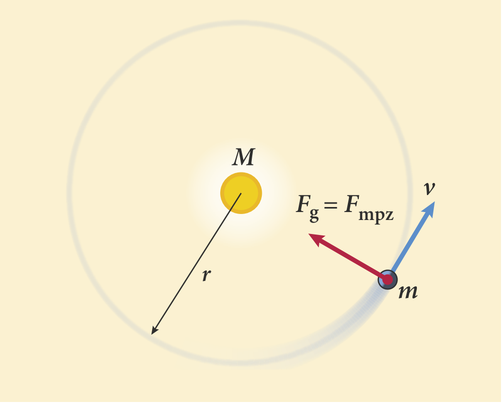
REKENVOORBEELD 2

De baanstraal r van de maan in zijn baan rond de aarde is $384 \cdot 10^6$ m. De aarde heeft een massa M van $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg.

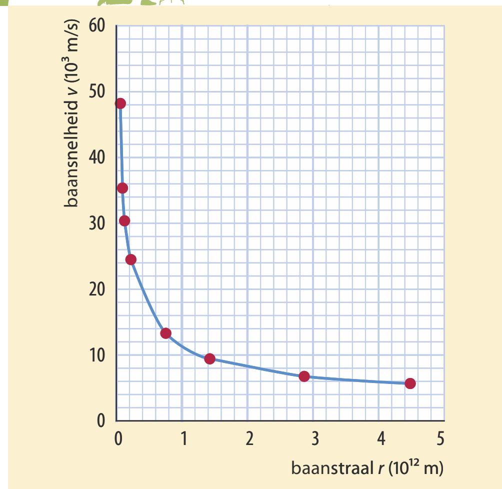
Vraag: Hoe groot is de baansnelheid van de maan?

Antwoord: Vul de gegevens in de formule in:

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{r} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{3{,}84 \cdot 10^8} = 1{,}04 \cdot 10^6 \rightarrow$$
$$v = \sqrt{1{,}04 \cdot 10^6} = 1{,}02 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$



Figuur 29 De gravitatiekracht F_g van de zon op een planeet werkt als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} die de planeet in zijn baan rond de zon houdt.



Figuur 30 **Het verband tussen de baanstraal r en de baansnelheid v van de planeten in ons zonnestelsel: v is omgekeerd evenredig met $\sqrt{r}$**

REKENVOORBEELD 3

De baanstraal r van de maan in zijn baan om de aarde is $3{,}84 \cdot 10^8$ m en de omlooptijd T van de maan om de aarde is $2{,}36 \cdot 10^6$ s (27,32 dagen).

Vraag: Hoe groot is de massa M van de aarde?

Antwoord: Uit de baanstraal r en de omlooptijd T van de maan bereken je eerst de baansnelheid v van de maan:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \times 3{,}84 \cdot 10^8}{2{,}36 \cdot 10^6} = 1{,}02 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Daarna bereken je massa M van de aarde uit de baansnelheid v en de baanstraal r van de maan:

$$F_{mpz} = F_g \rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \rightarrow$$

$$M = \frac{v^2 \cdot r}{G} = \frac{(1{,}02 \cdot 10^3)^2 \times 3{,}84 \cdot 10^8}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = 5{,}99 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Dat betekent dat de baansnelheid kleiner is bij een grotere baanstraal. Voor de beweging van de planeten rond de zon geldt dus: bij een baan met een grotere baanstraal hoort een kleinere baansnelheid. Voor de baansnelheid v en de baanstraal r van een planeet in een cirkelbaan rond de zon met massa M geldt:

$$F_{mpz} = F_g \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

De baansnelheid van een planeet hangt dus alleen af van de massa M van de zon en de straal r van de baan van de planeet. De massa m van de planeet zelf speelt geen rol. En de baansnelheid is omgekeerd evenredig met $\sqrt{r}$.

DE ONTDEKKING VAN NEPTUNUS

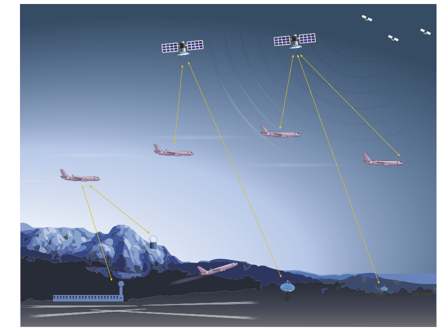
Het succes van Newtons gravitatiewet was niet alleen de verklaring van de regelmaat in de bewegingen van de planeten rond de zon, maar blijkt ook uit de ontdekking van de achtste planeet in ons zonnestelsel: Neptunus. Want volgens diezelfde gravitatiewet oefenen de planeten ook onderling een gravitatiekracht op elkaar uit.

In 1781 was de planeet Uranus ontdekt als zevende planeet in ons zonnestelsel. Al snel bleek dat Uranus niet precies volgens de regels bewoog. Tot 1820 ging hij iets sneller dan verwacht, daarna iets langzamer. Het was alsof er buiten de baan van Uranus nog een achtste planeet rond de zon cirkelde, die de beweging van Uranus verstoorde. In 1845 sloegen astronomen aan het rekenen. Als je zou weten waar die achtste planeet zich bevindt en hoe zwaar hij is, zou je met Newtons gravitatiewet de verstoringen in de baanbeweging van Uranus kunnen uitrekenen. En dan moest het ook andersom kunnen, was het idee. Dat viel nog niet mee, want alles moest met pen en papier. Maar in 1846 werd de planeet Neptunus met een telescoop waargenomen, slechts 1° vanaf de plaats waar hij zich volgens de berekeningen zou moeten bevinden.

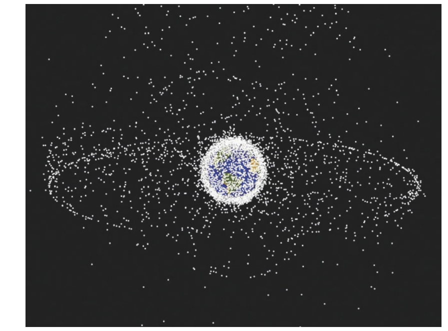
Geostationaire baan

Communicatiesatellieten worden gebruikt als tussenstation in de ruimte om signalen door te geven, bijvoorbeeld voor televisie of telefoon. Zo'n satelliet ontvangt signalen van de aarde en stuurt ze door naar een andere plaats op aarde (zie figuur 31). Veel communicatiesatellieten staan vanaf de aarde gezien op een vaste plaats boven een punt op aarde. Anders is het niet mogelijk om een schotelantenne op zo'n satelliet gericht te houden. De baan van zo'n satelliet wordt een ***geostationaire baan*** genoemd. Een geostationaire baan is alleen mogelijk boven, en evenwijdig aan, de evenaar. Het middelpunt van de cirkelbaan van de satelliet moet namelijk samenvallen met het middelpunt van de aarde en de baan moet loodrecht op de rotatie-as van de aarde staan.

De hoogte en de snelheid van de satelliet zijn dus zo gekozen dat de omlooptijd van de satelliet precies gelijk is aan de rotatieperiode van de aarde: 23 uur en 56 minuten. Dat kan alleen met een baanstraal van 42 164 km, op een hoogte van 35 786 km boven zeeniveau. Communicatiesatellieten draaien daarom allemaal in dezelfde baan om de aarde, ieder hoog boven zijn eigen punt op de evenaar. Deze geostationaire baan is in figuur 32 te zien als ring om de aarde.



Figuur 31 **Communicatie via satellieten**

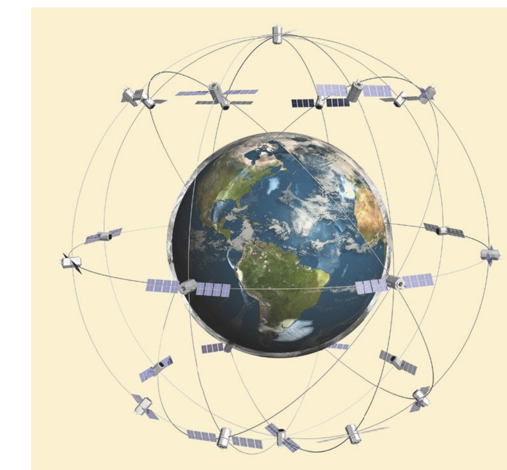


Figuur 32 **Overzicht van alle satellieten en het ruimtepuin dat in een baan rond de aarde draait.**

NETWERKEN VAN SATELLIETEN

Er bestaan verschillende netwerken van satellieten. Zo bestaat het gps-netwerk, dat gebruikt wordt door navigatieapparatuur, uit 32 satellieten die in 6 vaste banen op een hoogte van ruim 20 000 km in een vaste tijd rond de aarde draaien en elk een eigen signaal uitzenden. Om zijn positie te bepalen heeft een gps-ontvanger op aarde signalen nodig van ten minste vier satellieten. Uit de informatie over de posities en de tijdcodes van de 'zichtbare' satellieten berekent de gps-ontvanger zijn positie op aarde. De nauwkeurigheid varieert van enkele tientallen meters tot enkele centimeters, afhankelijk van het gebruikte systeem en de omstandigheden. In het oudere gps-netwerk gaat het signaal alleen van de satelliet naar de ontvangers op aarde. Er gaat geen signaal terug. Het netwerk kan dus niet iemand volgen. Het nieuwere gps-netwerk Galileo kent wel tweerichtingsverkeer: de Galileo-satellieten kunnen zenden en ontvangen.

Satellieten die beelden maken van de aarde, of die metingen verrichten voor bijvoorbeeld het weer, draaien vaak in een polaire baan rond de aarde. Een polaire baan is een omloopbaan waarbij de satelliet op een hoogte van nog geen 1000 km in 1,5 à 2 uur over beide polen vliegt. Doordat de aarde zelf om haar as draait, heeft zo'n satelliet na verloop van tijd elk stukje van de aarde 'gezien'. Polaire satellieten draaien op niet al te grote hoogte rond de aarde, zodat er goede foto's gemaakt kunnen worden. Ook spionagesatellieten draaien in een niet te hoge polaire baan.



Figuur 33 **De satellietbanen van het gps-netwerk**

34 De paragraafvraag is: Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht en hoe verklaren we daarmee de bewegingen van de planeten om de zon, de manen om de planeten en de satellieten om de aarde? Wat is het antwoord op deze vraag?

35 Op de top van de Mount Everest sta je 8 km boven zeeniveau. Zou je kunnen merken dat de zwaartekracht daar kleiner is dan op zeeniveau? Geef een berekening.

36 De aarde draait in 365,256 dagen éénmaal rond de zon. De straal van deze cirkelbaan is $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m.

a Bereken de middelpuntzoekende kracht die nodig is voor deze cirkelbeweging.

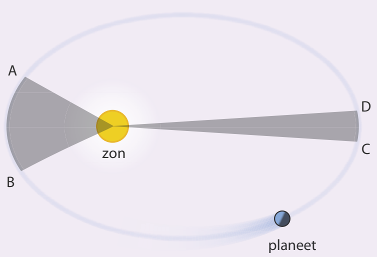
De gravitatiekracht van de zon op de aarde werkt als middelpuntzoekende kracht voor de beweging van de aarde om de zon.

b Ga met een berekening na of dat klopt.

DE WETTEN VAN KEPLER

Johannes Kepler zocht naar regelmatigheden in de waarnemingen van de planeetbanen. Het resultaat van die zoektocht kennen we tegenwoordig als de drie wetten van Kepler:

1. De planeten bewegen in ellipsbanen rond de zon, met de zon in één van de twee brandpunten van de ellips (eerste wet van Kepler).
2. De planeten bewegen sneller als ze zich dichter bij de zon bevinden. Zie figuur 34: als een planeet in dezelfde tijd van A naar B als van C naar D gaat, zijn de grijze oppervlakken even groot (tweede wet van Kepler).



Figuur 34

3. De derde macht van de baanstraal van een planeet is evenredig met het kwadraat van zijn omlooptijd rond de zon (derde wet van Kepler). In formule: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$

Figuur 35 **Reparaties aan het International Space Station (ISS)**

37 De maan draait rond de aarde. De massa van de maan is $7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg, de massa van de aarde is $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg. De baanstraal van de maan is $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m, de baansnelheid is $1{,}02 \cdot 10^{3}$ m/s. De maan wordt in zijn baan gehouden door de gravitatiekracht van de aarde.
- a Bereken de gravitatiekracht van de aarde op de maan.
- b Laat met een berekening zien dat deze kracht de juiste waarde heeft om de maan in zijn baan rond de aarde te laten draaien.
- c Hoe groot is de gravitatiekracht van de maan op de aarde?
- d Controleer met een berekening dat de gravitatiekracht van de zon op de maan (ongeveer) $2 \times$ zo groot is als de gravitatiekracht van de aarde op de maan.

38 De afstand van de planeet Jupiter tot de zon is ongeveer $5 \times$ zo groot als de afstand van de aarde tot de zon.
- a Beredeneer hoeveel keer zo groot of klein (ongeveer) de baansnelheid van Jupiter is, vergeleken met die van de aarde.
- b Beredeneer hoeveel keer zo groot of klein (ongeveer) de omlooptijd van Jupiter is, vergeleken met die van de aarde. Controleer je antwoord met Binas.

39 De afstand r van de aarde tot de zon en de omlooptijd T van de aarde rond de zon zijn bekend.
- a Leg uit hoe je met deze gegevens de massa M van de zon zou kunnen bepalen.
- b Kun je de massa van de zon ook bepalen uit de beweging van de andere planeten? Leg uit.
- c Leg uit hoe je op een vergelijkbare manier de massa m van de aarde kunt bepalen. Welk hemellichaam 'gebruik' je daarvoor?
- d Van welke andere planeten is op een vergelijkbare manier de massa te bepalen? En van welke niet?

40 Door het combineren van de formules $F_g = F_{mpz}$ en $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ is een formule af te leiden voor het verband tussen baanstraal r en omlooptijd T: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$.
Deze formule is de derde wet van Kepler (zie het kader hiernaast).
- a Leid deze formule af.
- b Gebruik de gegevens van de baan van de planeet Mars om met deze formule de massa van de zon te berekenen. Controleer je antwoord met Binas.
- c Beredeneer met deze wet dat de omlooptijd evenredig is met $r^{1,5}$.
- d Bereken met de derde wet van Kepler de massa van de aarde.

41 In figuur 35 zie je een astronaut die reparaties verricht aan de buitenzijde van het ISS. Waarschijnlijk vind je het vanzelfsprekend dat er in het ISS gewichtloosheid heerst. De astronauten bevinden zich immers in de ruimte en daar heerst toch gewichtloosheid?
- a Leg uit dat de astronauten wel degelijk worden aangetrokken door de aarde.
- b Heeft de astronaut de juiste snelheid voor een cirkelbaan rond de aarde?
- c Leg uit waardoor de astronaut zich, ondanks de hoge snelheid van het ISS, niet stevig hoeft vast te houden aan het ruimtestation.
- d Waarom zijn de astronauten dan met een levenslijn verbonden met het ISS?
- e Leg uit waardoor er in het ISS sprake is van gewichtloosheid.

42 In de tabel van figuur 36 staan de massa M en de straal R van de aarde en de maan.
- a Beredeneer met alleen deze gegevens dat de valversnelling op het maanoppervlak (ongeveer) $6 \times$ zo klein is als de valversnelling op aarde.
- b Bereken met deze gegevens de valversnelling op het maanoppervlak.

43 In de tabel van figuur 37 staan de astronomische waarnemingen van de omlooptijd T en de baanstraal r van de vier grootste manen van de planeet Jupiter.
Bereken met deze gegevens de massa van Jupiter. Controleer je antwoord met Binas.

44 De satellieten van het gps-netwerk Galileo draaien in cirkelbanen op een hoogte van 23 616 km boven de aarde.
Bereken de omlooptijd van deze satellieten.

45 Een geostationaire baan is alleen mogelijk boven de evenaar. De omlooptijd van de satelliet is dan gelijk is aan de rotatieperiode van de aarde.
- a Zoek de rotatieperiode van de aarde op en noteer deze.
- b Bereken de hoogte van de geostationaire baan boven zeeniveau.
- c Bereken de baansnelheid van een geostationaire satelliet.

	M (10^{24} kg)	R (10^{6} m)
aarde	5,972	6,371
maan	0,0735	1,738

Figuur 36

maan	T (10^{5} s)	r (10^{8} m)
Io	1,53	4,22
Europa	3,07	6,71
Ganymedes	6,20	10,7
Callisto	14,4	18,8

Figuur 37

Oefenen A
Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 10.2 en 10.3 begrepen hebt.

10.4 Gravitatie-energie

W4 Zwaarte-energie

ONTDEKKEN

Het lanceren van een satelliet kost heel veel brandstof. Een klein deel van de energie in die brandstof wordt gebruikt om de satelliet steeds meer snelheid te geven tegen de zwaartekracht in. Het grootste deel van die energie gaat 'verloren' in de vorm van warmte van de uitgestoten gassen en bewegingsenergie van de draagraket(ten) met de nog niet verbruikte brandstof. Uiteindelijk heeft de satelliet de juiste hoeveelheid kinetische energie en zwaarte-energie voor zijn geplande baan om de aarde. Omdat we de zwaartekracht inmiddels kennen als de gravitatiekracht, krijgt ook de zwaarte-energie nu een andere naam: gravitatie-energie.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe groot is de gravitatie-energie van een voorwerp?

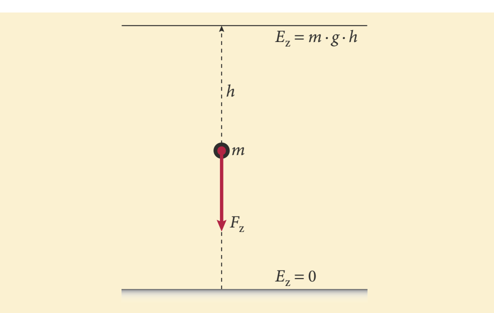
BEGRIJPEN

Arbeid en gravitatie-energie

Bij het optillen van een voorwerp over een bepaalde hoogte Δh in de buurt van het aardoppervlak verrichten de spieren arbeid en leveren daarmee energie aan het voorwerp. Uit hoofdstuk 9 weet je dat de energie die op deze manier in het voorwerp wordt opgeslagen, de zwaarte-energie is, waarvoor geldt (zie figuur 38):

$\Delta E_z = -W_{Fz} = m \cdot g \cdot \Delta h$

In de bekende formule $E_z = m \cdot g \cdot h$ betekent h de hoogte boven een bepaald gekozen nulniveau.



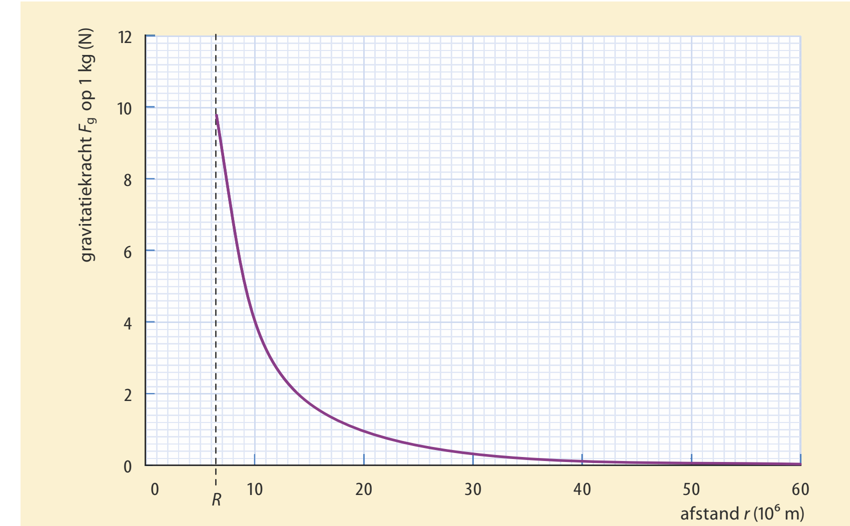
Figuur 38 **De arbeid W_{Fz} van de (vrijwel constante) zwaartekracht F_z geeft de hoeveelheid omgezette zwaarte-energie E_z die het voorwerp had op een hoogte h boven het aardoppervlak.**

Dicht bij de aarde is de gravitatiekracht bij benadering constant met de hoogte maar verder van de aarde neemt deze af met de afstand. Dan geldt de formule voor de zwaarte-energie niet meer en spreken we over de ***gravitatie-energie*** E_g. Je kunt in dat geval de arbeid bepalen uit het diagram van de gravitatiekracht F_g tegen de afstand r tot het middelpunt van de aarde. De arbeid die nodig is om een voorwerp omhoog te brengen vanaf een afstand r_1 tot het middelpunt van de aarde naar een afstand r_2 is immers gelijk aan de oppervlakte onder de F_g,r-grafiek tussen r_1 en r_2. Het maakt daarbij niet uit of je recht omhoog gaat of langs willekeurig welk traject dan ook.

In figuur 39 zie je hoe de gravitatiekracht op 1 kg afneemt met de afstand tot het middelpunt van de aarde. Aan het aardoppervlak is de zwaartekracht 9,81 N en op een afstand van bijvoorbeeld $r = 10 \cdot 10^6$ m is de gravitatiekracht nog maar 4,0 N. Met het diagram kun je een schatting maken van de gemiddelde gravitatiekracht tussen het aardoppervlak en de nieuwe positie. Vervolgens bereken je de arbeid met:

$W = F_{g,gem} \cdot \Delta r$.

Of je bepaalt de arbeid door hokjes te tellen. Deze arbeid is gelijk aan de gravitatie-energie E_g van het voorwerp op die afstand, ten opzichte van het aardoppervlak.



Figuur 39 **De gravitatiekracht F_g op een massa m van 1,0 kg als functie van de afstand r tot het middelpunt van de aarde. De afstand R is de straal van de aarde.**

Nulpunt van gravitatie-energie

Bij energie-omzettingen van de zwaarte- of gravitatie-energie gaat het altijd om veranderingen van de hoeveelheid energie. Het maakt dus niet uit waar de hoeveelheid zwaarte- of gravitatie-energie nul wordt gekozen. Voor de zwaarte-energie van een voorwerp is het vaak handig om het nulpunt op het aardoppervlak te kiezen. Daar heeft een voorwerp dan geen zwaarte-energie: $E_z = 0$ J. Boven de grond is de zwaarte-energie altijd positief, er moet positieve arbeid verricht worden om het omhoog te brengen.

In de natuurkunde is ervoor gekozen het nulpunt van de gravitatie-energie van twee massa's op een 'oneindig grote onderlinge afstand' te leggen. De gravitatie-energie heeft dan altijd een negatieve waarde, zoals in het diagram van figuur 40. Bij een raketvlucht vanaf het aardoppervlak heeft de raket dus eerst een bepaalde negatieve hoeveelheid gravitatie-energie, die minder negatief wordt naarmate de raket verder van de aarde is. Op heel grote afstand neemt de gravitatie-energie steeds langzamer toe tot $E_g = 0$ J op oneindig grote afstand.

Bij de lancering van een satelliet die in een baan rond de aarde wordt gebracht, neemt niet alleen de gravitatie-energie toe, maar ook de kinetische energie. Zo heeft het International Space Station ISS, op een hoogte van 408 km, een baansnelheid van $7{,}66 \cdot 10^3$ m/s. Door die hoge snelheid en de relatief geringe hoogte is voor het ISS de toename van de kinetische energie vele malen groter dan de toename van de gravitatie-energie. Bij de lancering van satellieten naar de geostationaire baan, op een veel grotere hoogte en met een lagere baansnelheid, is dat net andersom.

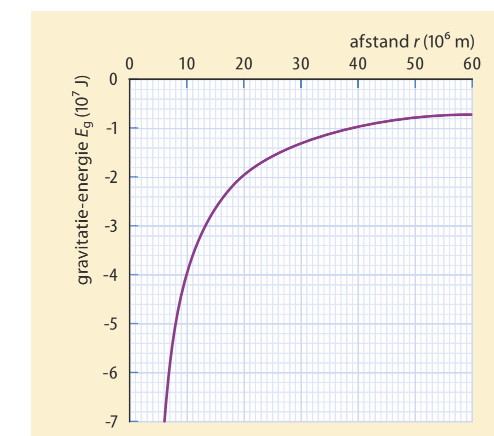
- De toename van de gravitatie-energie van een voorwerp is even groot als de arbeid die tegen de gravitatiekracht verricht wordt tijdens het optillen.
- De arbeid door of tegen de gravitatiekracht is te bepalen uit de oppervlakte onder de kromme in een F_g,r-diagram.
- Het nulpunt van de gravitatie-energie is in de natuurkunde gekozen 'in het oneindige'.

REKENVOORBEELD

Een voorwerp van 20 kg wordt omhoog gebracht tot een hoogte boven het aardoppervlak waarbij $r = 10 \cdot 10^6$ m.

Vraag: Bepaal de gravitatie-energie bij $r = 10 \cdot 10^6$ m.

Antwoord: De toename van de gravitatie-energie is de arbeid die tegen de gravitatiekracht in is verricht bij het omhoog brengen van dit voorwerp. De gemiddelde gravitatiekracht op 1 kg tussen het aardoppervlak en $r = 10 \cdot 10^6$ m is ongeveer 6,5 N (zie figuur 39).
Op een massa van 20 kg is dan $F_g = 130$ N.
De arbeid is nu:
$W_{Fg} = \Delta E_g = F_g \cdot \Delta r = 130 \times (10 \cdot 10^6 - 6{,}371 \cdot 10^6) = 4{,}7 \cdot 10^8$ J
Hierbij is het nulpunt van de gravitatie-energie op het aardoppervlak genomen.



Figuur 40 **De gravitatie-energie Eg van een voorwerp met een massa van 1,0 kg, afhankelijk van de afstand r tot het middelpunt van de aarde. Het nulpunt van de gravitatie-energie ligt 'in het oneindige'.**

46 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- **a** Als een voorwerp naar het aardoppervlak valt, neemt de gravitatie-energie af.
- **b** De afname van gravitatie-energie van een voorwerp is even groot als de arbeid die de gravitatiekracht verricht tijdens het vallen naar het aardoppervlak.
- **c** Voor het nulpunt van de gravitatie-energie wordt meestal het aardoppervlak gekozen.
- **d** De gravitatie-energie van een voorwerp heeft een kleinere negatieve waarde naarmate de afstand tot het middelpunt van de aarde groter is.
- **e** De gravitatie-energie is altijd negatief.
- **f** Voor de verandering van de gravitatie-energie van een voorwerp maakt het niet uit waar het nulpunt van de gravitatie-energie gekozen wordt.
- **g** Als een satelliet naar een hogere baan gebracht wordt, neemt de gravitatie-energie van de satelliet toe.
- **h** De gravitatie-energie van een voorwerp op een bepaalde afstand van het middelpunt van de aarde is evenredig met de massa van het voorwerp.

47 Een komeet beweegt in een ellipsbaan onder invloed van de gravitatiekracht van de zon.

- **a** Waar is de gravitatie-energie het grootst, dichtbij de zon of ver van de zon af?
- **b** Waar is de snelheid het grootst, dichtbij de zon of ver van de zon af? Leg uit.

48 In de buurt van het aardoppervlak is de gravitatiekracht op een voorwerp min of meer constant.

- **a** Leg uit dat de gravitatie-energie in de buurt van het aardoppervlak gelijkmatig toeneemt met de hoogte.
- **b** Leg uit waardoor die toename niet meer gelijkmatig is als het voorwerp verder van de aarde komt.
- **c** Leg uit waardoor de grafiek van de gravitatie-energie in figuur 40 dicht bij de aarde steil toeneemt en op grotere afstand steeds langzamer stijgt.

49 In figuur 39 zie je hoe de gravitatiekracht F_g op een steen van 1,0 kg afneemt als de steen verder van de aarde komt.

- **a** Bepaal de gravitatiekracht bij $r = 1 \cdot 10^7$ m.
- **b** Ga na dat er ongeveer $2 \cdot 10^7$ J arbeid nodig is om de steen vanaf het aardoppervlak naar die hoogte te brengen ($R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m).
- **c** Leg uit dat er ongeveer $2 \cdot 10^7$ J nodig is om deze steen van $r = 1 \cdot 10^7$ m naar $r = 2 \cdot 10^7$ m te brengen.

Om de steen nog verder van de aarde te verwijderen, van $r = 2 \cdot 10^7$ m naar 'oneindig ver', is nog eens $2 \cdot 10^7$ J arbeid nodig.

- **d** Hoe groot is dus de gravitatie-energie van de steen op het aardoppervlak?
- **e** Ga daarna na of het antwoord in overeenstemming is met figuur 40.

W5 Arbeid verricht door de gravitatiekracht

50 In figuur 40 zie je hoe de gravitatie-energie E_g van een steen van 1,0 kg toeneemt, als je de steen verder van de aarde brengt.

- **a** Ga met een getallenvoorbeeld na of de gravitatie-energie omgekeerd evenredig is met r of omgekeerd evenredig met r^2.
- **b** Bepaal hoeveel gravitatie-energie er nodig is om een satelliet van 525 kg vanaf het aardoppervlak in de geostationaire baan ($r = 42 \cdot 10^6$ m) te brengen.

BEHEERSEN

Gravitatie-energie

Voor de gravitatie-energie van een massa m van een voorwerp ten opzichte van een massa M van een hemellichaam geldt:

$$\boxed{E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}}$$

In deze formule is E_g de gravitatie-energie (in J), m de massa van het voorwerp (in kg), M de massa van het hemellichaam (in kg) en r de onderlinge afstand (in m) tussen de massamiddelpunten van het voorwerp en het hemellichaam. De evenredigheidsconstante G is de gravitatieconstante.

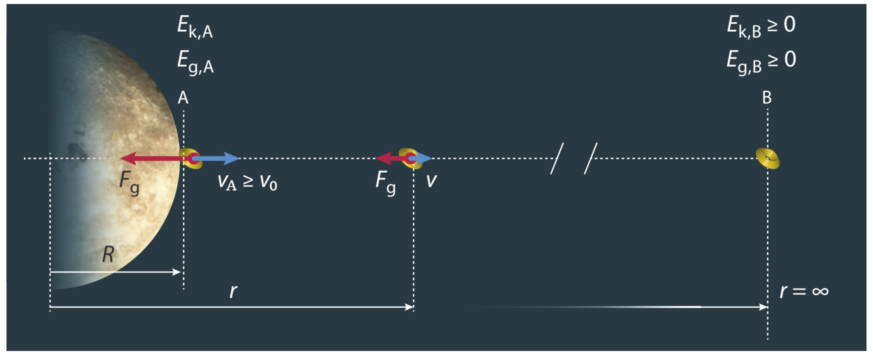
Door de keuze van het nulpunt 'in het oneindige' heeft de gravitatie-energie altijd een negatieve waarde en neemt toe als de afstand tussen de hemellichamen groter wordt. Op steeds grotere onderlinge afstand nadert de gravitatie-energie steeds meer naar nul.

WISKUNDIGE RELATIE TUSSEN GRAVITATIEKRACHT EN GRAVITATIE-ENERGIE

Voor twee massa's geldt dat de waarde van de gravitatie-energie op afstand r gelijk is aan de arbeid die tegen de gravitatiekracht in verricht wordt, als de afstand toeneemt van r naar oneindig. Bij elke waarde van r van de grafiek in het diagram van figuur 40 heeft de gravitatie-energie de waarde die je ook vindt als je in het diagram van figuur 39 de oppervlakte onder de grafiek bepaalt vanaf die afstand r tot 'oneindig ver'. Wiskundig gezien is $E_g(r)$ de geïntegreerde functie van $F_g(r)$. En omgekeerd is $F_g(r)$ de afgeleide functie van $E_g(r)$.

Ontsnappingssnelheid

Als je een voorwerp vanaf de Noordpool van het aardoppervlak recht omhoog schiet, komt het na verloop van tijd onder invloed van de gravitatiekracht weer omlaag. Hoe groter de snelheid is waarmee je het voorwerp wegschiet, des te groter is de hoogte die het voorwerp bereikt voordat het weer gaat terugvallen. Bij een bepaalde waarde van de snelheid komt het voorwerp niet meer terug. Die snelheid wordt de ***ontsnappingssnelheid*** (symbool: v_o) genoemd. De aanvankelijke kinetische energie is dan groter dan de totale arbeid die tegen de gravitatiekracht in verricht moet worden om helemaal 'los' te komen van de aarde. Zie figuur 41.



Figuur 41 **Een voorwerp dat met minimaal de ontsnappingssnelheid v_o vanaf het planeetoppervlak vertrekt, heeft op een 'oneindig grote' afstand r van de planeet een gravitatie-energie $E_g = 0$ J en kinetische energie $E_k \geq 0$.**

REKENVOORBEELD 1

Een voorwerp van 20,0 kg wordt van het aardoppervlak omhoog gebracht tot een hoogte van 400 km.

Vraag: Bereken de arbeid die is verricht bij het omhoog brengen van dit voorwerp.

Antwoord: De aarde heeft een massa M van $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg en een straal R van $6{,}371 \cdot 10^6$ m.
Bij $h = 400$ km geldt $r = R + h = 6{,}771 \cdot 10^6$ m.
De gravitatie-energie aan het aardoppervlak is:

$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = -6{,}674 \cdot 10^{-11} \times \frac{20{,}0 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^6}$$
$$= -1{,}251 \cdot 10^9 \text{ J}$$

De gravitatie-energie bij $h = 400$ km:

$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{R}$$
$$= -6{,}674 \cdot 10^{-11} \times \frac{20{,}0 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}771 \cdot 10^6} = -1{,}177 \cdot 10^9 \text{ J}$$

De arbeid is gelijk aan de toename van de gravitatie-energie:

$$W_{Fg} = \Delta E_g = -1{,}177 \cdot 10^9 - (-1{,}251 \cdot 10^9) = 7 \cdot 10^7 \text{ J}$$

W6 Gravitatie-energie wiskundig

REKENVOORBEELD 2

Een raket met een massa van 920 kg wordt vanaf de maan weggeschoten met ontsnappingssnelheid.

Vraag: Bereken die ontsnappingssnelheid.

Antwoord: Uit Binas: $M_{maan} = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg en de $R_{maan} = 1{,}738 \cdot 10^6$ m.
De arbeid die op de raket verricht moet worden naar het oneindige, is minimaal even groot als de gravitatie-energie die de raket heeft op het maanoppervlak:

$$E_{g,maan} = -G \cdot \frac{m_{raket} \cdot M_{maan}}{R_{maan}}$$

De aanvankelijke kinetische energie is:

$$E_{k,raket} = \frac{1}{2} \cdot m_{raket} \cdot v^2_{begin}$$

De vergelijking wordt dus:

$$\frac{1}{2} \cdot m_{raket} \cdot v^2_{begin} \geq G \cdot \frac{m_{raket} \cdot M_{maan}}{R_{maan}} \rightarrow$$
$$\frac{1}{2} \cdot v_{begin}{}^2 \geq G \cdot \frac{M_{maan}}{R_{maan}}$$

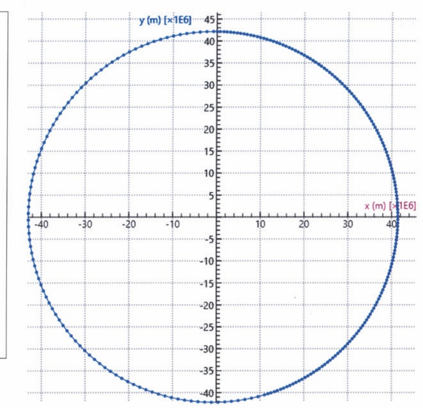
Daaruit volgt: $v_{begin} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{maan}}{R_{maan}}} =$

$$\sqrt{\frac{2 \times 6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{1{,}738 \cdot 10^6}} = 2{,}38 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Dynamisch model van de baan van een planeet of satelliet

De baan van een planeet of satelliet kun je laten berekenen en tekenen door de tweede wet van Newton en zijn gravitatiewet in een dynamisch model in te voeren. In figuur 42 zie je een rekenmodel voor een geostationaire satelliet in Coach. (Zie paragraaf 6.3 van Newton 4 vwo voor nadere uitleg van dynamisch modelleren.)

t = t + Δt	t=0
r=sqrt(sqr(x)+sqr(y))	Δt=500
Fg=G*M*m/sqr(r)	G=6,672E-11
Fgx=-Fg*x/r	M=5,972E24
Fgy=-Fg*y/r	m=800
ax=Fgx/m	vx=3,075E3
ay=Fgy/m	vy=0
vx=vx+ax*Δt	x=0
vy=vy+ay*Δt	y=4,216E7
x=x+vx*Δt	
y=y+vy*Δt	



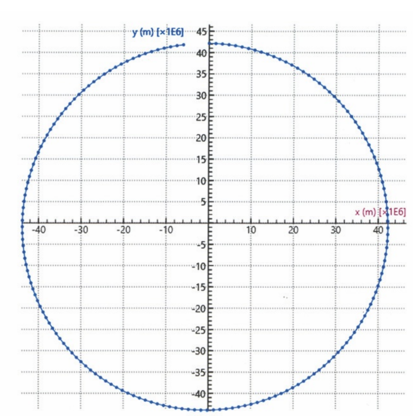
Figuur 42 Een dynamisch model (in Coach) voor de baan van een geostationaire satelliet met in de linkerkolom de rekenregels, in de rechterkolom de startwaarden en rechts het rekenresultaat

REKENVOORBEELD 3

De geostationaire satelliet van figuur 42 vliegt in een cirkelbaan om de aarde.
Vraag 1: Blijft hij ook boven zijn eigen punt op de evenaar?
Antwoord 1: Laat het model lopen tot de satelliet bijna weer rond is, stop dan de run en ga stapsgewijs verder tot hij helemaal rond is. Dan lees je af dat $t = 86\,200$ s (= 23 h en 56 minuten), wat overeenkomt met één omwenteling van de aarde.

Een geostationaire satelliet moet bij de lancering naar de juiste hoogte gebracht worden en moet de juiste baansnelheid krijgen.
Vraag 2: Wat gaat er mis als de satelliet een iets te grote baansnelheid krijgt?
Antwoord 2: In het model van figuur 43 is de startwaarde voor de baansnelheid 1% groter genomen. Als je het model door laat lopen, zie je dat de satelliet telkens dezelfde baan beschrijft. Wel varieert de hoogte iets. Maar als je stopt na precies één etmaal, zie je dat hij niet boven zijn eigen plek op de evenaar blijft hangen.

t = t + Δt	t=0
r=sqrt(sqr(x)+sqr(y))	Δt=500
Fg=G*M*m/sqr(r)	G=6,6726E-11
Fgx=-Fg*x/r	M=5,972E24
Fgy=-Fg*y/r	m=800
ax=Fgx/m	vx=3,106E3
ay=Fgy/m	vy=0
vx=vx+ax*Δt	x=0
vy=vy+ay*Δt	y=4,216E7
x=x+vx*Δt	
y=y+vy*Δt	
Als t>86000 Dan	
Stop Eindals	



Figuur 43 Een dynamisch model (in Coach) voor de baan van een geostationaire satelliet met een aanvankelijke baansnelheid die 1% te groot is.

51 De paragraafvraag is: Hoe groot is de gravitatie-energie van een voorwerp? Wat is het antwoord op deze vraag?

52 De formule voor de gravitatie-energie is gebaseerd op de afspraak dat de gravitatie-energie voor steeds grotere onderlinge afstanden naar nul gaat.
- **a** Leg uit dat die formule in overeenstemming is met deze afspraak.
- **b** Controleer dat de eenheden links en rechts in deze formule gelijk zijn.
- **c** Leg uit dat het bij figuur 40 geen zin heeft om de grafiek door te tekenen voor steeds kleinere waarden van r.

53 Een satelliet wordt vanaf het aardoppervlak ($r = R_A$) in een baan gebracht met een baanstraal $r = 2R_A$.
- **a** Leg uit dat daarbij de gravitatie-energie van de satelliet toeneemt.

Vervolgens wordt de satelliet vanuit de baan $r = 2R_A$ naar een baan gebracht met $r = 3R_A$.
- **b** Leg uit dat de gravitatie-energie dan minder toeneemt dan van $r = R_A$ naar $r = 2R_A$.

54 In figuur 40 zie je hoe de gravitatie-energie van een steen van 1,0 kg afhangt van de afstand r tot het middelpunt van de aarde.
- **a** Bereken met de formule de gravitatie-energie van een steen van 1,0 kg aan het aardoppervlak en bij $r = 40 \cdot 10^6$ m. Controleer of je antwoorden in overeenstemming zijn met figuur 40.
- **b** Bereken de arbeid die nodig om een satelliet met een massa van $2{,}4 \cdot 10^2$ kg van het aardoppervlak naar $r = 40 \cdot 10^6$ m te brengen.

55 Een satelliet met een massa m van 100 kg wordt vanaf de evenaar in een geostationaire baan gebracht op een hoogte van 35 786 km boven de evenaar.
- **a** Bereken de gravitatie-energie van de satelliet bij de evenaar en in de geostationaire baan.
- **b** Hoe groot is de arbeid die nodig is om de satelliet verticaal 'op te tillen' vanaf de evenaar naar de hoogte van de geostationaire baan?
- **c** Bereken de kinetische energie van de satelliet in deze baan.
- **d** Leg uit naar welke richting de draagraket al snel na de lancering draait: naar het oosten of naar het westen?
- **e** Bereken de kinetische energie van de satelliet voor de lancering.
- **f** Bereken de minimale arbeid die nodig is om de satelliet vanaf de evenaar in een geostationaire baan te brengen.
- **g** Leg uit waardoor de lancering veel meer brandstof kost dan berekend op grond van de uitkomst van vraag **f**.

56 Het International Space Station ISS heeft een totale massa van $4{,}17 \cdot 10^5$ kg en beweegt om de aarde op een hoogte van 408 km boven het aardoppervlak. Bij het transport van mensen en onderdelen naar het ISS veranderen zowel de gravitatie-energie als de kinetische energie van het transportmiddel met inhoud.

a Bereken de baansnelheid en de kinetische energie van het ISS.

Voor de lancering heeft de raket met het transportvoertuig ook al kinetische energie door de draaiing van de aarde om zijn as.

b Laat met een berekening zien dat de kinetische energie aan het aardoppervlak verwaarloosbaar klein is vergeleken met de kinetische energie in deze baan.

c Bereken de gravitatie-energie van het ISS in haar baan rond de aarde.

d Bereken de totale toename van de energie, vanaf het aardoppervlak tot de huidige baan.

e Leg uit dat de energie die nodig was om het ISS in haar baan te brengen vele malen groter is geweest.

57 Voor de ontsnappingssnelheid v_o vanaf het oppervlak van een hemellichaam geldt: $v_o = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$

a Controleer dat de eenheden links en rechts in deze formule gelijk zijn.

b Leg uit dat de ontsnappingssnelheid niet afhangt van de massa m van het voorwerp dat weggeschoten wordt.

c Bereken de ontsnappingssnelheid vanaf Mars.

58 Een planeet met dezelfde dichtheid maar met een 2 × zo grote straal als de aarde heeft ook een grotere massa.

a Beredeneer dat de massa van die planeet 8 × zo groot is als die van de aarde.

b Hoeveel keer zo groot of klein is de ontsnappingssnelheid vanaf het oppervlak van deze planeet?

59 De ontsnappingssnelheid vanaf het aardoppervlak is 11,2 km/s. De massa van de maan is 81× zo klein als de massa van de aarde, en de straal van de maan is 3,7× zo klein als de straal van de aarde.

a Beredeneer met behulp van verhoudingen dat de ontsnappingssnelheid vanaf de maan ongeveer 5× zo klein is als vanaf het aardoppervlak.

b Leg uit of dit betekent dat er dan ook 5 × zo weinig energie nodig is voor de ontsnappingssnelheid vanaf de maan vergeleken met die van de aarde.

60 Neutronensterren hebben een veel grotere dichtheid dan normale sterren. Een bepaalde neutronenster heeft een massa M van 1,5 × de massa van de zon en een straal van 11 km.

a Bereken de ontsnappingssnelheid vanaf het oppervlak van die neutronenster.

b Hoeveel procent van de lichtsnelheid is dat?

61 Een ruimteschip vliegt in een rechte lijn van de aarde naar de maan. Voor de lancering van het ruimteschip wordt een stuwraket gebruikt, die op een hoogte van 300 km boven het aardoppervlak wordt afgeworpen. Op dat moment moet het ruimteschip voldoende snelheid hebben om de maan te bereiken. De massa van het ruimteschip is $4{,}0 \cdot 10^3$ kg.
De snelheid van het ruimteschip op 300 km hoogte mag lager zijn dan de ontsnappingssnelheid om toch de maan te kunnen bereiken.

a Leg uit waardoor.

Naarmate het ruimteschip verder van de aarde komt, ondervindt het ook invloed van de aantrekking van de maan. Ergens onderweg passeert het schip het punt waar de gravitatiekrachten van de aarde en de maan op het ruimteschip even groot zijn.

b Leg uit dat, om de maan te bereiken, het volstaat dat het schip voldoende energie heeft om dit punt te bereiken.

In figuur 44 staan zeven plaatsen (B t/m H) waar dit punt zich mogelijk bevindt. De afstanden in deze figuur zijn op schaal. De massa van de aarde is 81 × zo groot als de massa van de maan.

c Leg uit waarom de plaatsen B t/m E zeker niet juist kunnen zijn.

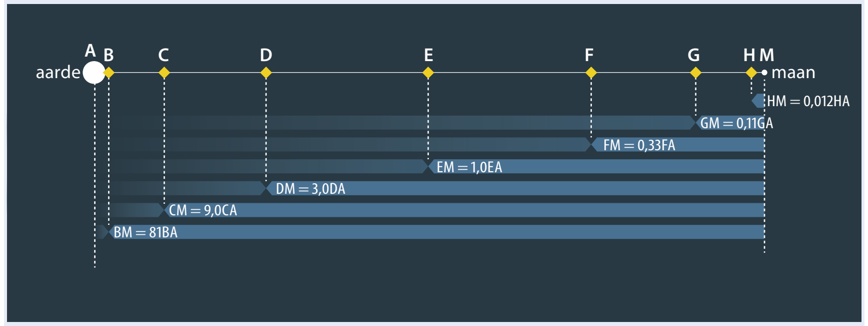
In punt F geldt dat FM (de afstand van F tot de maan) $\frac{1}{3}$ is van FA (de afstand van F tot de aarde).

d Is punt F het punt waar de gravitatiekrachten gelijk zijn? Leg uit.

e Leg uit dat de gravitatiekrachten gelijk zijn als de afstand tot de maan $\frac{1}{9}$ is van de afstand tot de aarde (punt G).

In punt G is de afstand tot (het middelpunt van) de aarde gelijk aan 90% van de afstand tussen de aarde en de maan.

f Bereken de snelheid die het ruimteschip op 300 km hoogte moet hebben om punt G te bereiken. Houd daarbij ook rekening met de gravitatie-energie ten opzichte van de maan.



Figuur 44

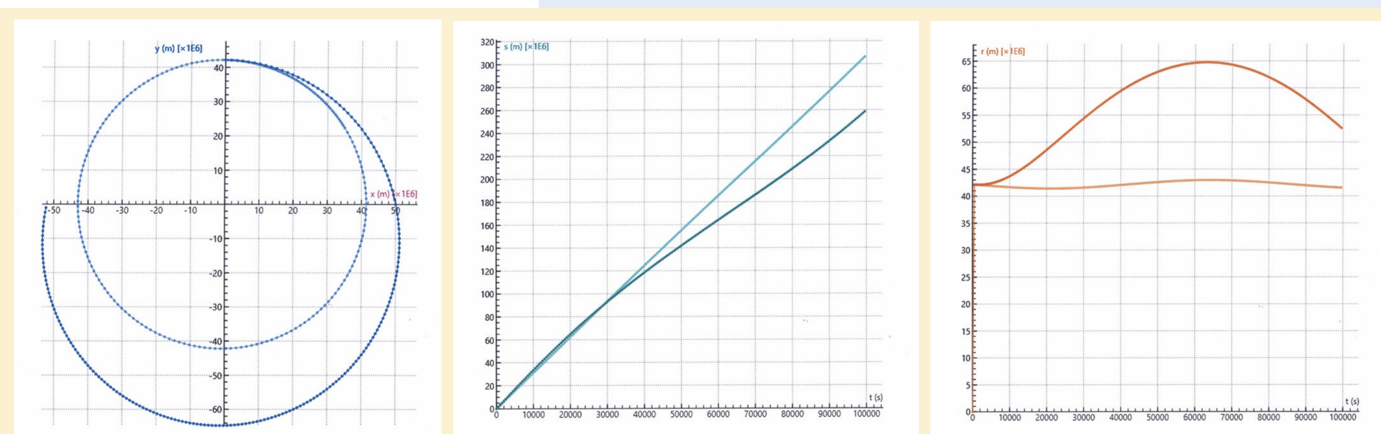
62 Het dynamisch model van figuur 42 en 43 op pagina 154 is gebaseerd op twee wetten van Newton.

- **a** Leg uit welke wet in welke regel is gebruikt.
- **b** Laat met een tekening zien dat de ontbinding van de gravitatiekracht in regel 4 en 5 correct is.

In rekenvoorbeeld 3 zie je dat de satelliet met een iets grotere startsnelheid toch langer over een omloop doet.

- **c** Waardoor komt dat?

Om dit effect nader te onderzoeken is in figuur 45 de startsnelheid 10% groter genomen. De afgelegde afstand langs de baan *s* is ook uitgerekend en met de groene grafiek weergegeven. De oranje grafiek geeft de afstand *r* tot het middelpunt van de aarde aan.



Figuur 45 Een dynamisch model (in Coach) voor de baan van een geostationaire satelliet. In het middelste diagram is *s* tegen *t* uitgezet en in het rechter diagram *r* tegen *t*. De blauwe cirkel, de bovenste blauwgroene grafiek en de onderste oranje grafiek horen bij de juiste baansnelheid. De buitenste blauwe baan, de onderste blauwgroene grafiek en de bovenste rode grafiek zijn van een run met een 10% grotere startsnelheid

- **d** Hoe zie je aan het diagram van de afgelegde afstand dat de satelliet nu in een etmaal kinetische energie heeft verloren?

Behoud van (totale) energie geldt altijd en overal.

- **e** Leg uit hoe je na kunt gaan of behoud van energie ook geldt voor de baan met te grote startwaarde voor de baansnelheid.
- **f** Leg uit hoe de onderste groene grafiek verder gaat als het model verder doorloopt.

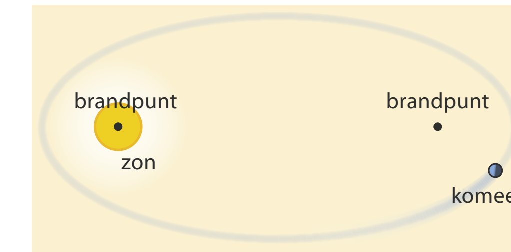
Oefenen B

Bekijk of je de belangrijkste onderwerpen van paragraaf 10.2 t/m 10.4 begrepen hebt.

10.5 Verdieping

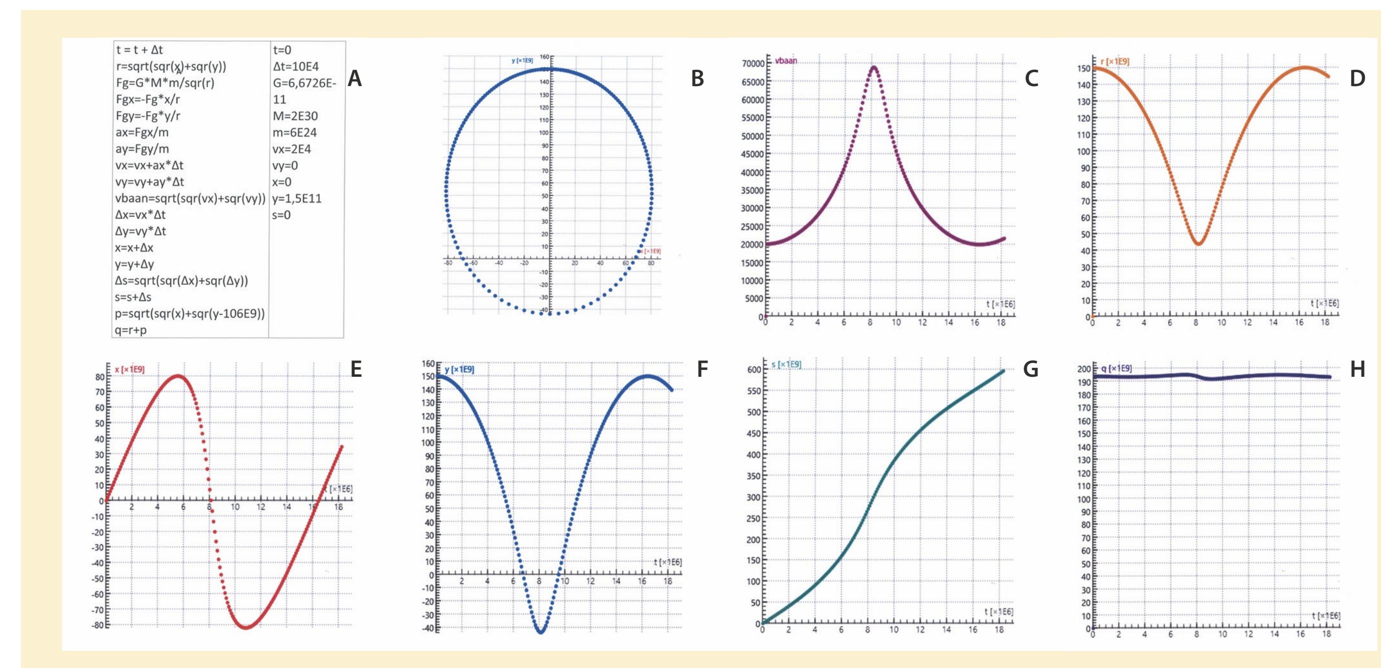
Cirkelbanen, ellipsbanen en de wetten van Keppler

De banen van de planeten in ons zonnestelsel zijn bij benadering cirkelvormig. In werkelijkheid zijn deze banen een beetje ellipsvormig, met de zon in één van de twee brandpunten. Volgens Newton geldt dat ook voor de baan van kometen, maar daarvan zijn de ellipsbanen zo sterk uitgerekt, dat ze meestal niet zichtbaar zijn: de afstand van de komeet tot de zon (en de aarde) is dan te groot. Het punt van de ellipsbaan waar de planeet of komeet het dichtst bij de zon staat heet het perihelium P. En in het aphelium A is de planeet of komeet het verst van de zon verwijderd.



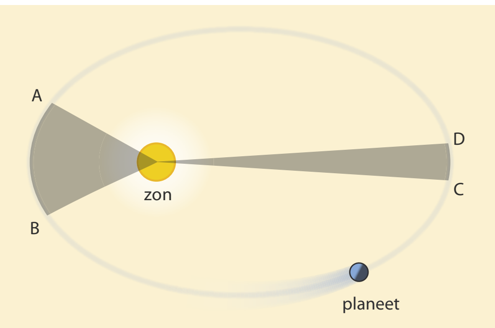
Figuur 46 Een komeet in zijn baan om de zon.

Newtons voorspelling dat kometen in ellipsbanen bewegen volgt uit zijn tweede wet en zijn gravitatiewet. Met een dynamisch model zoals dat van figuur 47 kun je een excentrische baan van de aarde simuleren en nagaan of die baan een ellips is, waarbij de zon dus in één van de brandpunten staat.



Figuur 47 Een dynamisch model (in Coach) voor de baan van een denkbeeldige planeet in een baan om de zon, als de baansnelheid plotseling van 30 km/s zou vertragen tot 20 km/s. In diagram B is y tegen x uitgezet, in C de baansnelheid tegen t, in D de afstand tot de zon tegen t, in E x tegen t, in F y tegen t, in G de afgelegde afstand langs de baan tegen t en in H de somafstand tot de brandpunten tegen t.

De ontdekking dat planeten in ellipsbanen bewegen staat op naam van Johannes Kepler (1571-1630). We noemen dat nu de *eerste wet van Kepler*. Verder trok hij uit zijn onderzoek naar de ellipsbanen van de planeten de volgende conclusie: in gelijke tijden doorloopt de lijn die de planeet met de zon verbindt, oppervlakken van gelijke grootte (zie figuur 48). Deze conclusie staat nu bekend als de *tweede wet van Kepler*. De wetten van Kepler volgen rechtstreeks uit de wetten van Newton. Je kunt dit verifiëren in het dynamisch model dat met de wetten van Newton rekent.



Figuur 48 **De tweede wet van Kepler**

63 **T** Een ellips is een wiskundige figuur die bepaald is door de plaatsen van zijn twee 'brandpunten' en de plaats van een willekeurig punt.

- **a** Welke relatie is er tussen elk willekeurig punt van een ellips en de twee brandpunten?
- **b** Leg uit in welk diagram van figuur 47 je kunt zien dat de baan die het dynamisch model heeft berekend, praktisch ellipsvormig is.

Op het tekenblad is diagram B vergroot weergegeven.

- **c** Geef in die tekening aan waar de brandpunten liggen.
- **d** Voer in de afdruk op het tekenblad voor een drietal punten van de baan de controle uit of deze baan een ellipsvorm heeft.

64 **T** In het model van figuur 47 zijn de posities weergegeven met tussentijden van $2 \cdot 10^5$ s. Op het tekenblad zijn de diagrammen van figuur 47 (vergroot) weergegeven. (En ook het rekenmodel met zijn startwaarden, voor het geval je het model zelf wilt laten draaien.)

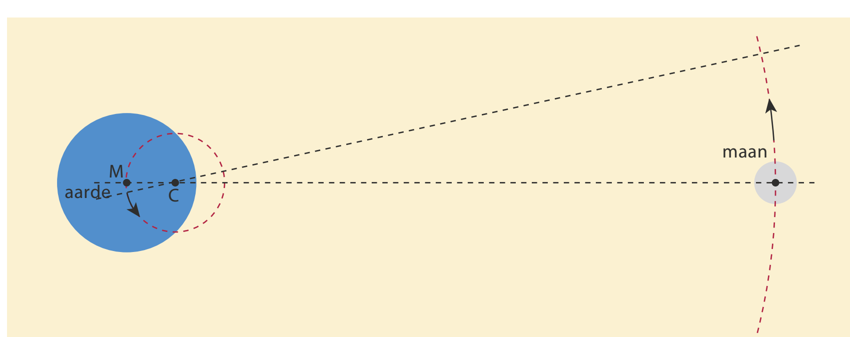
- **a** Hoe kun je aan de hand van de rekenresultaten nagaan of de wet van behoud van energie hier geldt? Welke diagrammen gebruik je dan?
- **b** Voer de controle van vraag a uit voor een drietal punten, waaronder het perihelium en het aphelium.

Diagram B is op het tekenblad (nogmaals) extra vergroot weergegeven.

- **c** Controleer met tekeningen en berekeningen in diagram B op het tekenblad of die baan voldoet aan de tweede wet van Kepler.

Eb en vloed

De maan draait elke maand een rondje om de aarde onder invloed van de gravitatiekracht van de aarde op de maan. Maar de maan oefent toch net zo'n grote gravitatiekracht uit op de aarde? Is dat dan geen middelpuntzoekende kracht op de aarde in een baan om de maan? Ja en nee. De aarde en de maan draaien samen rondjes om een gemeenschappelijk centrum C, dat veel dichter bij (het middelpunt van) de aarde ligt. Het ligt zelfs binnen de aarde, zie figuur 49.



Figuur 49 **Het systeem aarde-maan van 'bovenaf' gezien.**

De maan heeft geen invloed op de draaiing van de aarde om de aardas, wel op de positie van de aarde. Stel je daarom even voor dat de aarde niet om zijn as draait maar dezelfde stand houdt ten opzichte van de sterrenhemel. In figuur 50 stelt de getrokken cirkel met het getrokken assenkruis de aarde voor als de maan zich rechts van de aarde bevindt. M is het middelpunt van de aarde en A en B zijn punten op de aarde. Een kwart maand later is het centrum C van het aarde-maan-systeem nog steeds op dezelfde plaats (eigenlijk: even ver van de zon). De aarde is dan een kwart cirkelbaan om C verplaatst maar niet van stand veranderd. In de tekening is dat de gestreepte cirkel met het gestreepte assenkruis. De positie van A is A' geworden, M is M' geworden en B is B' geworden. Van een niet-draaiende aarde leggen dus alle punten in een maand tijd een cirkelbaan af met dezelfde straal, maar wel ieder om een eigen middelpunt.

De benodigde middelpuntzoekende kracht is dus overal even groot en gericht naar de maan. Voor de aarde als geheel is in punt M de gravitatiekracht F_g van de maan precies de middelpuntzoekende kracht F_{mpz}. Maar aan de maankant van de aarde is F_g iets groter dan F_{mpz} en aan de 'anti-maankant' iets kleiner. Daardoor word je aan de maankant van de aarde een heel klein beetje opgetild, je gewicht is daar ietsje kleiner. En aan de tegenoverliggende kant van de aarde ben je op dat moment iets lichter doordat je een beetje 'uit de maandelijkse bocht vliegt'.

De aarde draait natuurlijk wel om zijn eigen as, en ook daarvoor moet er een middelpuntzoekende kracht op alle voorwerpen op aarde werken. Die wordt geleverd door de zwaartekracht van de aarde samen met de normaalkracht van de grond. De nettokracht is niet overal op aarde gelijk, maar wel constant in de tijd: de zwaartekracht van de aarde op een op aarde liggend voorwerp verandert niet in de loop van een etmaal. Voor de gravitatiekracht van de maan op een voorwerp dat op de aarde ligt geldt dat wel.

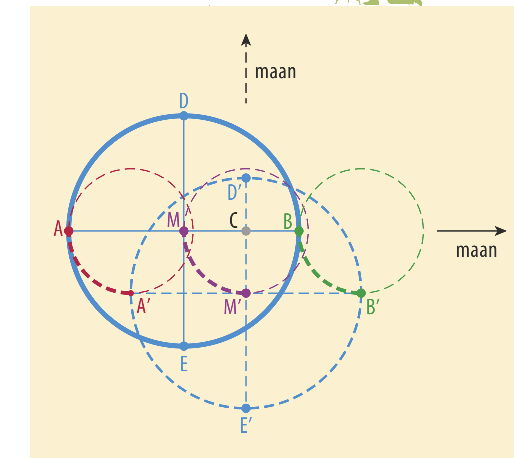
Niemand heeft ooit deze gewichtsverandering gevoeld, maar een oceaan reageert er wel op. Aan de maankant en aan de anti-maankant van de aarde 'stulpt' een oceaan een beetje 'uit' en de aarde draait daar in een etmaal 'onderdoor'. Zo'n vloedberg verplaatst zich dus schijnbaar van oost naar west. Maar dit gaat alleen op voor een wereldwijde massa water zoals in de oceanen om Antarctica. Daar komen de twee vloedbergen geen land of ondiepe zeeën tegen.

Eb en vloed in de Noordzee is dan ook het gevolg van de 'vloedgolf' die 2 × per etmaal vanuit het zuiden de hele Zuid- en Noord-Atlantische oceaan over loopt om uiteindelijk tussen Schotland en Noorwegen de Noordzee binnen te komen.

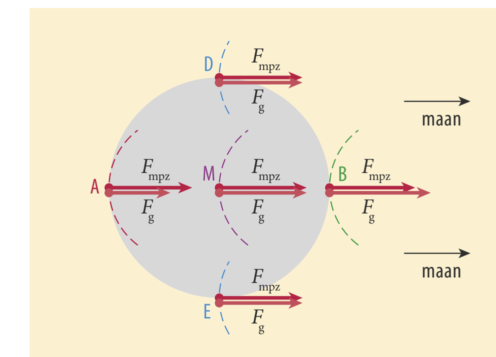
Invloed van de zon op de getijden

Niet alleen de maan, maar ook de zon heeft invloed op de getijde-beweging van de zeeën en oceanen op aarde. Door de grotere massa en de grotere afstand van de zon is de invloed van de zon op de getijde-beweging ongeveer de helft van die van de maan. Op dezelfde manier als de maan veroorzaakt de zon twee 'waterbergen' aan weerskanten van de aarde. Die zijn dus wat minder hoog dan de 'waterbergen' die de maan veroorzaakt.

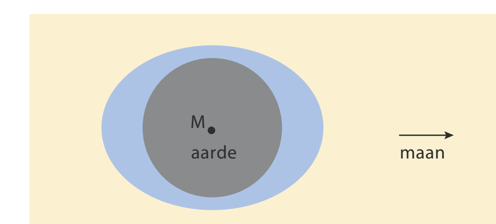
Als de invloeden van de zon en de maan elkaar versterken is het *springtij*. Het verschil tussen hoog en laag water is dan groter dan normaal. Als de beide invloeden elkaar verzwakken is er sprake van *dood tij*. Het verschil tussen hoog en laag water is dan kleiner dan normaal.



Figuur 50 **De niet draaiende aarde nu (getrokken cirkel en assenkruis) en een kwart maand later**



Figuur 51 **In M, D en E is F_g even groot als de benodigde F_{mpz}. In A is F_g iets te klein en in B iets te groot.**



Figuur 52 **Twee vloedbergen op de aarde**

massa aarde:	$5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
massa maan:	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg
straal aarde:	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ m
afstand aarde-maan:	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ m
massa zon:	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
straal zon:	$6{,}96 \cdot 10^{8}$ m
afstand aarde-zon:	$1{,}50 \cdot 10^{11}$ m

Figuur 53 Gegevens van de aarde, de maan en de zon

65 Voor het zwaartepunt Z van twee hemellichamen geldt dat de afstand tot het middelpunt van elk hemellichaam omgekeerd evenredig is met de massa van dat hemellichaam. Het gemeenschappelijke centrum C van de aarde en de maan is het punt waar de gravitatiekracht van de zon aangrijpt op het systeem aarde-maan. Het is dus het zwaartepunt Z van aarde en maan samen.
Laat met behulp van de tabel in figuur 53 zien dat de afstand tussen het gemeenschappelijk centrum C van het systeem aarde-maan en het middelpunt van de aarde $4{,}67 \cdot 10^{6}$ m is.

66 Een steen met een massa van 10,00 kg ligt op een zeer gevoelige weegschaal op een plaats op aarde waar op dat moment de maan verticaal boven staat (punt B in figuur 50 en 51).
Laat met een berekening zien dat de steen in positie B ongeveer 0,00001% lichter is dan zes uur eerder in positie E en zes uur later in positie D.
Gebruik de gegevens van de tabel van figuur 53 en het resultaat van opgave 65 dat de afstand van M tot C $4{,}67 \cdot 10^{6}$ m is.

67 De gravitatiekracht $F_{g,zon}$ van de zon is de benodigde middelpuntzoekende kracht voor de beweging van de aarde om de zon. Maar ook voor deze beweging geldt $F_{g,zon} = F_{mpz}$ voor de vaste aarde. Aan de zonkant van de aarde is $F_{g,zon} > F_{mpz}$ en aan de tegenoverliggende kant $F_{g,zon} < F_{mpz}$.
- **a** Leg uit dat het systeem zon en aarde ook een gemeenschappelijk zwaartepunt heeft waar beide omheen draaien.

Lees nogmaals de eerste zin van opgave 65.
- **b** Leg met behulp van de gegevens uit de tabel van figuur 53 uit dat dit gemeenschappelijke zwaartepunt zich bij benadering in het middelpunt van de zon bevindt, waardoor je rustig kunt zeggen dat de aarde om de zon draait.
- **c** Leg uit dat springvloed bij Australië optreedt bij nieuwe maan en bij volle maan.
- **d** Leg uit waardoor springvloed in Nederland twee etmalen na nieuwe maan optreedt.
- **e** Leg uit wanneer het 'dood tij' is, dat wil zeggen dat de vloedbergen het laagst zijn.

10.6 Afsluiting

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

68 De hoofdstukvraag is: Hoe zijn de cirkelbewegingen van de planeten in ons zonnestelsel en de regelmaat daarin te verklaren?
Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vraag.

69 Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen.
- **a** Wat is een eenparige cirkelbeweging?
- **b** Welke formule geeft het verband tussen baansnelheid, baanstraal en omlooptijd bij een eenparige cirkelbeweging?
- **c** Welke eigenschappen moet de (netto)kracht op een voorwerp hebben om het voorwerp een eenparige cirkelbeweging te laten uitvoeren?
- **d** Welke formule geeft de grootte van deze benodigde middelpuntzoekende kracht?
- **e** Welke kracht werkt als middelpuntzoekende kracht bij de cirkelbeweging van planeten rond de zon, en van manen rond een planeet?
- **f** Welke eigenschappen heeft de gravitatiekracht?
- **g** Welke formule geeft de grootte van de gravitatiekracht?
- **h** Hoe verandert de baansnelheid van een planeet of komeet in een ellipsbaan rond de zon?
- **i** Hoe hangt de valversnelling aan het oppervlak van een planeet (of een ander hemellichaam) af van de massa en de straal van de planeet? Op welke manier is de formule voor het verband tussen deze grootheden af te leiden?
- **j** Hoe hangt de baansnelheid van een planeet (of een ander hemellichaam) af van de baanstraal en de massa van het hemellichaam waar het omheen draait? Op welke manier is de formule voor het verband tussen deze grootheden af te leiden?
- **k** Welke eigenschappen heeft de geostationaire baan van satellieten?
- **l** Wat is de relatie tussen de gravitatiekracht op en de gravitatie-energie van een voorwerp?
- **m** Met welke formule kun je de gravitatie-energie van een voorwerp berekenen? Wat is daarbij het nulpunt van de gravitatie-energie?
- **n** Wat versta je onder de ontsnappingssnelheid van een voorwerp op een planeet?
- **o** Hoe hangt de ontsnappingssnelheid vanaf het oppervlak van een planeet (of een ander hemellichaam) af van de massa en de straal van de planeet? Op welke manier is de formule voor het verband tussen deze grootheden af te leiden?

Begrippenkaart
Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden
Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en de eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting
Bestudeer de samenvatting.

Zelftoets
Test je kennis over dit hoofdstuk.

Keuzeonderwerpen
1. Satellietbanen
2. Getijden
3. Exoplaneet
4. Kermis- en pretparkattracties
5. Geocentrisch en heliocentrisch wereldbeeld
6. Newton of Kepler

EINDOPGAVEN

70 De ruimtecapsule Apollo-8 werd in 1968 in een vrijwel cirkelvormige baan rond de maan gebracht op een hoogte van 112 km boven het maanoppervlak. De capsule had een omlooptijd van 120,5 minuten.
Bereken de massa van de maan.

71 De aardobservatiesatelliet Spot-4 beweegt in een cirkelbaan rond de aarde met een omlooptijd van 1 uur, 39 minuten en 44 seconden.
Bereken de hoogte van de satellietbaan boven het aardoppervlak.

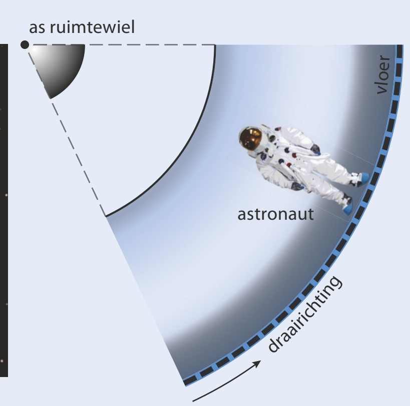
72 Het internationale ruimtestation ISS dat rond de aarde cirkelt, is gedeeltelijk afgeleid van de ideeën van de Duits-Amerikaanse raketwetenschapper Wernher von Braun. Deze ontwierp in de jaren 50 van de vorige eeuw een wielvormig ruimtestation (zie figuur 54).
Doordat het ruimtewiel in zijn baan rond de aarde ook om zijn eigen rotatie-as draait, ondervindt een astronaut op de omtrek van het wiel een soort 'kunstmatige zwaartekracht'. In figuur 55 is een astronaut getekend die op de 'vloer' van het ruimtewiel staat.

a Leg uit hoe deze kunstmatige zwaartekracht op de astronaut ontstaat. Je mag daarbij gebruik maken van figuur 55.

De straal van het ruimtewiel is 40 m. In het ontwerp is ervan uitgegaan dat de grootte van de kunstmatige zwaartekracht een derde van de zwaartekracht op het aardoppervlak moet zijn.

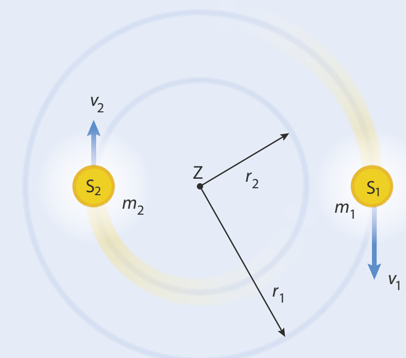
b Bereken de omlooptijd die het ruimtewiel moet hebben voor deze kunstmatige zwaartekracht.

Figuur 54 Impressie van het ruimtewiel



Figuur 55 'Bovenaanzicht' van het ruimtewiel met astronaut

73 Twee sterren S_1 en S_2 vormen een dubbelster: ze bewegen in cirkelbanen rond een gemeenschappelijk zwaartepunt Z, zoals weergegeven in figuur 56. De omlooptijd T is voor beide sterren gelijk. De onderlinge gravitatiekracht houdt elk van de sterren in zijn cirkelbaan, en werkt dus als de benodigde middelpuntzoekende kracht.



Figuur 56 'Bovenaanzicht' van de beweging van een dubbelster

Astronomen kunnen de omlooptijd en de baansnelheden van beide sterren meten. In deze opgave ga je na hoe je uit deze metingen de massa's van beide sterren kunt bepalen.

a Leg uit dat geldt: $T_1 = T_2$ en $\frac{m_1 \cdot v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{r_2}$.

Bij een dubbelster geldt het volgende verband tussen de massa en de baanstraal van de twee sterren:

$m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$

b Leid dit af met behulp van de formules van vraag **a**.

c Leg uit dat het gemeenschappelijk draaipunt zich het dichtst bij de ster met de grootste massa bevindt.

Bij een dubbelster geldt ook het volgende verband tussen de massa's, de baanstralen en de omlooptijd van de twee sterren:

$$\frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} = \frac{G \cdot (m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

d Toon dit aan.

Uit metingen aan beide sterren volgt een omlooptijd T van $2{,}5 \cdot 10^9$ s, een baansnelheid v_1 van 4,8 km/s en een baansnelheid v_2 van 3,6 km/s.

e Bereken de baanstraal van elk van beide sterren.

f Bereken de massa van elk van beide sterren. *Aanwijzing*: bereken eerst de som van de massa's en de verhouding van de massa's van de sterren.

74 **T** Op 3 februari 2009 meldde ESA (European Space Agency) de ontdekking van de exoplaneet Corot-exo-7b. Een exoplaneet is een planeet die niet rond de zon maar rond een (andere) ster draait. Een planeet in een ander zonnestelsel dus. In de tabel van figuur 57 staat een aantal gegevens van de ster en van deze exoplaneet.

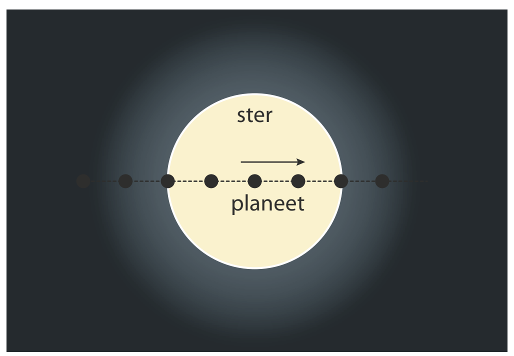
naam ster	Corot-exo-7	naam planeet	Corot-exo-7b
afstand	457 lichtjaar	massa	5 à $10 \cdot M_{aarde}$
type	K0V	straal planeet	$1{,}3 \cdot R_{aarde}$
massa	$1{,}9 \cdot 10^{30}$ kg	straal planeetbaan	$2{,}5 \cdot 10^{9}$ m
straal	$4{,}4 \cdot 10^{8}$ m	omlooptijd	0,83 dagen

Figuur 57

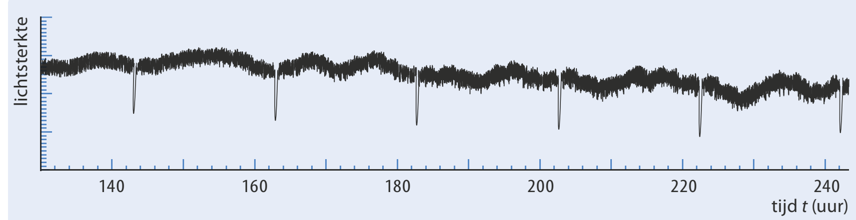
Corot-exo-7b is de kleinste exoplaneet die tot nu toe is waargenomen. Zijn straal is maar 1,8 × zo groot als die van de aarde. Over de massa van de planeet bestaat nog veel onzekerheid (zie de tabel van figuur 57). Veronderstel dat de planeet 'aardachtig' is. Dat wil zeggen dat de dichtheid van de planeet (ongeveer) gelijk is aan die van de aarde.

a Hoe groot is in dat geval de massa van de planeet, uitgedrukt in de massa van de aarde? Licht je antwoord toe.

Corot-exo-7b is ontdekt met behulp van de transitmethode. Telkens als de planeet in zijn baan voor de ster langskomt, dekt hij een klein deel van de ster af (zie figuur 58). Daardoor verandert de lichtsterkte van de ster periodiek (zie figuur 59).



Figuur 58 **De beweging van de exoplaneet voor de ster langs**



Figuur 59 **De gemeten lichtsterkte van de ster in de loop van de tijd**

Een 'jaar' duurt op deze planeet erg kort.

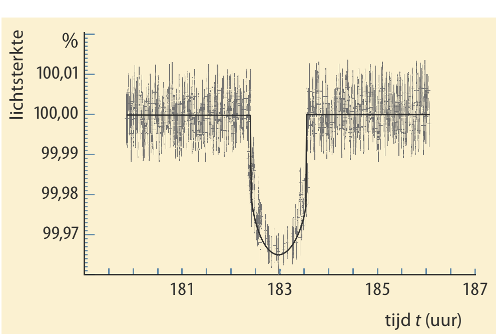
b Bepaal met behulp van de figuur op het tekenblad hoe lang een 'jaar' op deze planeet duurt. Ga na of je antwoord overeenkomt met de waarde die in de tabel van figuur 57 is vermeld.

De straal van de planeetbaan in de tabel van figuur 57 is berekend uit de berekende massa van de ster en de gemeten omlooptijd van de exoplaneet.

c Laat met een berekening zien dat deze baanstraal inderdaad $2{,}5 \cdot 10^{9}$ m is.

d Laat met een berekening zien dat de baansnelheid van de exoplaneet dan $2{,}2 \cdot 10^{5}$ m/s is.

In figuur 60 is een deel van figuur 59 uitvergroot. De getrokken lijn is de trendlijn door de meetpunten. De straal van de ster in de tabel van figuur 57 is berekend uit de in figuur 60 weergegeven meting.



Figuur 60

e Laat met behulp van de figuur op het tekenblad zien dat de straal van de ster inderdaad $4{,}4 \cdot 10^{8}$ m is. Neem daarbij aan dat de diameter van de planeet te verwaarlozen is ten opzichte van de diameter van de ster.

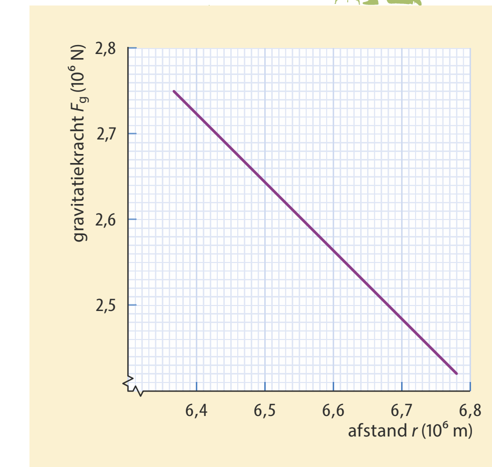
De straal van de exoplaneet in de tabel van figuur 57 is berekend uit de straal van de ster en de in figuur 60 weergegeven meting.

f Laat met behulp van de figuur op het tekenblad zien dat de straal van de exoplaneet inderdaad $1{,}3 \cdot R_{aarde}$ is.

De gegevens over de exoplaneet Corot-exo-7b zijn vastgesteld met behulp van de transitmethode.

g Leg uit waardoor deze transitmethode bij veel exoplaneten (bij andere sterren) niet kan worden gebruikt.

75 Het International Space Station (ISS) draait in een baan rond de aarde op een hoogte h van 408 km boven het aardoppervlak. Dit ruimtestation heeft een massa m van $2{,}80 \cdot 10^{5}$ kg. In het diagram van figuur 61 zie je de gravitatiekracht F_g van de aarde op het ruimtestation als functie van de afstand r tot het middelpunt van de aarde.



Figuur 61

a Leg uit waardoor het verband tussen de gravitatiekracht en de afstand tot het middelpunt van de aarde in figuur 61 lineair lijkt te zijn.

b Bepaal met behulp van de figuur de arbeid van de gravitatiekracht op het ISS bij een val vanuit zijn baan naar het aardoppervlak.

c Bereken met je antwoord op vraag **b** de gravitatie-energie van het ISS in zijn baan rond de aarde.

d Controleer je antwoord bij vraag **c** met een berekening van deze gravitatie-energie.

76 Zo'n tweehonderd jaar geleden (in 1798) lukte het Henry Cavendish als eerste om de gravitatiekracht te meten tussen twee loden bollen met bekende massa's op een bekende onderlinge afstand. Uit die metingen kon hij de gravitatieconstante berekenen, en daarmee de massa van de aarde bepalen: de aarde was voor het eerst gewogen.

Cavendish gebruikte twee loden bollen met massa's van 0,730 en 158 kg op een onderlinge afstand van 230 mm tussen de middelpunten. Met zijn zeer gevoelige balans kon hij de zeer kleine kracht meten die de twee bollen op elkaar uitoefenen. Die kracht bleek $1{,}47 \cdot 10^{-7}$ N te zijn.

a Laat met een berekening zien dat de waarde van de gravitatieconstante G volgens de metingen van Cavendish $6{,}74 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg² is.

b Hoeveel procent wijkt deze waarde af van de op dit moment bekende waarde van de gravitatieconstante?

In de tijd van Cavendish waren de waarden van de valversnelling g bij het aardoppervlak en de straal R van de aarde bekend: $g = 9{,}81$ m/s² en $R = 6{,}37 \cdot 10^{3}$ km. Met behulp van deze gegevens kon Cavendish de massa en de dichtheid van de aarde bepalen.

c Hoe groot was volgens Cavendish de massa van de aarde?

d Hoe groot was volgens Cavendish de dichtheid van de aarde?

e Hoeveel procent wijken deze waarden af van de op dit moment bekende waarden van de massa en dichtheid van de aarde?

11

Vaardigheden

Wiskunde in de natuurkunde

11.1 Rekenvaardigheden

Bij het vak natuurkunde wordt veel gerekend. Dat komt doordat verbanden tussen grootheden vaak beschreven worden met formules. Die formules kun je gebruiken om de waarde van een grootheid te berekenen. Maar er zijn ook andere rekenmethoden. Dan gebruik je verschillende wiskundige functies en wiskundige figuren.

PARAGRAAFVRAAG

Welke rekenvaardigheden gebruik je bij natuurkunde en hoe werk je daarmee?

BASISREKENVAARDIGHEDEN

Rekenen met verhoudingen, breuken, machten en absolute waarden

Bij het rekenen met verhoudingen en procenten kun je een ***verhoudingstabel*** gebruiken. Dat is behandeld in paragraaf 6.1 (deel 4 vwo).

Bij het rekenen met breuken gaat het om optellen, vermenigvuldigen en delen. Voor ***rekenen met breuken*** gelden de volgende regels:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$	optellen/aftrekken: breuken gelijknamig maken
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	vermenigvuldigen: zowel tellers als noemers vermenigvuldigen
$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$	delen: vermenigvuldigen met het omgekeerde

Bij het rekenen met ***wortels en machten*** moet je de uitkomst van een wortel of een macht kunnen uitrekenen. Bijvoorbeeld:

$$\sqrt[3]{\frac{2{,}8 \cdot 10^{-3}}{8{,}3 \cdot 10^{7}}} = \ldots \quad \text{of} \quad \frac{(8{,}8 \cdot 10^{7})^{2}}{(1{,}38 \cdot 10^{13})^{3}} = \ldots$$

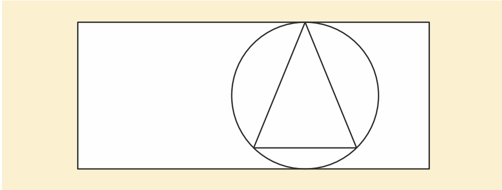
Dit komt erop neer dat je je rekenmachine kunt bedienen. Daarbij kun je wortels ook als machten schrijven, bijvoorbeeld: $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$. Het oplossen van vergelijkingen met machten en wortels komt aan bod in het tweede deel van deze paragraaf.

De ***absolute waarde*** van een grootheid is de positieve waarde van die grootheid. Dus de absolute waarde van bijvoorbeeld −3, geschreven als $|-3|$, is 3.

Cirkel, driehoek en rechthoek

Van tweedimensionale figuren zoals een cirkel, een driehoek en een rechthoek (zie figuur 1) moet je de ***omtrek*** en de ***oppervlakte*** kunnen berekenen. Daarvoor gelden de formules van figuur 2 (zie ook Binas).

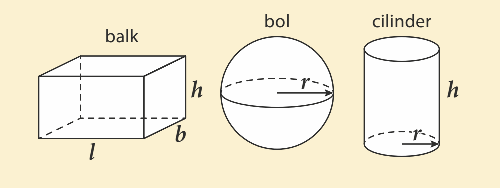
De oppervlakte van een driehoek en een rechthoek gebruik je bijvoorbeeld als je de oppervlakte onder een grafiek bepaalt. Je benadert die oppervlakte dan door deze te verdelen in een aantal driehoeken en/of rechthoeken.



Figuur 1 Driehoek in een cirkel in een rechthoek

	omtrek	oppervlakte
cirkel	$2\pi \cdot r$	$\pi \cdot r^2$
driehoek	som van de zijden	$\frac{1}{2} \times$ basis $\times$ hoogte
rechthoek	$2l + 2b$	$l \cdot b$

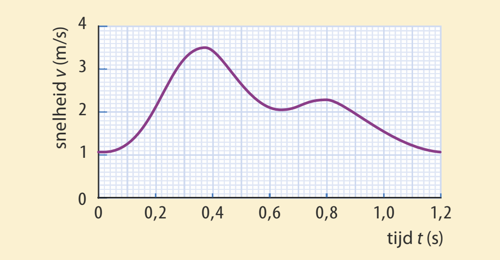
Figuur 2



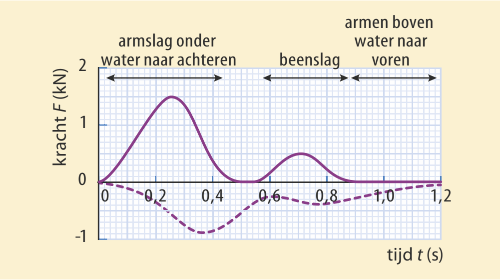
Figuur 3

	volume	oppervlakte
bol	$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$	$4\pi \cdot r^2$
balk	$l \cdot b \cdot h$	
cilinder	$\pi \cdot r^2 \cdot h$	

Figuur 4



Figuur 5



Figuur 6

Figuur 7

Bol, balk en cilinder

Van driedimensionale figuren zoals een bol, een balk en een cilinder moet je het ***volume*** kunnen berekenen (zie figuur 3 en 4). Van een bol moet je ook de oppervlakte kunnen berekenen (zie ook Binas).

De uitkomst van een berekening schatten

Een schatting maken van de uitkomst van een berekening is meer dan gokken. Het gaat erom dat je op basis van de gegevens een uitspraak doet over de grootte van de uitkomst. Daarbij hoef je geen nauwkeurige berekening te maken, je mag er best iets naast zitten. Bij een schatting hoort altijd een toelichting waarin je uitleg geeft over je aanpak. Een schatting kan op verschillende manieren gevraagd worden.

VOORBEELD 1

Bij de vlinderslag gebruikt een zwemmer de voortstuwende werking van de armen én de benen. In figuur 5 is het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van de zwemmer tijdens één zwemslag weergegeven. In figuur 6 zie je het verloop van de voortstuwingskracht (positief) en de weerstandskracht (negatief) tijdens die zwemslag.

Vraag: Hoeveel arbeid verricht de zwemmer in de eerste 0,5 s? Maak een keuze uit:
A 0,09 kJ B 0,3 kJ C 0,9 kJ D 3,0 kJ
Licht je antwoord toe op basis van schattingen.

Antwoord: Voor de arbeid geldt: $W = F \cdot s$. Je moet dus de (gemiddelde) kracht schatten. In figuur 6 kun je aflezen dat de voortstuwende kracht tussen $t = 0$ en $t = 0{,}5$ s gemiddeld $0{,}7 \cdot 10^3$ N is. De afgelegde weg kun je schatten met behulp van de gemiddelde snelheid, ongeveer 2,5 m/s. De afstand wordt dan $2{,}5 \times 0{,}5 = 1{,}25$ m en de arbeid $W = F \cdot s = 700 \times 1{,}25 = 875$ J. Dus antwoord C is juist.

VOORBEELD 2

In figuur 7 zie je een rijdende auto. De onscherpte is ontstaan doordat de sluiter van de camera bij het nemen van de foto enige tijd openstond, in dit geval $\frac{1}{30}$ s.

Vraag: Schat de snelheid waarmee de auto reed. Licht je antwoord toe.

Antwoord: Kies eerst een bekende afmeting, bijvoorbeeld de auto is ongeveer 1,6 m hoog. De verplaatsing van de auto in $\frac{1}{30}$ s is gelijk aan de onscherpte op de foto (de 'vegen' die worden veroorzaakt door de beweging). De lengte van de onscherpte is ongeveer driekwart van de hoogte, dus 1,20 m. De auto legt dan 1,20 m af in $\frac{1}{30}$ s, dat komt overeen met ongeveer 36 m/s.

1 Bereken exact:

a $\frac{18}{120} + \frac{7}{30} + \frac{5}{10} = \ldots\ldots$

b $\frac{4}{9} \times \frac{2}{7} \times \frac{3}{8} = \ldots\ldots$

c $\frac{4}{11} \div \frac{2}{15} = \ldots\ldots$

2 Bereken de waarde van de onbekende grootheid. Noteer het antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

a $2\pi\sqrt{\frac{l}{9{,}81}} = 0{,}452$

b $\frac{1}{2} \times 10{,}5 \times u^2 = 4{,}7$

c $\frac{(3{,}156 \cdot 10^7)^2}{r^3} = \frac{4\pi}{6{,}67384 \cdot 10^{-6} \times 1{,}9884 \cdot 10^{30}}$

3 De remweg van een auto is omgekeerd evenredig met de remkracht en evenredig met het kwadraat van de beginsnelheid. Bij een bepaalde auto is bij een snelheid van 50 km/h de remweg 13,8 m bij een remkracht van 8,4 kN.

a Bereken de remweg bij een snelheid van 90 km/h, bij een remkracht van 8,4 kN. Bereken daartoe eerst met welke factor de snelheid toeneemt.

b Bereken hoe groot de remweg is bij 50 km/h, met een remkracht van 6,5 kN. Bereken daarvoor eerst met welke factor de remkracht verandert.

4 Berekeningen met diameter, omtrek, oppervlakte en volume.

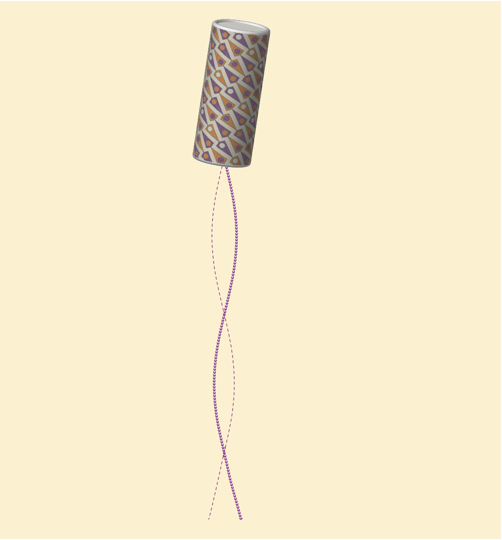
a Een cirkel heeft een omtrek van 2,07 m. Bereken de oppervlakte van de cirkel.

b Bij een rechthoekige driehoek zijn de twee langste zijden 4,5 m en 5,8 m. Bereken de omtrek en de oppervlakte.

c Een voetbal heeft een diameter van 28 cm. Bereken het volume en de oppervlakte van de bal.

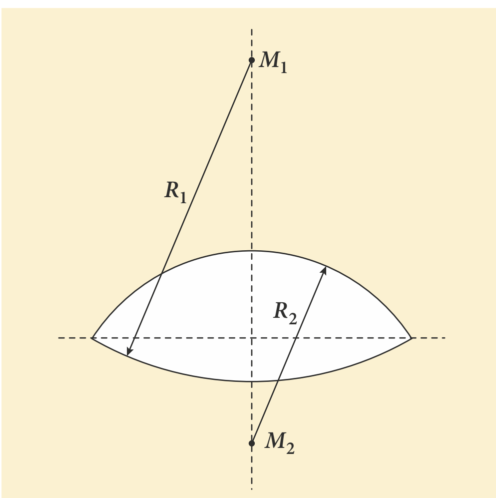
d Een cilindervormige regenton heeft een hoogte van 120 cm. Er past 340 L water in de ton. Bereken de diameter van de bodem van de regenton.

5 Een springdrum is een muziekinstrument dat bestaat uit drie delen: een holle koker, een vel en een lange spiraalveer. Door de koker met de hand te schudden geeft de springdrum geluid met een grondtoon van 300 Hz.
Sandra wil graag meer weten over de werking van de springdrum. Zij ziet dat tijdens het schudden van de springdrum een transversale staande golf ontstaat in de spiraalveer (zie figuur 8). In de tekening zijn de uiterste standen van de veer schematisch weergegeven. Sandra heeft eerder gemeten dat de snelheid van de transversale golf in de veer 2 $m \cdot s^{-1}$ bedraagt. Ze stelt de hypothese op dat de trilfrequentie van de veer gelijk is aan de grondfrequentie van het geluid dat de springdrum voortbrengt. Neem aan dat de koker ongeveer de grootte van een wc-rolletje heeft.
Maak met behulp van figuur 8 een schatting van de golflengte in de veer en toon daarmee aan dat de hypothese van Sandra onjuist is.



Figuur 8

6 Joep traint voor de 50 m vlinderslag. Na de afzet zwemt hij eerst een stuk onder water. Daarna maakt hij een aantal gelijke slagen met een slagfrequentie van 0,833 Hz en een slaglengte van 2,50 m.
Joep wil een snellere tijd halen door te trainen op een hogere slagfrequentie van 0,880 Hz en een slaglengte van 2,40 m.
Joep doet hierover twee beweringen:
1 Mijn slagfrequentie neemt relatief meer toe dan dat mijn slaglengte afneemt.
2 Op deze manier zwem ik zeker een snellere tijd.
a Leg voor elke bewering uit, met behulp van een berekening, of deze waar of niet waar is.
b Bereken met hoeveel procent zijn snelheid zal toenemen of afnemen.

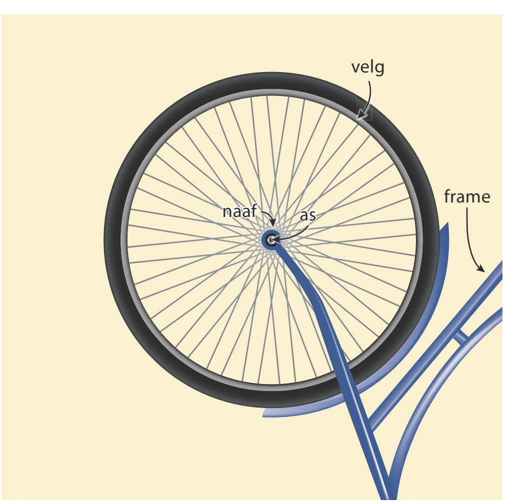


Figuur 9 **Kromtestralen bolle lens**

7 De sterkte van lenzen, zoals van een bril, wordt gemeten in dioptrie. Voor de sterkte van een bolle lens geldt (zie figuur 9):

$$S = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Hierin is S de sterkte van de lens (in dioptrie), n de brekingsindex van het gebruikte materiaal en R_1 en R_2 de stralen van de boloppervlakken (in m). M_1 en M_2 zijn de middelpunten van de boloppervlakken.
Voor een bepaalde lens zijn beide stralen even groot. Die lens heeft voor rood licht een sterkte van 40 dioptrie (dpt). De brekingsindex van het glas is 1,51.
a Bereken de straal van de boloppervlakken van die lens.
Bij een andere lens zijn de stralen R_1 en R_2 niet gelijk. Stel dat R_1 een factor 2 kleiner is en R_2 tegelijkertijd een factor 2 groter.
b Beredeneer aan de hand van de formule of de sterkte van deze lens *groter, kleiner of even groot* is vergeleken met de lens van 40 dpt.



Figuur 10

8 In figuur 10 zie je het voorwiel van een fiets met spaken. De as van het wiel zit vast aan het frame. Rondom deze as draait de naaf. De spaken zitten vast tussen de naaf en de velg.
Met de spaken kan een fietsenmaker het fietswiel goed afstellen, zodat de fiets niet hobbelt. Daarvoor moet hij alle spaken met een speciale sleutel even strak aanspannen. Door met een pennetje tegen de spaken te tikken en naar de toon te luisteren weet hij of de spankracht in de spaken goed is.
Als de fietsenmaker tegen een bepaalde spaak tikt, hoort hij een toon van 200 Hz. Uit ervaring weet hij dat een spaak juist gespannen is bij een toon van 300 Hz. Voor de voortplantingssnelheid van de geluidsgolven in een spaak geldt:

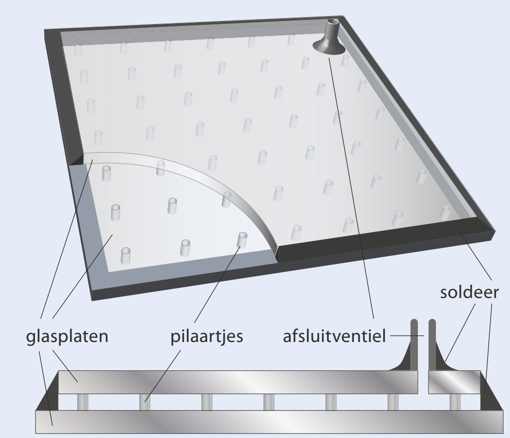
$$v = \sqrt{\frac{F_s}{m_\ell}}$$

Hierin is v de voortplantingssnelheid van de golven in de spaak (in $m{\cdot}s^{-1}$), F_s de spankracht in de spaak (in N) en m_ℓ de massa per lengte-eenheid van de spaak.
a Bepaal aan de hand van de formule de eenheid van m_ℓ.
b Bereken met welke factor de spankracht in de spaak veranderen om de gewenste spanning te krijgen. Leg ook uit of de spankracht moet toenemen of afnemen.

9 In plaats van ruiten van gewoon dubbelglas worden in woningen ook ruiten van zogenoemd vacuümglas toegepast. Bij vacuümglas is de ruimte tussen de twee glasplaten luchtledig gezogen. Minuscule pilaartjes voorkomen dat de glasplaten tegen elkaar aangedrukt worden. De warmtegeleiding via de pilaartjes is verwaarloosbaar (zie figuur 11).
Voor P, de hoeveelheid warmte die per seconde door een ruit gaat, geldt:

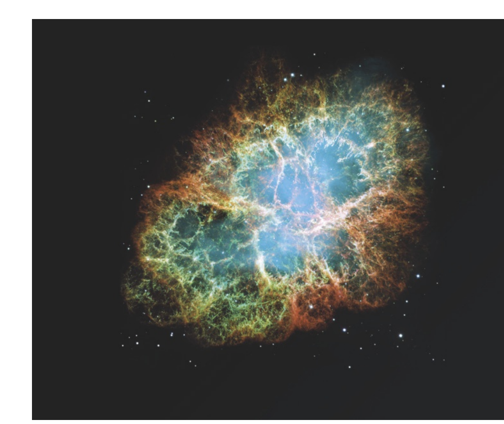
$$P = \mu \cdot A \cdot \Delta T$$

Hierin is μ de warmtedoorgangscoëfficiënt van de ruit (in $W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-1}$), A de oppervlakte van de ruit (in m^2) en ΔT het temperatuurverschil tussen de binnenkant en de buitenkant van de ruit (in K).
De waarde van μ voor een ruit van vacuümglas is 1,4 $W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-1}$ en voor een ruit van dubbelglas 3,5 $W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-1}$. Vacuümglas is duurder dan gewoon dubbelglas, maar het isoleert beter. Een huiseigenaar heeft laten berekenen dat voor zijn woning het jaarlijks gasverbruik door het energieverlies door de ruiten met dubbelglas $1{,}2{\cdot}10^3$ m^3 bedraagt.
Bereken hoeveel m^3 gas deze huiseigenaar jaarlijks bespaart, als hij zijn ruiten met dubbelglas vervangt door ruiten met vacuümglas. Neem aan dat alle overige grootheden constant zijn.



Figuur 11

10 In figuur 12 zie je de Krabnevel, het restant van een supernova die in het jaar 1054 explodeerde. De straal van de (bij benadering bolvormige) Krabnevel zoals wij die nu waarnemen, is ongeveer 5,5 lichtjaar. Een lichtjaar is een veelgebruikte afstandsmaat in de astronomie. Een lichtjaar is de afstand die het licht (met een snelheid van 300 000 km/s) in één jaar aflegt.
Het beeld van de Krabnevel is vastgelegd met een beeldchip. Op die chip is het beeld bij benadering cirkelvormig en heeft een diameter van $1{,}57{\cdot}10^{-3}$ m. Ondanks de kleine afmetingen van dit beeld kan er een foto van worden afgedrukt waarop veel details te zien zijn. Dat komt doordat de pixels (= lichtgevoelige sensoren) op de beeldchip zeer klein zijn: één pixel heeft een oppervlakte van $5{,}48{\cdot}10^{-11}$ m^2.
a Bereken bij benadering het aantal pixels dat informatie over de Krabnevel bevat.
b Bereken hoeveel keer zo groot de diameter van de Krabnevel in werkelijkheid is.



Figuur 12

VERGELIJKINGEN, GONIOMETRIE EN VECTOREN

Oplossen van lineaire en tweedegraads vergelijkingen

Oplossen van lineaire vergelijkingen, zoals $4{,}8\cdot10^{-2}\times B + 250 = 4{,}32\cdot10^{3}$, is niet moeilijker dan het rekenen met formules. Bij tweedegraads vergelijkingen ($ax^2 + bx + c = 0$) echter moet je soms de ***abc-formule*** toepassen (zie figuur 13).

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Figuur 13 **De abc-formule**

Iets lastiger is het oplossen van een ***stelsel van vergelijkingen***, bijvoorbeeld twee vergelijkingen waarin twee onbekenden staan. Een veelgebruikte oplosmethode is *substitutie*. Daarbij schrijf je één van de vergelijkingen zodanig dat de ene grootheid 'vrijgemaakt' wordt. Vervolgens substitueer je deze uitdrukking in de andere vergelijking.

VOORBEELD

$10x + 7y = 13$ en $5y - 8x = 21$
Schrijf de eerste vergelijking als: $x = 1{,}3 - 0{,}7y$
Substitueer dit in de tweede vergelijking voor x:
$5y - 8 \times (1{,}3 - 0{,}7y) = 21$
Los daarna deze vergelijking op:
$5y - 10{,}4 + 5{,}6y = 21$
$10{,}6y = 21 + 10{,}4$
$y = 2{,}96$
De waarde van de andere grootheid volgt dan uit invullen van deze waarde in één van de twee vergelijkingen:
$x = 1{,}3 - 0{,}7y = 1{,}3 - 0{,}7 \times 2{,}96 = -0{,}77$

Toepassen van log x, a^x, x^a

In sommige formules of bij sommige vergelijkingen wordt gebruikgemaakt van machtsfuncties of van exponentiële functies. En bij het oplossen van exponentiële vergelijkingen kun je gebruikmaken van ***logaritmen***.

Enkele voorbeelden:

- Los op: $\frac{15{,}3}{r^3} = 1{,}8$
  Eerst vereenvoudigen tot $r^3 = 8{,}5 \rightarrow r = 8{,}5^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 2{,}0$
- Los op: $15{,}3 \times 0{,}5^n = 1{,}8$
  Eerst vereenvoudigen tot $0{,}5^n = 0{,}118 \rightarrow n = \frac{\log 0{,}118}{\log 0{,}5} = 3{,}1$

De logaritme wordt gebruikt voor het oplossen van vergelijkingen met een grootheid in de exponent (zie figuur 14a).

$a^x = b$ geeft $x = \frac{\log b}{\log a}$

Figuur 14a

In de wiskunde heeft de ***e-macht*** een bijzondere positie (omdat de afgeleide van deze functie weer precies dezelfde functie is). Het getal e heeft een vaste waarde: $e = 2{,}718281828$ ... Bij de e-macht hoort een bijzondere logaritme, de natuurlijke logaritme: ${}^{e}\log(x) = \ln(x)$
De e-macht en de natuurlijke logaritme zijn elkaars inverse, $e^{\ln(x)} = x$. Bij het oplossen van vergelijkingen met e-machten wordt de natuurlijke logaritme (ln) gebruikt en bij het oplossen van vergelijkingen met ln(x) de e-macht (zie figuur 14b).

Bij de e-macht hoort ln(x):
$e^x = b$ geeft $x = \ln(b)$
$\ln(x) = b$ geeft $x = e^b$

Figuur 14b

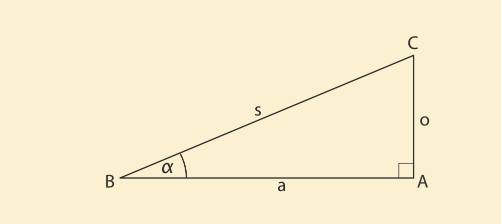
Enkele voorbeelden:

- Los op: $e^{-0{,}15\cdot t} = 1{,}12\cdot10^{-3}$
  Logaritme toepassen: $-0{,}15\cdot t = \ln(1{,}12\cdot10^{-3}) \rightarrow t = 45{,}3$
- Los op: $\ln\left(\frac{2\pi}{r^2}\right) = -1{,}8$
  De inverse van $\ln(x)$ is e^x, dus: $\frac{2\pi}{r^2} = e^{-1{,}8} = 0{,}165$
  Oplossen geeft: $r^2 = \frac{2\pi}{0{,}165} \rightarrow r = 6{,}2$

Berekeningen in een rechthoekige driehoek met sinus, cosinus, tangens en de stelling van Pythagoras

Bij rechthoekige driehoeken kun je één of meer zijden en/of één of meer hoeken berekenen met de regels voor sinus, cosinus en tangens en met de ***stelling van Pythagoras***:

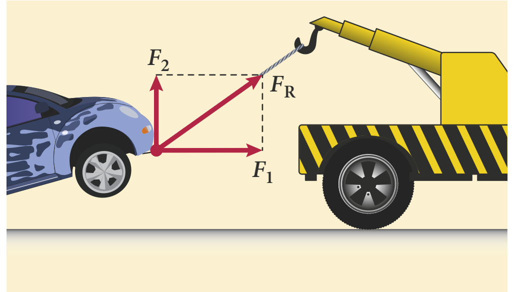
$$\sin(\alpha) = \frac{o}{s} = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}}$$
$$\cos(\alpha) = \frac{a}{s} = \frac{\text{aanliggende rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}}$$
$$\tan(\alpha) = \frac{o}{a} = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}}$$
$$s^2 = a^2 + o^2 \text{ of schuine zijde}^2 = \text{overstaande zijde}^2 + \text{aanliggende zijde}^2$$



Figuur 15

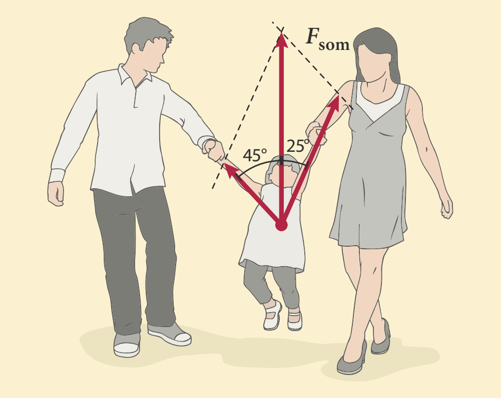
Vectoren grafisch optellen en ontbinden

Deze regels gebruik je ook bij het ontbinden van vectoren in twee loodrechte richtingen, zoals in hoofdstuk 4 (deel 4 vwo). In figuur 16 zie je daarvan een voorbeeld.



Figuur 16

Soms is het handig om een vector te ontbinden in twee richtingen die niet loodrecht op elkaar staan. Zo is in figuur 17 de massa van het kind gegeven en is gevraagd hoe groot de spierkrachten van de ouders zijn.



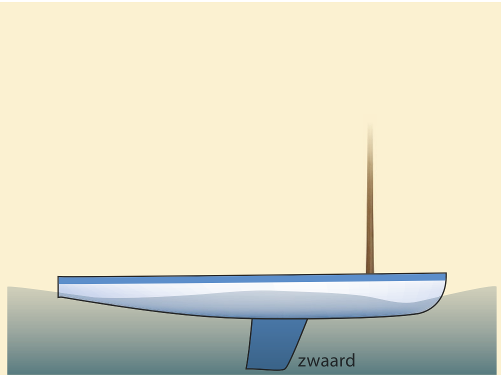
Figuur 17

Het ontbinden van een vector in twee componenten is in feite het omgekeerde van het samenstellen van twee vectoren. Daarbij bepaal je met behulp van een ***parallellogramconstructie*** de grootte en richting van de totale kracht (of van het totale magneetveld, of van de snelheid). Dit is behandeld in hoofdstuk 4 (deel 4 vwo). In dat hoofdstuk worden krachtvectoren grafisch opgeteld. Om aan te geven dat een grootheid een vector is, wordt een pijltje boven de grootheid gezet, bijvoorbeeld voor kracht: $\vec{F}$.

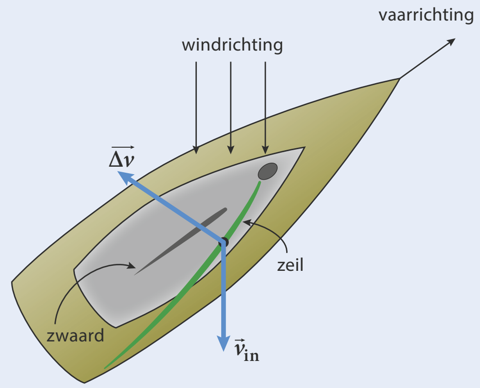
11 Voor een mixdrankje worden twee vloeistoffen gemengd. De ene vloeistof heeft een alcoholpercentage van 50%, de andere 12%.
Hoeveel is van elke vloeistof nodig om 1,0 L met een alcoholpercentage van 30% te maken? Stel daarvoor eerst twee vergelijkingen op en geef het antwoord in drie significante cijfers.

12 Van een rechthoek is de oppervlakte 200 cm^2 en de omtrek 90 cm.
Bereken de afmetingen van de rechthoek. Stel daartoe eerst twee vergelijkingen op.

13 **T** Een zeilboot kan schuin tegen de wind in varen. Het zwaard zorgt ervoor dat de boot maar weinig in zijwaartse richting afdrijft (zie figuur 18). In figuur 19 zie je het bovenaanzicht van een zeilboot.



Figuur 18

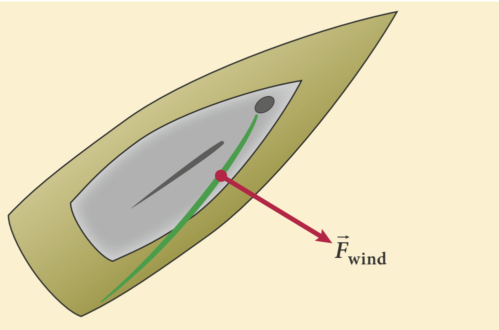


Figuur 19

Door het zeil ondergaat de wind een snelheidsverandering. De wind bereikt het zeil met een snelheid $\overrightarrow{v_{in}}$ en verlaat het met snelheid $\overrightarrow{v_{uit}}$. Er geldt: $\overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{v_{uit}} - \overrightarrow{v_{in}}$. In figuur 19 zijn $\overrightarrow{v_{in}}$ en de snelheidsverandering $\overrightarrow{\Delta v}$ getekend.

- **a** Herschrijf de vergelijking voor de snelheidsverandering zodanig dat $\overrightarrow{v_{uit}}$ expliciet wordt geschreven: $\overrightarrow{v_{uit}} = \ldots\ldots$
- **b** Construeer in de figuur op het tekenblad de vector $\overrightarrow{v_{uit}}$.

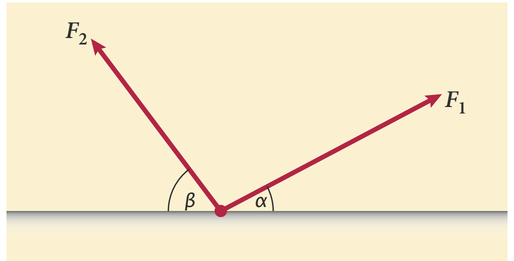
De kracht $\overrightarrow{F_{wind}}$ van de wind op het zeil en de boot (zie figuur 20), is tegengesteld gericht aan $\overrightarrow{\Delta v}$. De grootte van $\overrightarrow{F_{wind}}$ is 450 N. Deze kracht kun je ontbinden in twee componenten: één component in de vaarrichting en één component loodrecht daarop. Het zwaard moet voorkomen dat de boot zijwaarts beweegt.



Figuur 20

- **c** Bepaal met behulp van de figuur op het tekenblad de grootte van de krachtcomponent in de vaarrichting.
- **d** Bepaal de grootte van de kracht van het water loodrecht op het zwaard van de boot.

14 **T** In figuur 21 zie je twee krachten die beide aangrijpen in een punt op de grond. Voor de krachten geldt als schaal: 1 cm ≙ 25 N.



Figuur 21

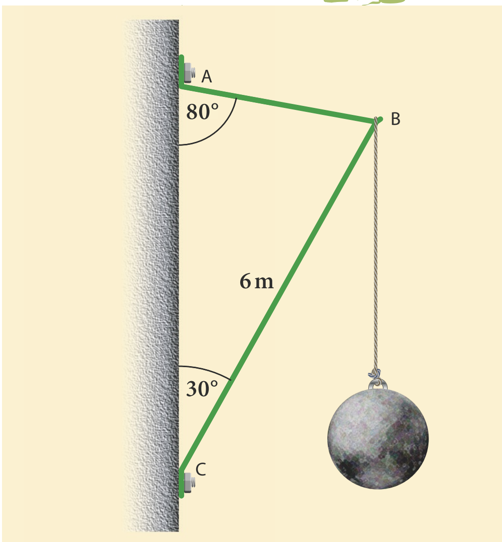
- **a** Bepaal aan de hand van de figuur op het tekenblad de grootte van de krachten F_1 en F_2 en meet de hoeken α en β.
- **b** Construeer in de figuur op het tekenblad de somkracht van F_1 en F_2.
- **c** Bepaal de grootte en richting (de hoek met de horizontaal) van de somkracht.
- **d** Bereken voor elke kracht de horizontale en de verticale component.
- **e** Bereken daarmee de horizontale en de verticale component van de somkracht.
- **f** Controleer met een berekening of het antwoord bij vraag **c** overeenkomt met het antwoord bij vraag **e**.

15 **T** Een gewicht hangt in punt B aan een constructie van twee metalen stangen, AB en BC, die aan een muur bevestigd zijn (zie figuur 22). In de twee metalen stangen treden duw- en trekkrachten op (krachten die in de richting van de stang werken), waardoor op het punt B in totaal drie krachten werken.

- **a** Welke van de twee stangen oefent een duwkracht uit op punt B?
- **b** Construeer in de figuur op het tekenblad bij beide metalen stangen de richting waarin een kracht op punt B wordt uitgeoefend.

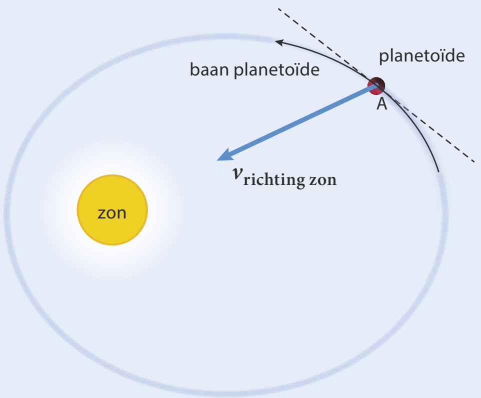
De twee stangen dragen samen het gewicht van 280 N.

- **c** Construeer de twee krachten van de stangen in punt B. Teken daarvoor eerst de somkracht van deze twee krachten.



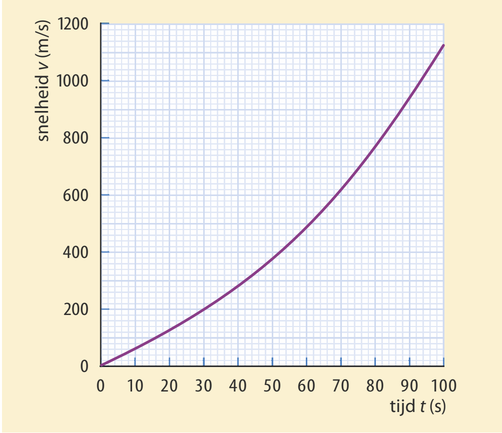
Figuur 22

16 **T** Planetoïden zijn kleine, rotsachtige hemellichamen die rond de zon bewegen. In figuur 23 is de ellipsvormige baan van een planetoïde weergegeven. In een ellipsbaan staat de snelheidsvector niet steeds loodrecht op de verbindingslijn van de planetoïde met de zon. De snelheid heeft daardoor, op twee momenten na, ook een component in de richting naar de zon of ervanaf. In figuur 23 is de snelheidscomponent in de richting van de zon getekend. De andere component staat daar loodrecht op, maar is niet getekend. De getekende component heeft een grootte van 8,0 km·s^{-1}.
Bepaal met behulp van de figuur op het tekenblad de grootte van de (baan)snelheid waarmee de planetoïde in punt A beweegt.



Figuur 23

17 De Europese ruimtevaartorganisatie ESA heeft enkele malen een Ariane-5-raket gelanceerd. De start van de Ariane-5-raket is onderzocht aan de hand van een video-opname. Van de eerste 100 s zie je het v,t-diagram in figuur 24.
De totale massa van de Ariane-5-raket was voor de start $7{,}14 \cdot 10^5$ kg. Elke seconde wordt er $3{,}6 \cdot 10^3$ kg brandstof uitgestoten met een snelheid u van 3,0 km·s^{-1}. De ESA gebruikt voor de snelheid $v(t)$ van de raket de formule:
$v(t) = u \cdot \ln\left(\frac{m(0)}{m(t)}\right) - g \cdot t$
Hierin is $m(0)$ de totale massa bij de start (in kg), $m(t)$ de totale massa op tijdstip t (in kg) en g de valversnelling op het aardoppervlak (in m·s^{-2}).
Laat aan de hand van een berekening zien dat deze formule een goede benadering geeft van de snelheid op $t = 60$ s.



Figuur 24

18 Het elektrisch vermogen dat een windmolen kan leveren, is sterk afhankelijk van de windsnelheid. Een grotere windsnelheid betekent dat de kinetische energie van elke m^3 lucht groter is en dat er per seconde meer lucht door het rotoroppervlak stroomt. Je kunt afleiden dat dan geldt: $P = k \cdot v^3$
Hierin is P het vermogen (in W) van de wind door het rotorvlak als de wieken stilstaan, k een constante en v de windsnelheid (in m/s).

a Leid deze formule af.

Uit deze formule volgt dat het vermogen van de door de stilstaande windmolen stromende lucht afneemt met 87,5% als de windsnelheid halveert.

b Toon dat met een berekening aan.

De constante k hangt onder andere af van de dichtheid van de lucht.

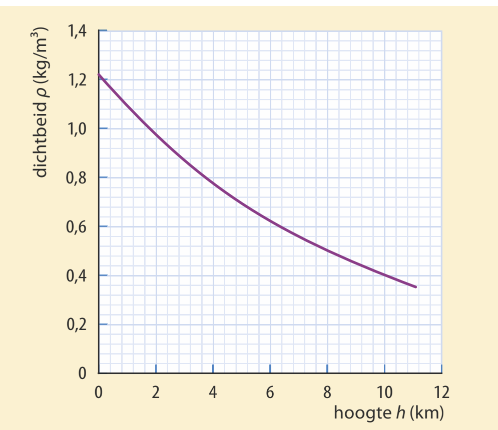
c Leg uit of k evenredig of omgekeerd evenredig is met de dichtheid van de lucht.

d Leg uit dat het elektrisch vermogen van een windmolen nooit gelijk kan zijn aan het vermogen van de aankomende wind.

19 De dichtheid ρ van de lucht hangt af van de hoogte boven het aardoppervlak (zie figuur 25). Op grote hoogte is de lucht ijler, de dichtheid is kleiner. Voor deze grafiek geldt (bij benadering) de formule:
$\rho(h) = 1{,}22 \cdot e^{-\frac{h}{k}}$
Hierin is h de hoogte boven de grond (in m) en k een nog nader te bepalen constante (in m).

a Controleer aan de hand van figuur 25 dat k ongeveer de waarde 9000 heeft.

b Bereken met behulp van de formule op welke hoogte de dichtheid van de lucht 5 × zo klein is als aan het aardoppervlak.



Figuur 25

11.2 Redeneren met verbanden en formules

Een formule gebruik je meestal om de waarde van een grootheid te berekenen. Maar aan een formule kun je ook zien wat het verband is tussen twee grootheden. Dat verband kun je vervolgens gebruiken om een redenering op te zetten of een verwachting op te stellen over de uitkomst van een onderzoek.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je in een redenering of berekening verbanden en formules gebruiken?

BEGRIJPEN

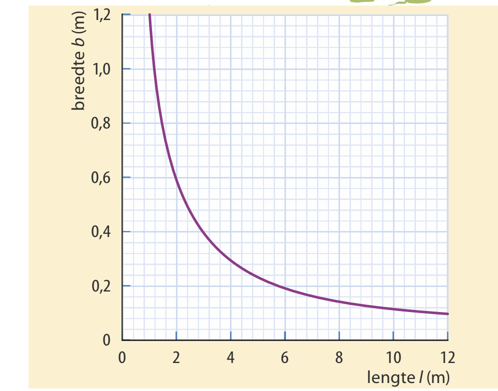
Soorten verbanden in de natuurkunde

Met verbanden wordt weergegeven hoe grootheden met elkaar samenhangen. Zie ook paragraaf 6.1 deel 4vwo. Zo geeft de formule $P = U \cdot I$ drie verbanden aan:

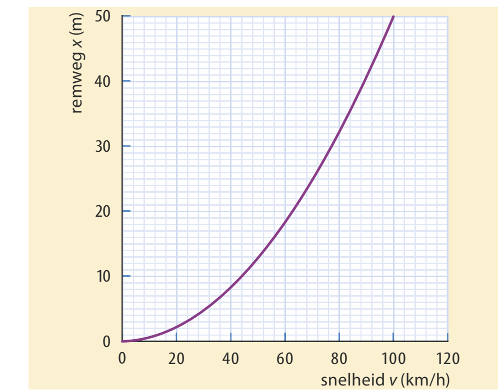
- Bij constante spanning is het elektrisch vermogen van een apparaat evenredig met de elektrische stroom die door het apparaat loopt.
- Bij constante stroom is het vermogen evenredig met de spanning over het apparaat.
- Bij constant vermogen is de stroomsterkte door het apparaat omgekeerd evenredig met de spanning erover.

Veelvoorkomende soorten verbanden in de natuurkunde zijn:

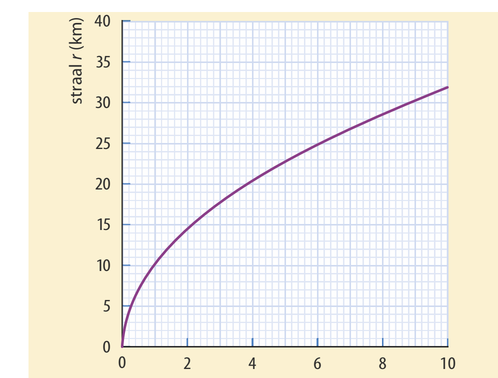
- *Evenredig en omgekeerd evenredig*
  Voorbeeld 1: $U = I \cdot R$, bij constante weerstand R is U evenredig met I.
  Voorbeeld 2: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$, bij een vaste lengte is de weerstand R van een draad omgekeerd evenredig met de doorsnede A.
- *Kwadratisch en omgekeerd kwadratisch*
  Voorbeeld 1: $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$, bij constante c_w, A en ρ is de luchtweerstand $F_{w,l}$ evenredig met het kwadraat van de snelheid v.
  Voorbeeld 2: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$, bij constante massa m en M is de gravitatiekracht F_g omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand r.
- *Andere machtsverbanden*
  Voorbeeld: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$, de trillingstijd van een massa-veersysteem is evenredig met de wortel van de massa en omgekeerd evenredig met de wortel van de veerconstante.
- *Exponentiële verbanden*
  Voorbeeld: $A(t) = A(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$, de activiteit van een radioactieve bron neemt exponentieel af in de tijd.
- *Goniometrische verbanden*
  Voorbeeld: $u(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$, de uitwijking van een harmonische trilling is een sinusfunctie van de tijd.



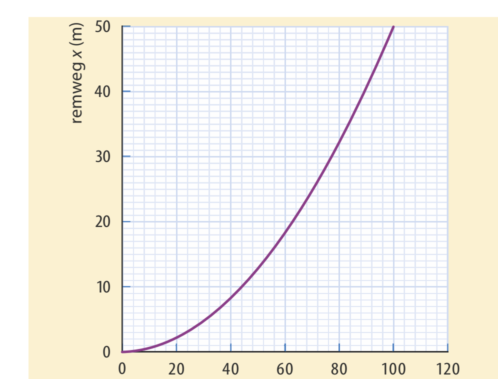
Figuur 26 Omgekeerd evenredig verband



Figuur 27 Evenredig met het kwadraat



Figuur 28 Evenredig met de wortel



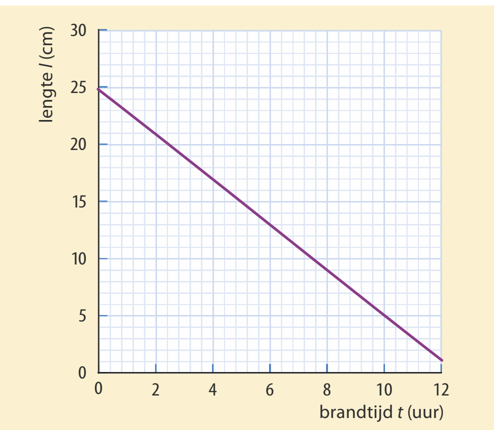
Figuur 29 Exponentieel verband

Verbanden herkennen en formules opstellen

Bij een experimenteel onderzoek in de natuurkunde probeer je vaak het verband tussen verschillende grootheden te vinden. Je onderzoekt bijvoorbeeld hoe de kracht tijdens een botsing afhangt van de beginsnelheid of van de massa. De metingen worden dan weergegeven in één of meer diagram(men). Aan de vorm van de grafiek(en) kun je vaak al het soort verband herkennen (zie de voorbeelden in de figuren 26 t/m 29). De 'meetresultaten' kunnen ook afkomstig zijn van een dynamisch model dat het onderzoek nabootst. In paragraaf 6.2 (deel 4 vwo) is het herkennen van verbanden behandeld.

De laatste stap van het onderzoek naar een verband tussen grootheden is het opstellen van een formule die past bij de meetresultaten. Daarbij kun je eventueel een computerprogramma gebruiken, zoals Excel (een trendlijn toevoegen). Ook dat kun je vinden in paragraaf 6.2.

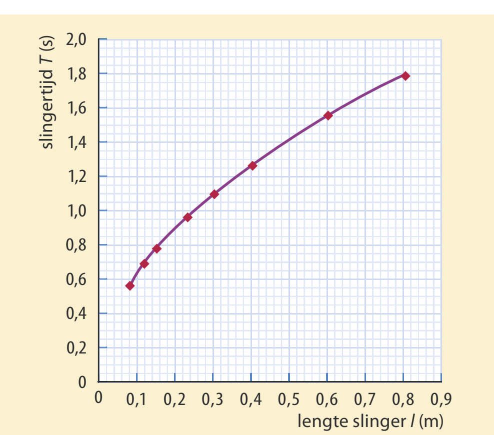
Wanneer je niet de beschikking hebt over een computer, maar je weet wel om welk soort verband het gaat, kun je de constanten in het functievoorschrift vinden door de coördinaten van een paar punten in te vullen in het functievoorschrift dat bij het verband hoort. Je krijgt dan twee vergelijkingen met twee onbekenden (zie voorbeeld 1 en 2). Hieruit bereken je de waarden van de constanten in het functievoorschrift.



Figuur 30 **Lineair verband**

VOORBEELD 1

In figuur 30 zie je het verband tussen de lengte van een kaars en de tijd dat de kaars gebrand heeft. Bij deze grafiek hoort een lineair verband: $l = a \cdot t + b$.
Invullen van twee punten: bijvoorbeeld (0, 25) en (10, 5) geeft:
$25 = a \cdot 0 + b$ en $5 = a \cdot 10 + b$
Oplossen van deze vergelijkingen geeft: $b = 25$ en $a = -2{,}0$. Daarmee is de passende formule gevonden: $l = -2{,}0 \cdot t + 25$.



Figuur 31 **Slingertijd en lengte**

VOORBEELD 2

In figuur 31 zie je het verband tussen de slingertijd T en de lengte l van een slinger. Uit de vorm van de grafiek blijkt dat de slingertijd evenredig is met de wortel van de lengte. Want voor steeds kortere lengtes wordt de periode ook steeds korter, de grafiek zal naar de oorsprong gaan. Daarbij past de functie $T = a \cdot \sqrt{l}$.
Invullen van twee coördinaten, bijvoorbeeld (0,8;1,8) geeft: $1{,}8 = a \cdot \sqrt{0{,}8}$.
Omschrijven geeft: $a = \frac{1{,}8}{\sqrt{0{,}8}} = 2{,}0$.
Daarmee is de passende formule gevonden: $T = 2{,}0 \cdot \sqrt{l}$.

Grafieken en coördinatentransformatie

Aan de vorm van een grafiek kun je vaak snel herkennen of het gaat om een evenredig, een omgekeerd evenredig of een kwadratisch verband. Bij andere verbanden is het soms niet zo eenvoudig te zien. In die gevallen kan het helpen een ***coördinatentransformatie*** toe te passen. Zie ook hoofdstuk 6 van deel 4vwo. Daarbij verander je één van de twee coördinaten voor alle meetpunten. Je tekent dan niet een diagram van grootheid y tegen grootheid x, maar bijvoorbeeld van y tegen $\sqrt{x}$, of van y tegen x^2 of van y tegen x^{-1}.

De transformatie die je toepast, hangt af van het soort verband dat je vermoedt. Enkele voorbeelden:

* Je verwacht dat de remweg van een wagentje omgekeerd evenredig is met de remkracht. Teken dan een diagram van s_{rem} tegen $\frac{1}{F}$.
* Je verwacht dat de luchtweerstand van een vliegtuigje evenredig is met het kwadraat van de snelheid. Teken dan een diagram van $F_{w,l}$ tegen v^2.
* Je verwacht dat de lichtintensiteit van een gloeilamp afneemt met het kwadraat van de afstand. Teken dan een diagram van I tegen r^{-2} (of $\frac{1}{r^2}$).

VOORBEELD

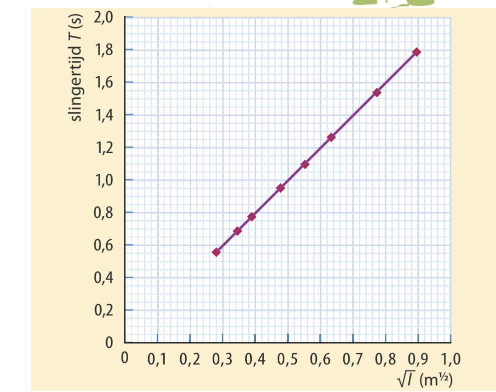
In het diagram van figuur 31 zie je het verband tussen de lengte ℓ van een slinger en de slingertijd T. Als je hier een wortelverband vermoedt (T evenredig met $\sqrt{\ell}$), teken je een diagram van de slingertijd T tegen de wortel van de slingerlengte.
Is de slingertijd inderdaad evenredig met $\sqrt{\ell}$, dan moet de grafiek een rechte lijn door de oorsprong zijn.
In figuur 32 zie je het resultaat van zo'n transformatie. De y-coördinaten van de meetpunten zijn gelijk gebleven. De x-coördinaten van de meetpunten zijn vervangen door de bijbehorende waarden van $\sqrt{\ell}$.
Het resultaat van deze coördinatentransformatie is een rechte lijn door de oorsprong. Het vermoeden was dus terecht, er is sprake van een wortelverband. Met het hellingsgetal van de getransformeerde grafiek kun je bovendien een formule bij het verband opstellen. In dit voorbeeld: $T = 2{,}0 \cdot \sqrt{\ell}$.
Opmerking: Als T evenredig is met $\sqrt{\ell}$, geldt ook dat T^2 evenredig is met ℓ. Teken je een grafiek van T^2 tegen ℓ, dan krijg je dus ook een rechte lijn. Daarvoor geldt: $T^2 = a \cdot \ell$. Hieruit volgt dezelfde relatie: $T = c \cdot \sqrt{\ell}$ met $c = \sqrt{a}$.

Logaritmische assen

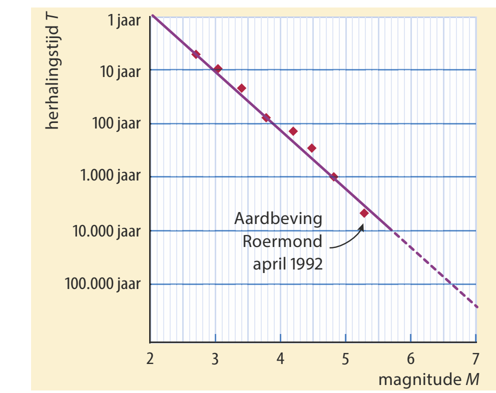
In sommige situaties kan een ***logaritmisch diagram*** of een ***dubbel-logaritmische diagram*** handig zijn. Bij een logaritmisch diagram is de schaalverdeling van één van de assen zo aangepast dat machten van 10 op gelijke afstand van elkaar liggen. Een dubbel-logaritmisch diagram heeft twee van zulke assen. In de figuren 33 en 34 zie je daarvan voorbeelden. Een voordeel van logaritmische assen is dat je heel grote én heel kleine getallen in het diagram kunt plaatsen.

20 Met de kwadratenwet wordt bedoeld dat de waarde van de ene grootheid afneemt met het kwadraat van de andere grootheid. Voorbeelden van de kwadratenwet zijn de gravitatiekracht tussen hemellichamen en de gemeten lichtintensiteit van een puntvormige lichtbron.

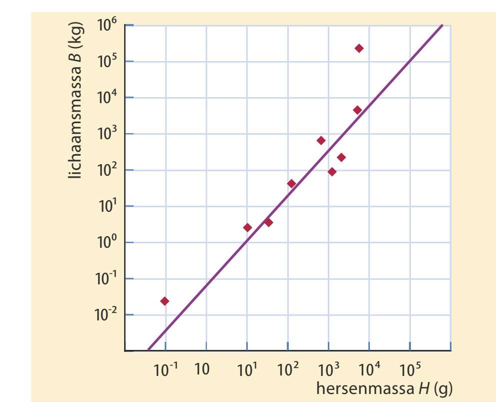
- **a** Hoe herken je aan een formule of er sprake is van de kwadratenwet?
- **b** Geef een ander voorbeeld van de kwadratenwet. Kijk eventueel bij de formules in Binas.
- **c** Leg met behulp van figuur 35 uit waardoor de lichtintensiteit van een (puntvormige) lichtbron omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand.



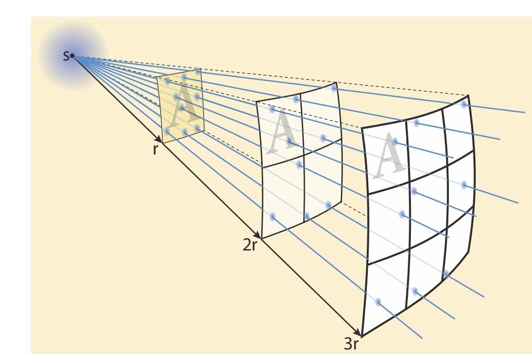
Figuur 32 **Slingertijd T uitgezet tegen $\sqrt{l}$**



Figuur 33 **Logaritmische as**



Figuur 34 **Dubbel-logaritmisch diagram**

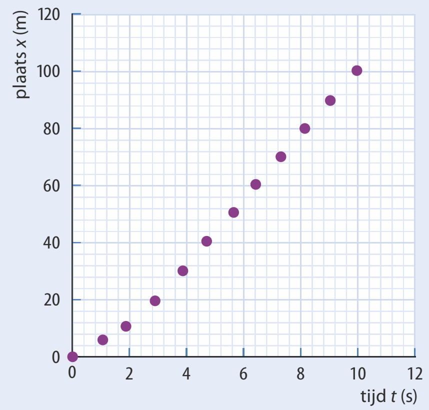


Figuur 35 **De intensiteit neemt af met het kwadraat van de afstand.**

Figuur 36 Usain Bolt, Olympisch winnaar op de 100 m in 2008, 2012 en 2016

21 Kimberley en Jenneke maken met behulp van een video-opname een x,t-diagram van een sprint van Usain Bolt over 100 m (zie figuur 37).
Vanaf $t = 4{,}0$ s liggen de meetpunten op een rechte lijn.

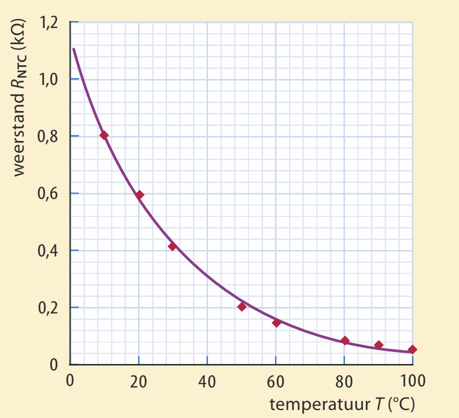
- **a** Stel een vergelijking van deze rechte lijn op.
- **b** Welke conclusie(s) kun je trekken aan de hand van deze vergelijking over de snelheid van Usain Bolt tussen $t = 4{,}0$ s en $t = 10{,}0$ s?



Figuur 37

Kimberley en Jenneke nemen aan dat tussen $t = 0$ en $t = 4{,}0$ s de beweging van de sprinter eenparig versneld is. Daartoe tekenen zij het bijbehorende v,t-diagram tussen $t = 0$ en $t = 4{,}0$ s.

- **c** Schets het v,t-diagram tussen $t = 0$ en $t = 4{,}0$ s dat past bij deze aanname en bij de snelheid na $t = 4{,}0$ s.
- **d** Laat zien dat het getekende v,t-diagram niet in overeenstemming is met het x,t-diagram van figuur 37.



Figuur 38

22 Pierre en Diane maken tijdens een practicum een waarschuwingssysteem waarbij een led gaat branden als de temperatuur 20 °C of hoger is. Ze gebruiken daarbij een NTC om de temperatuur te meten. In figuur 38 zie je het diagram dat bij deze NTC hoort. Volgens Diane past bij deze grafiek een exponentieel verband, maar Pierre denkt dat het een omgekeerd evenredig verband is.

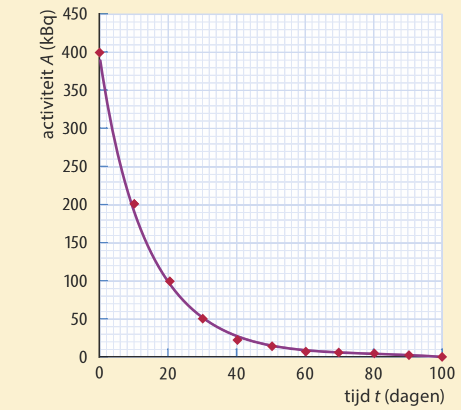
- **a** Hoe zie je aan de grafiek direct dat het geen omgekeerd evenredig verband is?
- **b** Laat op basis van berekeningen met minstens drie meetpunten zien dat Diane gelijk heeft.
- **c** Bepaal zo nauwkeurig mogelijk hoeveel keer groter of kleiner de weerstand wordt per 10 °C.

23 **T** In het diagram van figuur 39 zie je hoe de activiteit A van een radioactieve bron afneemt in de loop van de tijd t.

- **a** Bepaal aan de hand van figuur 39 de halveringstijd van de bron.
- **b** Leg uit dat dit diagram niet erg geschikt is om het verloop van de activiteit tijdens een deel van de tijd weer te geven.

In figuur 40 is hetzelfde verband weergegeven in een logaritmisch diagram.

- **c** Lees in dit diagram de waarde van A af op $t = 0$.
- **d** Ga aan de hand van enkele punten na dat de halveringstijd hier 10 dagen is.
- **e** Wat voor soort verband is er dus tussen A en t? Stel een formule op.
- **f** Teken in de figuur op het tekenblad de grafiek die hoort bij een halveringstijd van 20 dagen en de grafiek die hoort bij een halveringstijd van 5 dagen. Ga uit van dezelfde beginwaarde van activiteit A.

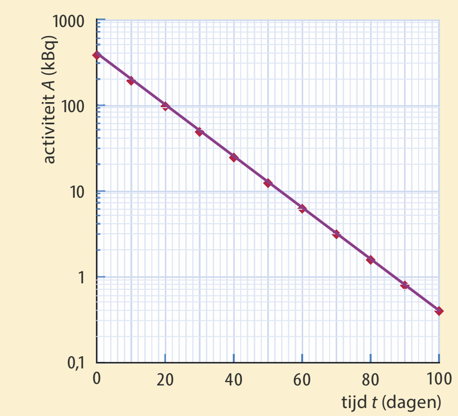


Figuur 39

24 In figuur 41 zie je Mauro met een sopraansaxofoon. Mauro en zijn vriend Stef bespreken de toonvorming van de sopraansaxofoon. De toon die een saxofoon produceert hangt af van de buislengte en van de twee uiteinden van de buis. Zie figuur 42.
Op basis daarvan stellen ze twee hypothesen op:

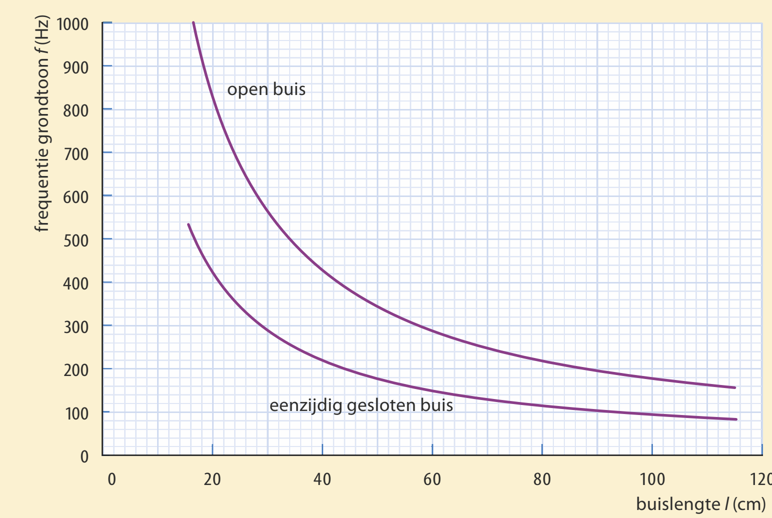
1. De frequentie van de grondtoon is omgekeerd evenredig met de buislengte.
2. In een open buis is de golflengte van de grondtoon steeds twee keer zo groot als bij een eenzijdig gesloten buis met gelijke buislengte.

Ga na of beide hypothesen ondersteund worden door de informatie die ze op internet gevonden hebben.

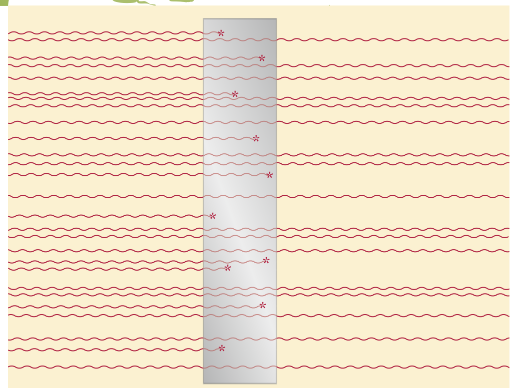


Figuur 40

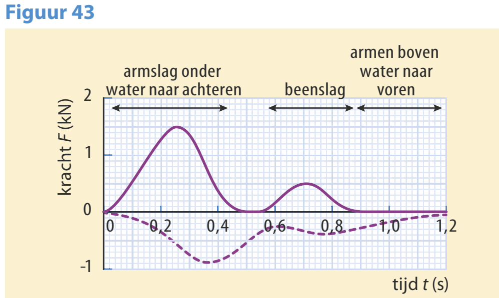
Figuur 41



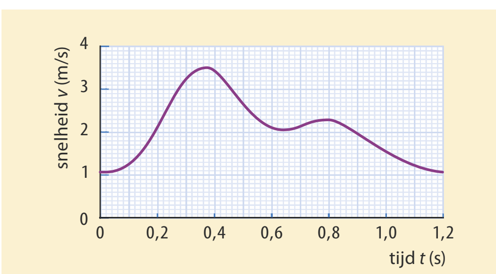
Figuur 42



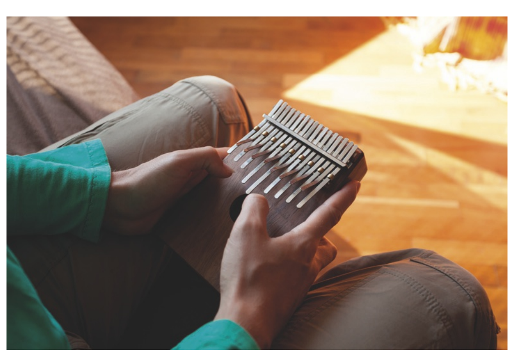
Figuur 43



Figuur 44 **Voortstuwingskracht (getrokken lijn) en weerstand (gestippelde lijn)**



Figuur 45



Figuur 46

25 De waarde van de halveringsdikte voor gammastraling met een energie van 1 MeV hangt af van de eigenschappen van het absorberende materiaal. De absorptie van gammastraling is uitgebeeld in figuur 43 (niet op schaal). Links zie je een bundel gammafotonen die op een plaatje valt. Als een gammafoton een elektron treft, wordt het gammafoton geabsorbeerd. Bij een grotere elektronendichtheid worden dus meer gammafotonen geabsorbeerd, wat leidt tot een andere halveringsdikte.

a Leg uit dat de halveringsdikte omgekeerd evenredig is met de elektronendichtheid.

Voor de elektronendichtheid in een materiaal geldt:

1 $n_e = \rho \cdot \frac{Z}{m_{at}}$

Hierin is n_e de elektronendichtheid, ρ de dichtheid van het materiaal, Z het atoomnummer en m de massa van het atoom.

b Leg met behulp van formule 1 uit dat de eenheid van n_e gelijk is aan m^{-3}.

Het verband tussen de halveringsdikte $d_{\frac{1}{2}}$ van het materiaal en de elektronendichtheid n_e wordt gegeven door de formule:

2 $d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\sigma} \cdot \frac{1}{n_e}$

Hierin is $d_{\frac{1}{2}}$ de halveringsdikte van het materiaal en σ de effectieve trefoppervlakte van de elektronen in het materiaal (een soort trefkans per m^2).

c Leg met behulp van formule 2 en gegevens uit Binas uit of de effectieve trefoppervlakte σ afhangt van de energie van de gebruikte gammafotonen.

26 In figuur 44 zie je het verloop van de voortstuwingskracht en de weerstand van een zwemmer tijdens één zwemslag (de vlinderslag). En in figuur 45 het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van de zwemmer.

De weerstand is (bij benadering) alleen afkomstig van het water. Het verband tussen deze kracht en de snelheid van de zwemmer is een machtsfunctie met de vorm: $F_w = a \cdot v^n$.

a Bepaal op basis van gegevens uit beide diagrammen de waarde van de constanten a en n.

b Welke eenheid hoort er bij de constante a?

27 In figuur 46 zie je een duimpiano. Dit muziekinstrument bestaat uit een houten blok met daarop een aantal metalen strips. Een strip wordt in trilling gebracht door deze met de duim naar beneden te duwen en los te laten. Er ontstaat dan een staande golf in de strip.

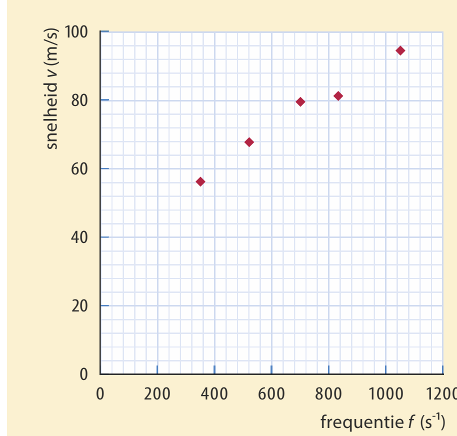
Onderzoek heeft uitgewezen dat de golfsnelheid in een strip afhankelijk is van de frequentie. Er zijn drie mogelijke hypothesen onderzocht:

1 Een evenredig verband tussen v en f.
2 Een evenredig verband tussen v en f^2.
3 Een evenredig verband tussen v en $\sqrt{f}$.

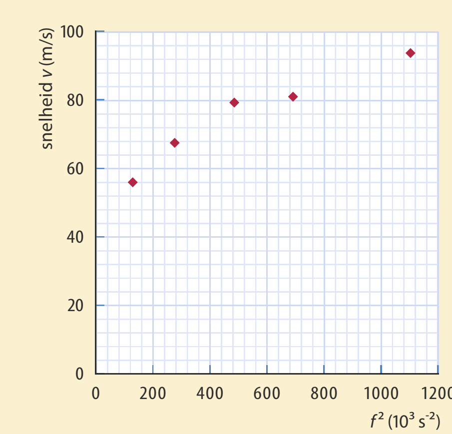
Om te achterhalen welke hypothese juist is, zijn drie diagrammen getekend in de figuren 47 a tot en met c.

a Leg uit welke hypothese door de meetgegevens wordt ondersteund.

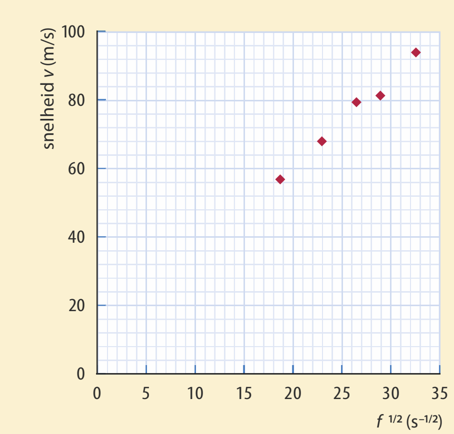
b Stel op basis van deze gegevens een formule op voor het verband tussen v en f.



Figuur 47a



Figuur 47b



Figuur 47c

28 Fermi onderzoekt de eigenschappen van een kegelslinger. Daarvoor laat hij een voorwerp aan een touw vlak boven de vloer ronddraaien. Na enige oefening lukt het om het voorwerp een eenparige cirkelbeweging te laten maken (zie figuur 48).

M is het middelpunt van de cirkelbaan, h de hoogte van de kegelslinger (de afstand TM) en ℓ de lengte van het touw.

Als Fermi het voorwerp sneller laat ronddraaien, is de kegel wijder en dus h kleiner. Hij onderzoekt het verband tussen de omlooptijd T en de kegelhoogte h. Zijn metingen staan in de tabel van figuur 49.

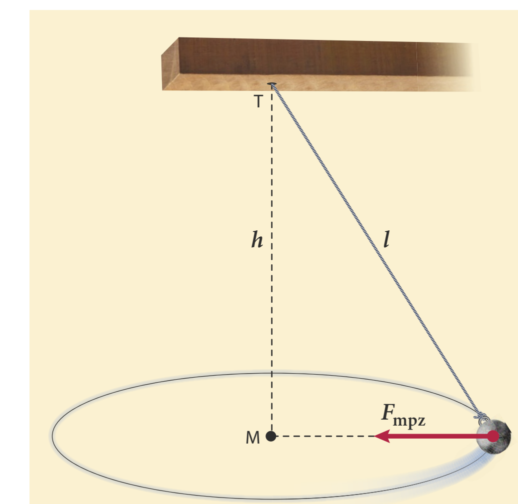
T (s)	0,63	0,99	1,41	1,72	1,98
h (m)	0,10	0,25	0,50	0,75	1,00

Figuur 49

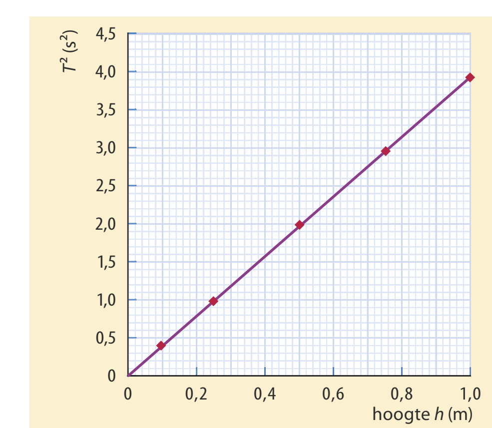
a Laat met een berekening zien dat T niet evenredig is met h.

In een theorieboek heeft Fermi een kwadratische formule gevonden voor de kegelslinger. Om te controleren of zijn metingen daarmee in overeenstemming zijn, maakt Fermi het diagram van figuur 50.

b Stel op basis van deze grafiek een formule op voor het verband tussen T en h. Noteer daarbij ook de waarde en de eenheid van de constante in de formule.



Figuur 48



Figuur 50

BEHEERSEN

Redeneren met evenredigheden

Soms kun je formules gebruiken om de uitkomst van een berekening te beredeneren, zonder dat je de uitkomst uitrekent.

VOORBEELD

Twee identieke auto's liggen zij aan zij bij het ingaan van een bocht van 180°. Ze nemen beide met maximale snelheid de bocht, zodat ze nog net niet de baan uitvliegen. De binnenste auto moet een scherpere bocht maken en rijdt dus met iets lagere snelheid. Deze auto legt wel een kortere afstand af.

Figuur 51

Vraag: Beredeneer welke auto het eerst door de bocht is.

Antwoord: Er is sprake van een cirkelbeweging, dus geldt: $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$.

Omdat de maximale wrijving tussen de banden en de weg voor beide auto's gelijk is, neem je aan dat beide auto's dezelfde F_{mpz} hebben. Dan volgt hieruit:

$\frac{v^2}{r}$= constant, v^2 is dus evenredig met r (of v is evenredig is $\sqrt{r}$).

De bocht is een halve cirkel, dus $\Delta t = \frac{\pi r}{v}$. Is de straal van de buitenbocht bijvoorbeeld 2 × zo groot, dan is de snelheid van de buitenste auto $\sqrt{2}$ × zo groot. Voor de tijdsduur van de auto in de buitenbocht geldt dan:

$\Delta t = \frac{\pi r}{v} \sim \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ × zo groot

De auto in de buitenbocht doet er dus langer over dan de auto in de binnenbocht, de auto in de binnenbocht komt het eerst de bocht uit.

Formules afleiden

Met het afleiden van een formule wordt bedoeld: je stelt een nieuwe formule op met behulp van twee (of meer) bekende formules. Vaak is in een opgave de formule die je moet afleiden al gegeven en moet je laten zien hoe die afgeleid kan worden uit bestaande formules. Je kunt dan de volgende procedure hanteren:

- Bepaal welke bekende formules je nodig hebt. Meestal blijkt dat uit de natuurkundige grootheden in de formule die je moet afleiden.
- Combineer de twee formules, bijvoorbeeld door middel van substitutie.
- Herschrijf en vereenvoudig het resultaat totdat de gevraagde formule ontstaat.

VOORBEELD

Alle planeten draaien in vrijwel cirkelvormige banen rond de zon. De omlooptijd van een planeet is groter naarmate hij verder van de zon staat. Voor het verband tussen omlooptijd en afstand tot de zon geldt de derde wet van Kepler:

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$

Hierin is r de afstand tot de zon (de baanstraal in m), T de omlooptijd (in s), G de gravitatieconstante ($6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²) en M de massa van de zon (in kg).

Vraag: Leid de derde wet van Kepler af uit twee of meer formules uit Binas.

Antwoord: Voor de cirkelbeweging van een planeet om de zon ken je de volgende formules:

1 $F_{\text{g}} = F_{\text{mpz}}$ (gravitatiekracht is middelpuntzoekende kracht)

2 $F_{\text{g}} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ (gravitatiekracht)

3 $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (benodigde middelpuntzoekende kracht)

4 $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ (baansnelheid en omloopstijd))

Invullen van (4) in (3):

$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2}$ (5)

(2) en (5) invullen in (1):

$G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2}$

Delen door m en door r:

$G \cdot \frac{M}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$

En dan dit vermenigvuldigen met T^2 en delen door $G \cdot M$ geeft:

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$

Eenheden afleiden en controleren

Bij de grootheden in formules horen eenheden. Vaak zijn die eenheden gegeven en anders maak je gebruik van de standaardeenheden. De formules in Binas zijn zo gekozen dat je vrijwel altijd de standaardeenheden kunt gebruiken. Het voordeel daarvan is dat bij de uitkomst die je met een formule berekent, ook weer een standaardeenheid (bij die grootheid) hoort. In Binas vind je alle grootheden en bijbehorende standaardeenheden.

Soms krijg je de opdracht om bij een nieuwe formule te controleren of de eenheden met elkaar kloppen. Of je krijgt de opdracht de eenheid van een bepaalde grootheid in die formule af te leiden. Je kunt dan de volgende procedure hanteren:

- Zoek van de (overige) grootheden in de formule de bijbehorende eenheid op.
- Noteer de eenheden in de formule. Je kiest dan voor de waarde van elke grootheid het getal 1.
- Herschrijf zo nodig één of meer eenheden in basiseenheden.
- Herschrijf het resultaat zodanig dat aan de opdracht voldaan wordt.

grootheid	SI-basiseenheid	
	naam	symbool
lengte (ℓ)	meter	m
massa (m)	kilogram	kg
tijd (t)	seconde	s
elektrische stroom (I)	ampère	A
temperatuur (T)	kelvin	K
hoeveelheid stof (n)	mol	mol
lichtsterkte (I)	candela	cd

Figuur 52 Basiseenheden van het SI

VOORBEELD 1

Voor het verband tussen de omlooptijd van een planeet en de afstand van de planeet tot de zon geldt de derde wet van Kepler:

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$

Vraag: Controleer of de eenheden in de formule links en rechts van het = teken aan elkaar gelijk zijn.

Antwoord: Voor de eenheden van de grootheden geldt: r in meter (m), T in seconde (s), M in kilogram (kg) en G in N·m²·kg⁻². Bij $4\pi^2$ hoort geen eenheid.
Invullen in de formule geeft:

$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{1}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2} \cdot \mathrm{kg}}$

De eenheid newton (N) kan omgeschreven worden naar basiseenheden via $F = m \cdot a$. Er geldt $\mathrm{N} = \mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}$. Invullen geeft:

$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{1}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2} \cdot \mathrm{kg}} = \frac{1}{\mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^3}$

De eenheden links en rechts zijn dus gelijk.

VOORBEELD 2

Voor de grootte van de magnetische veldsterkte in een spoel geldt: $B = \mu_0 \frac{N \cdot I}{\ell}$.
Hierin is B de sterkte van het magnetisch veld, μ_0 een constante, N het aantal windingen van de spoel, I de stroomsterkte en ℓ de lengte van de spoel.

Vraag: Leid de eenheid van de constante μ_0 af.

Antwoord: Voor de eenheden van de grootheden geldt: B in tesla (T), N geen eenheid (getal), I in ampère (A) en ℓ in meter (m). Invullen in de formule geeft:

$\mathrm{T} = [\mu_0] \frac{1 \cdot \mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

Omschrijven geeft:

$[\mu_0] = \frac{\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A}} = \mathrm{T} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{A}^{-1}$

29 Voor de gravitatiekracht op een voorwerp geldt de formule:

$F_g = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$

Hierin is: R de straal van de aarde (in m), h de hoogte boven de aarde (in m) en g de valversnelling op het aardoppervlak (in m·s⁻²).
Leid deze formule af.

30 Voor een auto met ABS die maximaal remt, geldt voor de remkracht:

$F_{rem} = f \cdot F_n$

Hierin is:

- f de maximale wrijvingscoëfficiënt. Deze hangt alleen af van de banden en het wegdek (geen eenheid).
- F_n de normaalkracht van het wegdek op de auto (in N).

a Beredeneer dat de massa van de auto geen invloed heeft op de remvertraging a.

b Beredeneer dat de remvertraging evenredig is met de maximale wrijvingscoëfficiënt.

c Leid af dat geldt: $a = f \cdot g$

De remweg van de auto hangt af van de beginsnelheid van de auto. Bij een grotere beginsnelheid hoort een grotere remweg.

d Beredeneer of de remweg s_{rem} evenredig is met v, met $\sqrt{v}$ of met v^2. Gebruik daarbij formules uit Binas.

31 Lood dat uit erts wordt gewonnen bestaat voornamelijk uit de isotopen lood-206, lood-207 en lood-208. Om na te gaan of een bepaalde isotoop in een stofmengsel aanwezig is, wordt een massaspectrometer gebruikt (zie figuur 53).
Het stofmengsel wordt eerst gasvormig gemaakt en daarna onder lage druk in de ionisatieruimte (1) gebracht. De geïoniseerde moleculen of atomen komen vervolgens in een vacuümruimte (2). Hierin worden ze door een elektrische kracht versneld. In ruimte (3) worden ze in een magnetisch veld afgebogen door de lorentzkracht en ten slotte worden ze in punt Q gedetecteerd.
Een mengsel met éénwaardige positieve ionen van lood-206, lood-207 en lood-208 komt met een te verwaarlozen beginsnelheid in ruimte (2). De ionen worden tussen de platen A en B elektrisch versneld. Tussen B en P verandert de snelheid niet meer. Voor de snelheid van de isotopen geldt in punt P:

$q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Voor de straal r van de halve cirkelbaan in ruimte (3) geldt:

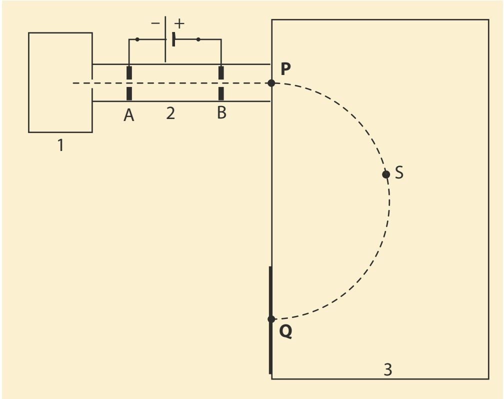
$B \cdot q \cdot r = m \cdot v$

Hierin is: q de lading van de isotoop, U de versnelspanning, m de massa van de isotoop, v de snelheid in ruimte (3) en B de magnetische veldsterkte in ruimte (3).

a Welke grootheden in de voorgaande formules zijn voor alle isotopen gelijk?

b Beredeneer welke van de drie isotopen in P de grootste snelheid heeft.

c Beredeneer bij welke van de drie isotopen de straal van de cirkelbaan het grootst is.



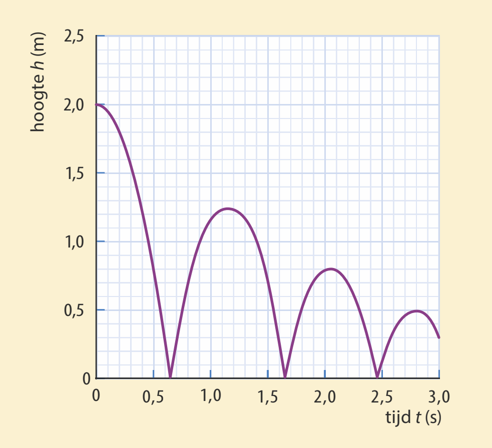
Figuur 53 Schematische weergave van een massaspectrometer

32 De golfsnelheid v van transversale golven in een gitaarsnaar kun je berekenen met de formule:

$v = \sqrt{\frac{F_s \cdot l}{m}}$

Hierin is: F_s de spankracht (in N), ℓ de lengte van de snaar (in m) en m de massa van de snaar (in kg).

Laat zien dat $\sqrt{\frac{F_s \cdot l}{m}}$ dezelfde eenheid heeft als v.



Figuur 54 ***h,t*-diagram van stuiterende bal**

33 Bij veel balsporten wil je een bal die goed stuitert. Om aan te geven hoe goed een bal stuitert, is de zogenaamde stuiterfactor S gedefinieerd:

$S = \sqrt{\frac{h_s}{h}}$

Hierin is h_s de stuiterhoogte, de maximale hoogte na de stuit (in m) en h de valhoogte (in m).

Renate heeft gelezen dat bij een officieel goedgekeurde voetbal de stuiterfactor moet voldoen aan: $0{,}78 \leq S \leq 0{,}91$

In figuur 54 zie je het h,t-diagram van een voetbal die drie keer stuitert.

- **a** Bepaal bij elke stuit de stuiterfactor.
- **b** Voldoet haar voetbal aan de officiële eisen?
- **c** Bereken na hoeveel keer stuiteren de stuiterhoogte van de bal kleiner is dan 10 cm.

Renate vraagt zich af waarom er in de formule voor S een wortel staat. Volgens haar zijn er twee mogelijke verklaringen:

1. S geeft aan met welke factor de bewegingsenergie na een stuit is afgenomen.
2. S geeft aan met welke factor de snelheid van de bal na een stuit is afgenomen.

- **d** Beredeneer aan de hand van formules uit Binas welke verklaring juist is. Dat kan onder andere door de formule $S = \sqrt{\frac{h_s}{h}}$ af te leiden.

34 Voor de luchtweerstand op een vallende druppel water geldt:

$F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho_\ell \cdot A \cdot v^2$

Hierin is: c_w de wrijvingscoëfficiënt, die onafhankelijk is van de diameter van de druppel; ρ_ℓ de dichtheid van de lucht in (kg·m^{-3}); A de frontale oppervlakte van de druppel (in m^2) en v de snelheid van de druppel in (m·s^{-1}).

Als een waterdruppel met constante snelheid v valt, geldt voor de valsnelheid

$v^2 = k \cdot r$

Hierin is r de straal van de druppel (in m) en k een constante.

Druk de constante k uit in g, c_w, ρ_ℓ en ρ_w. Daarbij is ρ_w de dichtheid van water (in kg·m^{-3}) en g de valversnelling (in m·s^{-2}).

35 De verkenner Pioneer-10 werd gelanceerd in 1972 en verliet in 1983 het zonnestelsel. Pioneer-10 kwam daarna in de Kuipergordel, een gebied van ijzig interplanetair stof dat ons zonnestelsel omgeeft. Deze gordel bevindt zich op een afstand tussen 30 AE en 100 AE (AE = astronomische eenheid = afstand zon-aarde). Doordat Pioneer-10 zulk interplanetaire stof 'opveegt', nam zijn massa toe. Een voorwerp dat tijdens zijn beweging in massa toeneemt, ondervindt daardoor een tegenwerkende kracht:

1 $F = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$

Voor de tegenwerkende kracht op Pioneer-10 ten gevolge van het 'opvegen' van interplanetair stof geldt:

2 $F = A \cdot \rho \cdot v^2$

Hierin is ρ de stofdichtheid (in kg·m^{-3}), A de frontale oppervlakte van Pioneer-10 (in m^2) en v de snelheid van Pioneer-10 (in m·s^{-1}).

- **a** Laat zien dat $\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$ dezelfde eenheid heeft als F.
- **b** Leid formule (2) af. Maak gebruik van formule (1) of van formules uit Binas.

36 Bij hoge snelheden is de rolweerstand van een auto verwaarloosbaar klein ten opzichte van de luchtweerstand. Voor de totale wrijvingskracht F_w op de auto geldt dan:

$F_w = k \cdot v^2$

Hierin is k een constante die afhangt van de vorm en afmetingen van de auto en v de snelheid van de auto (in m/s). Bij een constante snelheid van 100 km/h levert de motor van een bepaalde auto een arbeidsvermogen van 20 kW.

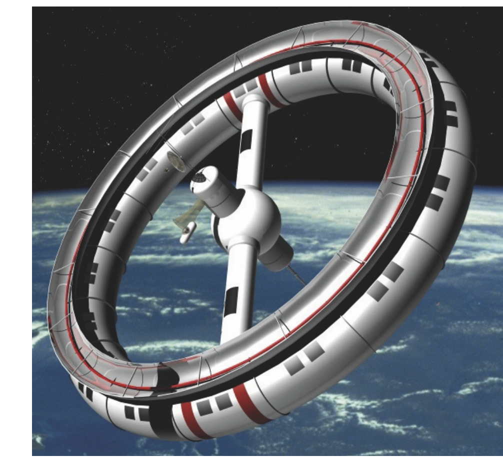
- **a** Beredeneer dat het vermogen evenredig is met v^3.
- **b** Bereken de waarde van k voor deze auto.

37 Het internationale ruimtestation ISS dat rond de aarde cirkelt, is gedeeltelijk afgeleid van de ideeën van de Duits-Amerikaanse raketgeleerde Wernher von Braun. Deze ontwierp in de jaren 50 van de vorige eeuw een wielvormig ruimtestation. Zie figuur 55.

Ga er in deze opgave vanuit dat dit ruimtewiel ook werkelijk gerealiseerd is en op 1730 km hoogte in een cirkelvormige baan rond de aarde beweegt. Voor de baansnelheid v van een ruimteobject dat in een cirkelbaan met straal r om de aarde beweegt, geldt:

$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{aarde}}{r}}$

- **a** Leid dit af.
- **b** Bereken de omlooptijd in uur van het ruimtewiel rond de aarde.



Figuur 55

11.3 De afgeleide gebruiken

De afgeleide van een functie *f*(*x*) is een (nieuwe) functie *f'*(*x*) die de verhouding aangeeft tussen de toename (of afname) van functiewaarde (y) en de toename van de variabele (x). De waarde van de afgeleide in een bepaald punt van een grafiek is dus gelijk aan de helling van de raaklijn aan de grafiek in dat punt.
In de natuurkunde gebruiken we de afgeleide bijvoorbeeld bij bewegingen om de snelheid of de versnelling te bepalen.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe maak je in de natuurkunde gebruik van de afgeleide?

BEGRIJPEN

Betekenis van de afgeleide

In de natuurkunde geeft de afgeleide van een grootheid aan hoe sterk de waarde van die grootheid toeneemt of afneemt. Meestal wordt daarmee bedoeld hoe snel de waarde verandert in de loop van de tijd (de toename of afname per seconde). Zo is bijvoorbeeld de snelheid de afgeleide van de plaats, met de tijd als onafhankelijke grootheid. En zo is de steilheid van een weg de afgeleide van de hoogte, waarbij de horizontale verplaatsing de onafhankelijke grootheid is.

In het examenprogramma natuurkunde voor het vwo komen de volgende afgeleiden van grootheden voor:

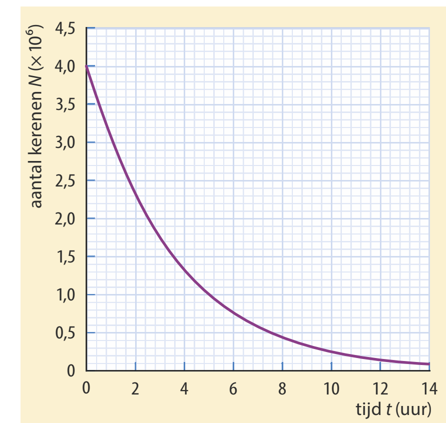
- $A = -\frac{dN}{dt} = -N'(t)$ De activiteit van een radioactieve bron is gelijk aan de afname van het aantal instabiele atoomkernen per seconde.
- $v = \frac{dx}{dt} = x'(t)$ De snelheid van een voorwerp is gelijk aan de verandering van de positie van het voorwerp (in meter) per seconde.
- $a = \frac{dv}{dt} = v'(t)$ De versnelling van een voorwerp is gelijk aan de verandering van de snelheid van het voorwerp (in m/s) per seconde.
- $U_{ind} \sim \frac{d\phi}{dt} = \phi'(t)$ De inductiespanning over een spoel is evenredig met de verandering van de flux door de spoel (in weber) per seconde (Wb/s = V).

In de voorgaande verbanden gaat het steeds om een afgeleide naar de tijd. Gaat het daarentegen bijvoorbeeld om de relatie tussen arbeid, energie en kracht, dan speelt de positie een belangrijke rol.

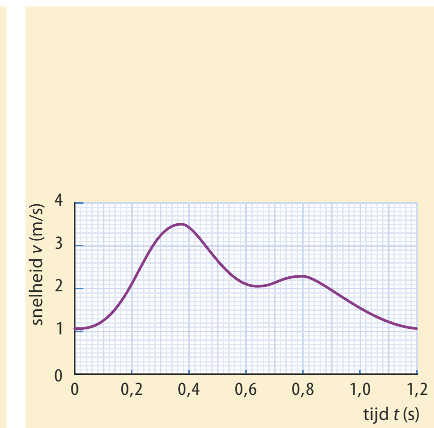
Een nettokracht F op een voorwerp verricht bij een verplaatsing Δx een hoeveelheid arbeid W waardoor de energie E van het voorwerp toeneemt of afneemt. Voor de verandering ΔE geldt:
$\Delta E = W = F \cdot \Delta x$
Omdat de kracht gedurende de verplaatsing Δx niet constant hoeft te zijn, is dit eigenlijk een gemiddelde kracht. Nauwkeuriger is het daarom de afgeleide te nemen:
$E'(x) = \frac{dE}{dx} = F$
Dit betekent dat de verandering van de energie van een voorwerp per meter (J/m) gelijk is aan de (netto)kracht op het voorwerp (in N).

De afgeleide en het hellingsgetal

De snelheid (als functie van de tijd) is de afgeleide van de plaatsfunctie. Dus in een x,t-diagram is de snelheid gelijk aan het hellingsgetal van de (raaklijn aan de) grafiek. Op dezelfde manier is de versnelling (als functie van de tijd) de afgeleide van de snelheidsfunctie, dus in een v,t-diagram is het hellingsgetal van de (raaklijn aan de) grafiek gelijk aan de versnelling. Evenzo is de activiteit van een radioactieve bron de afgeleide van het aantal instabiele kernen. Dus in een N,t-diagram is het hellingsgetal van de (raaklijn aan de) grafiek gelijk aan de activiteit A (zie figuur 56).



Figuur 56 **Met t in uur op de horizontale as en N op de verticale as geldt hier op t = 3 uur voor de activiteit A = 130 s^{-1}.**



Figuur 57

VOORBEELD

In figuur 57 zie je het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van een zwemmer tijdens één zwemslag, waarbij eerst de armen en daarna de benen een slagbeweging door het water maken. Tijdens de slagbeweging met de armen is de voortstuwende kracht maximaal. De massa van de zwemmer is 82 kg.
Vraag: Bepaal de maximale resulterende voorwaartse kracht op de zwemmer tijdens deze slagbeweging.
Antwoord: De helling van de grafiek is maximaal bij t = 0,2 s. De raaklijn in dit punt stijgt 4 m/s in 0,35 s. Dat betekent een versnelling van 11,4 m/s^2. Dus is de voortstuwende nettokracht $F = 82 \times 11{,}4 = 9{,}4 \cdot 10^2$ N.

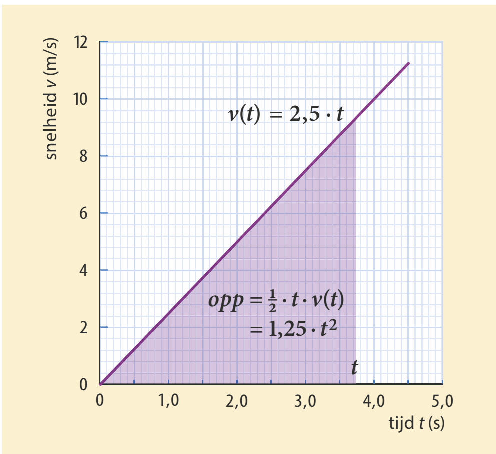
De oppervlakte onder een grafiek

In de natuurkunde is in een diagram de oppervlakte onder de grafiek vaak een natuurkundige grootheid. Dat zie je aan de volgende voorbeelden.

- In een v,t-diagram is de oppervlakte onder de grafiek gelijk aan de verplaatsing in die periode.
- In een a,t-diagram is de oppervlakte onder de grafiek gelijk aan de toename (of afname) van de snelheid in die periode.
- In een diagram van de activiteit van een radioactieve bron is de oppervlakte onder de grafiek gelijk aan het aantal atoomkernen dat in die periode is vervallen.
- In een F,x-diagram is de oppervlakte onder de grafiek gelijk aan de verrichte arbeid over dat traject.

De afgeleide en de oppervlaktefunctie

Bij een eenparig versnelde beweging neemt de snelheid van een voorwerp gelijkmatig toe. Het v,t-diagram van een versnelde beweging vanuit rust is daarom een rechte lijn door de oorsprong.
In figuur 58 zie je een v,t-diagram van een eenparig versnelde beweging. Er geldt:
$a(t) = 2{,}5\ \mathrm{m/s^2}$
$v(t) = 2{,}5 \cdot t$
De positie x op een willekeurig tijdstip van de beweging is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek tussen $t = 0$ en dat tijdstip. Die oppervlakte is een driehoek waarvoor geldt (zie figuur 58):
$x(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot v(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot 2{,}5 \cdot t = 1{,}25 \cdot t^2$
De oppervlakte onder de grafiek tot aan moment t is dus een functie van t.
Zo'n functie heet een oppervlaktefunctie, hier is het ook de plaatsfunctie $x(t)$.
Voor de afgeleide van de oppervlaktefunctie geldt nu:
$x'(t) = 1{,}25 \cdot 2 \cdot t = 2{,}5 \cdot t$
En dat is de snelheid als functie van de tijd van deze beweging.



Figuur 58 Eenparig versnelde beweging

De algemene regel is: als je de oppervlakte onder een grafiek van $f(x)$, vanaf een willekeurig punt tot aan x, als nieuwe functie kunt schrijven, is de afgeleide van deze ***oppervlaktefunctie*** $Opp(x)$ gelijk aan de functie $f(x)$.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}Opp(x)}{\mathrm{d}x} = f(x)}$$

Het bepalen van een oppervlaktefunctie bij een grafiek is daarmee het omgekeerde van het bepalen van de afgeleide functie. In de wiskunde wordt deze omgekeerde afgeleide de ***primitieve*** van een functie genoemd en de oppervlakte wordt dan berekend met behulp van een ***integraal***.

De rol van de afgeleide

In veel natuurkundige processen speelt de afgeleide naar de tijd een belangrijke rol, omdat die weergeeft op welke manier een grootheid toeneemt of afneemt. Het verdere verloop van het proces wordt 'voorspeld' door de afgeleide. Bijvoorbeeld bij de eenparig versnelde beweging:

* Als de versnelling constant is, is de snelheid een lineaire functie van de tijd. De afgeleide van een lineaire functie is immers constant.
* Als de snelheid een lineaire functie van de tijd is, is de positie een kwadratische functie van de tijd. De afgeleide van een kwadratische functie is immers een lineaire functie.

Als $f(x) = a \cdot x^b$ dan is $f'(x) = a \cdot b \cdot x^{b-1}$
Als $f(x) = \sin(x)$ dan is $f'(x) = \cos(x)$
Als $f(x) = \cos(x)$ dan is $f'(x) = -\sin(x)$

Kettingregel:
De afgeleide van $f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
Een voorbeeld daarvan is:
Als $f(x) = \sin(x^2)$ dan is $f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$
Als $f(x) = (3x + 5)^2$ dan is
$f'(x) = 2 \cdot (3x + 5) \cdot 3 = 6 \cdot (3x + 5)$

Figuur 59a

Ook bij radioactief verval voorspelt de afgeleide hoe het proces verloopt:
Bij radioactief verval is de activiteit A gelijk aan de afname van het aantal instabiele kernen N per seconde: $A(t) = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = N'(t)$. Bovendien is de activiteit evenredig met het aantal instabiele kernen: $A(t) \sim N(t)$. De afgeleide van N is dus evenredig met de functie N zelf. Wiskundig betekent dit dat N een (dalende) exponentiële functie is. Het vervalproces kun je dan ook beschrijven met een exponentiële functie $A(t) - A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$, de activiteit van een radioactieve bron neemt exponentieel af in de tijd. De afgeleide van een exponentiële functie is immers dezelfde exponentiële functie, vermenigvuldigd met een afgeleide factor.

Bij een harmonische trilling is de versnelling a (veroorzaakt door de terugdrijvende kracht) evenredig met de uitwijking u en tegengesteld van richting. De versnelling is de afgeleide van de snelheid, en de snelheid is weer de afgeleide van de uitwijking. Daardoor zijn zowel de uitwijking u als de versnelling a een sinusfunctie van de tijd, met verschillend teken. Zie het voorbeeld in figuur 59b. De tweede afgeleide van een sinusfunctie is immers opnieuw een (negatieve) sinusfunctie. En de snelheid is een cosinusfunctie, een sinusfunctie die $\frac{1}{4}T$ voor loopt.

Als $f(x) = b \cdot \sin(ax)$ dan is
$f'(x) = b \cdot a \cdot \cos(ax)$
$f''(x) = -b \cdot a^2 \cdot \sin(ax)$

Figuur 59b

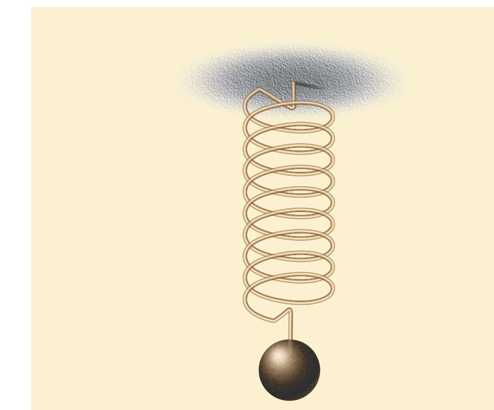
VOORBEELD

W1 Harmonische trilling

Het oscillogram van een harmonische trilling (een zuivere toon bij geluid) heeft de vorm van een sinusfunctie. Een dergelijke trilling ontstaat als de kracht die de trilling veroorzaakt (een terugdrijvende kracht) op elk tijdstip evenredig is met de uitwijking uit de evenwichtsstand. Er geldt:

1 $F_{res}(t) = -C \cdot u(t)$
Voor de versnelling a geldt (tweede wet van Newton) $F = m \cdot a$. Substitutie geeft:
2 $m \cdot a(t) = -C \cdot u(t)$
De versnelling a is de afgeleide van de snelheid v, en de snelheid is weer de afgeleide van de positie u. Dat betekent dat je door u twee keer te differentiëren de versnelling $a(t)$ krijgt:
3 $a(t) = v'(t) = u''(t)$
De versnelling is dus gelijk aan de tweede afgeleide van de positie. Invullen van vergelijking (3) in vergelijking (2) geeft:
$m \cdot u''(t) = -C \cdot u(t) \rightarrow u''(t) = -\frac{C}{m} \cdot u(t)$

Bij een harmonische trilling past dus een functie $u(t)$ waarvan de tweede afgeleide (met een constante vermenigvuldigd) op elk moment dezelfde waarde heeft en tegengesteld gericht is aan $u(t)$. De enige functie in de wiskunde met die eigenschap is de sinusfunctie (en de cosinusfunctie, maar dat is een verschoven sinusfunctie). Kennelijk hoort bij een harmonisch trilling een sinusfunctie.

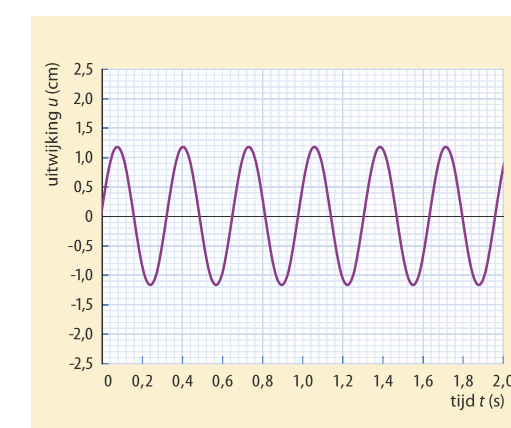


Figuur 60 Massa-veersysteem

Voor een oscillogram van een harmonische trilling met frequentie $f = \frac{2\pi}{T}$ en amplitude A geldt:
$u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
Voor de snelheid en de versnelling geldt dan:
$v(t) = u'(t) = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ en $a(t) = u''(t) = A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot -\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
Invullen in $m \cdot a = -C \cdot u$ geeft:
$m \cdot A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot -\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = -C \cdot A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$
Aan deze vergelijking zie je dat een sinusfunctie een passende oplossing is, want aan beide zijden staat eenzelfde uitdrukking. Je kunt dit vereenvoudigen tot:

$m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = C \rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$

Met deze vergelijking kun je T berekenen uit m en C.
Conclusie: Een sinusfunctie past bij de voorwaarde voor een harmonische trilling. De trillingstijd T moet passen bij de massa m en de krachtconstante C. De voorwaarde F_{res} is evenredig met u veroorzaakt dus zowel de sinusfunctie als de formule voor de trillingstijd.



Figuur 61 Harmonische trilling

38 In een v,t-diagram is langs de verticale as de snelheid van een voorwerp weergegeven in m/s en langs de horizontale as de tijd in s.

- **a** Welke eenheid hoort bij een oppervlakte onder de grafiek?
- **b** Welke betekenis heeft de oppervlakte onder de grafiek?
- **c** Welke eenheid hoort bij de helling van de raaklijn aan de grafiek?
- **d** Welke betekenis heeft de helling van de raaklijn aan de grafiek?
- **e** Welke betekenis heeft de afgeleide van de snelheid $v(t)$?
- **f** Welke relatie is er tussen de functie die de oppervlakte onder de grafiek tot het tijdstip t beschrijft en de snelheid op het tijdstip t?

39 In een F,x-diagram is langs de verticale as de nettokracht op een voorwerp weergegeven in N en langs de horizontale as de plaats in m.

- **a** Welke eenheid hoort bij een oppervlakte onder de grafiek?
- **b** Welke betekenis heeft de oppervlakte onder de grafiek?
- **c** Welke relatie is er tussen de oppervlaktefunctie onder de grafiek tot het punt x en de kracht op plaats x?

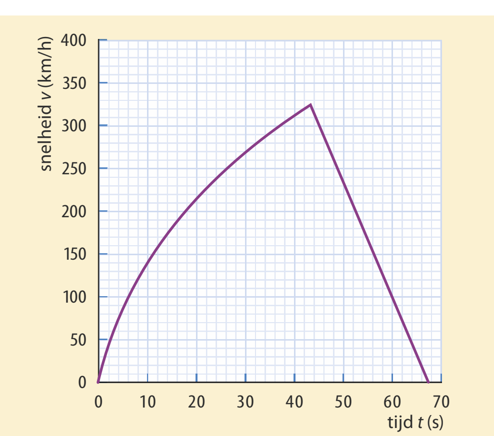
40 **T** Vliegtuigen worden regelmatig onderworpen aan zware testen. Een voorbeeld van zo'n test is de Rejected Take Off (RTO). Tijdens een RTO versnelt een vliegtuig tot de snelheid die nodig is om op te stijgen. Daarna wordt er zo hard mogelijk geremd (zie figuur 62). Tijdens zo'n noodstop worden de remmen soms zó heet dat ze kunnen verbranden. In figuur 63 is het v,t-diagram van een RTO-test gegeven.

- **a** In de eerste 4 s is de versnelling van het vliegtuig constant. Bepaal deze versnelling.

De test is uitgevoerd op een baan met een lengte van 4,00 km.

- **b** Ga met behulp van het v,t-diagram op het tekenblad na dat deze baan lang genoeg is voor deze test.

Figuur 62



Figuur 63

41 De zwaarte-energie van een voorwerp neemt toe als het voorwerp opgetild wordt. Daarvoor geldt:

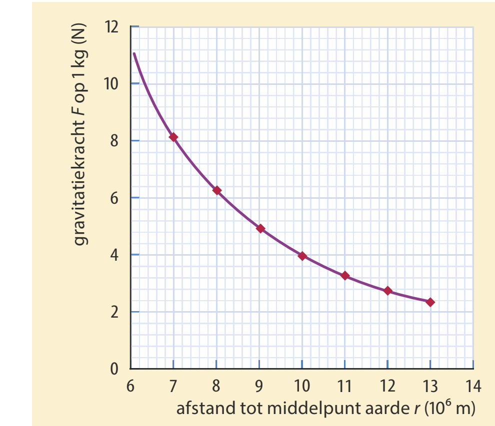
$E_z(h) = m \cdot g \cdot h$

- **a** Welke grootheden in deze formule zijn constant (in de buurt van het aardoppervlak)?
- **b** Leg met behulp van deze formule uit dat voor de afgeleide geldt: $E_z'(h) = \frac{dE_z}{dh}$.
- **c** Stel een formule op voor $E_z'(h)$.
- **d** Aan welke grootheid is $E_z'(h)$ gelijk?

42 Als een satelliet in een baan rond de aarde wordt gebracht, neemt de gravitatie-energie toe. De toename van de gravitatie-energie is gelijk aan de arbeid die tegen de gravitatiekracht in op de satelliet wordt verricht. De gravitatiekracht is niet constant, maar neemt af met de hoogte. In figuur 64 zie je de grootte van de gravitatiekracht op een voorwerp van 1 kg als functie van de afstand r tot het middelpunt van de aarde.
De energietoename is de arbeid die verricht wordt en is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek. Dat betekent dat de afgeleide van de gravitatie-energie gelijk is aan de gravitatiekracht:

$E_g'(r) = \frac{dE_g}{dr} = F_g(r)$

- **a** Schrijf de formule op voor de gravitatie-energie E_g.
- **b** Welke grootheden in deze formule zijn constant?
- **c** Stel een formule op voor $E_g'(r)$.
- **d** Laat zien dat geldt: $E_g'(r) = F_g(r)$.



Figuur 64 **Gravitatiekracht op een massa van 1 kg**

43 Tijdens het uitrekken van een veer wordt energie in de veer opgeslagen. Deze energie is gelijk aan de arbeid die de kracht verricht om de veer uit te rekken. In figuur 65 zie je het F,u-diagram van een bepaalde veer. Omdat de veerkracht evenredig is met de uitrekking geldt:

$F_v = C \cdot u$

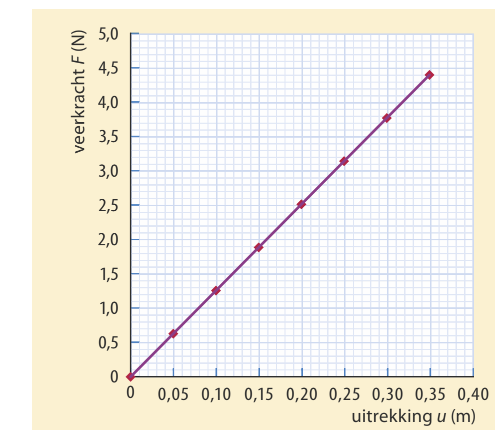
- **a** Stel met behulp van het diagram een formule op voor de grafiek van $F_v(u)$.
- **b** Bepaal de arbeid die nodig is om de veer 40 cm uit te rekken.

De energie die opgeslagen is in de uitgerekte veer, is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek vanaf 0 tot aan de uitrekking u. Dat betekent dat de afgeleide van de veerenergie gelijk is aan de veerkracht: $E_v'(u) = \frac{dE_v}{du} = F_v(u)$

- **c** Stel bij dit voorbeeld een formule op voor de veerenergie.

Volgens Binas geldt voor de veerenergie de formule: $E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$.

- **d** Verklaar deze formule door gebruik te maken van de afgeleide.



Figuur 65

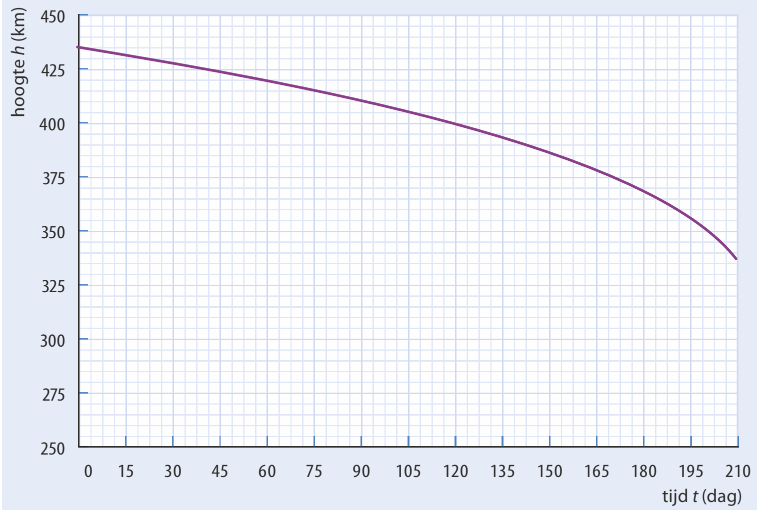
44 **T** Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$

Hierin is r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde, G de gravitatieconstante en M de massa van de aarde.

- **a** Leid deze formule af.

Een satelliet die door de buitenste lagen van de atmosfeer rondcirkelt, ondervindt een kleine wrijvingskracht. Als hij geen aandrijfmotor heeft, zal hij daardoor in een steeds lagere baan rond de aarde gaan cirkelen en uiteindelijk op de aarde neerstorten of in de dampkring verbranden. In figuur 66 zie je het diagram van dit proces.



Figuur 66

Op een bepaald moment bevindt de satelliet zich op een hoogte van 400 km boven de aarde.

b Bepaal met behulp van de figuur op het tekenblad het hoogteverlies van de satelliet per omwenteling om de aarde op die hoogte.

45 Nucleaire batterijen zijn spanningsbronnen die β^--straling gebruiken om elektrische energie op te wekken. Door hun zeer kleine afmetingen zijn ze bijzonder geschikt voor microprocessoren in computers en in pacemakers. De β^--straling van een bepaalde nucleaire batterij komt uit een radioactieve bron die bestaat uit een plaatje met nikkel-63.
Voor de activiteit van de bron geldt de volgende formule:

1 $A(t) = \dfrac{\ln(2)}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N(t)$

Hierin is: A de activiteit (in Bq), N het aantal aanwezige instabiele kernen en $t_{\frac{1}{2}}$ de halveringstijd (in s).

a Leg aan de hand van deze formule uit dat de activiteit steeds evenredig is met het aantal aanwezige radioactieve kernen.

b Leg uit dat de activiteit $A(t)$ tegengesteld is aan de afgeleide van $N(t)$.

2 Er geldt: $N(t) = N(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$.

Vraag **c** is voor wiskunde B.

c Leid formule (1) af met behulp van de afgeleide van $N(t)$ in formule (2). Gebruik daartoe de rekenregels van differentiëren uit figuur 67.

Als $f(x) = a{\cdot}b^x$ dan is $f'(x) = a{\cdot}b^x{\cdot}\ln(b)$
$\ln(x^a) = a{\cdot}\ln x$
dus
$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2^{-1} = -\ln 2$

Figuur 67

46 Bij een slinger is de terugdrijvende kracht bij benadering evenredig met de horizontale uitwijking uit de evenwichtsstand. Voor kleine hoeken geldt namelijk: $\sin(\alpha) = \alpha$ (met hoek α in radialen).
Voor een slinger met lengte ℓ geldt dan:

1 $u = \alpha \cdot \ell$

2 $F_{res} = -F_z \cdot \sin(\alpha) = -m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$

a Beredeneer met de formules (1) en (2) dat de terugdrijvende kracht evenredig is met de uitwijking.

b Beredeneer dat de beweging van de slinger niet afhangt van de massa van de slinger.

De versnelling $a(t)$ hangt alleen af van de lengte ℓ, de valversnelling g en de uitwijking $u(t)$.

c Leid een formule af voor a, uitgedrukt in u, g en ℓ.

d Leg uit dat voor de slinger geldt: $u''(t) = -\frac{g}{l} \cdot u(t)$.

Voor het u,t-diagram van de slinger geldt: $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

e Leg uit waardoor het u,t-diagram van de slingerbeweging een sinusfunctie is.

f Bepaal $u'(t)$.

g Leid uit de formules voor $u(t)$ en $u''(t)$ een formule af voor de trillingstijd van een slinger met lengte ℓ.

BEHEERSEN

Werken met functies en modellen

Dynamische modellen worden gebruikt om een bepaald proces of verschijnsel na te bootsen. Met de uitkomsten van berekeningen met het model worden verwachtingen opgesteld over het verloop of de uitkomst van het proces. In allerlei wetenschappen worden dynamische modellen gebruikt, niet alleen bij natuurkunde maar ook bijvoorbeeld in de economie of bij klimaatonderzoek.

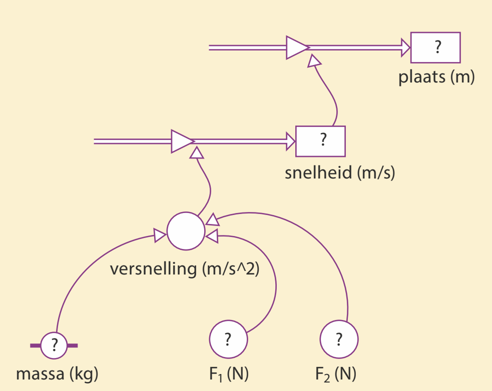
Een dynamisch model berekent de toekomstige waarden van grootheden door in de loop van de tijd bij te houden hoe die grootheden toenemen en afnemen. Voor elke tijdstap berekent het programma alle waarden van de grootheden in het model opnieuw. Zo'n programma gebruikt meestal drie soorten grootheden:

* ***Constante grootheid*** – een grootheid die steeds een constante waarde heeft.
* ***Formulegrootheid*** – een grootheid waarvan de waarde steeds met een formule berekend kan worden.
* ***Groeigrootheid*** – een grootheid die alleen berekend kan worden door bij te houden hoeveel er bij elke tijdstap bij is gekomen of af is gegaan.

Een dynamisch model rekent meestal in tijdstappen. Na elke tijdstap worden de waarden van alle grootheden opnieuw berekend en in een tabel geplaatst. Voor de groeigrootheden betekent dit dat de toe- of afname wordt opgeteld bij de oude waarde:
nieuwe waarde = oude waarde + toename

Voor het berekenen van de toename wordt de afgeleide gebruikt, want die geeft aan hoe groot de toename of afname per seconde is. Dat geeft:
nieuwe waarde = oude waarde + afgeleide × tijdstap

Voorbeeld: de snelheid v is de afgeleide van de positie x. $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, dus $\Delta x = v \cdot \Delta t$.
De rekenregel wordt dan: $x = x + v \cdot \mathrm{d}t$
Andere voorbeelden van groeivergelijkingen:
$v = v + a \cdot \mathrm{d}t$
$N = N - A \cdot \mathrm{d}t$



Figuur 68 **Grafisch model voor een beweging met twee krachten**

VOORBEELD 1

Model voor bewegingen in Coach

rekenregels	*startwaarden*
1 $F_1 = \ldots$	$m = \ldots$
2 $F_2 = \ldots$	$v = \ldots$
3 $a = \frac{F_1 + F_2}{m}$	$x = \ldots$
4 $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$	$t = \ldots$
5 $x = x + v \cdot \mathrm{d}t$	$\mathrm{d}t = \ldots$
6 $t = t + \mathrm{d}t$	

Figuur 69 **Model voor een beweging met twee krachten**

In de figuren 68 en 69 zie je het basismodel voor bewegingen op twee verschillende manieren weergegeven. In het model zijn de snelheid en de plaats groeigrootheden. De groeivergelijkingen zijn dus $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$ en $x = x + v \cdot \mathrm{d}t$.
Met de vergelijking $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$. wordt het volgende bedoeld: de nieuwe waarde van v (na verloop van een tijdstap dt) wordt berekend uit de oude waarde van v plus de toename $a \cdot \mathrm{d}t$.
In een grafisch model (figuur 68) is de versnelling de instroomgrootheid bij de groeigrootheid snelheid. Op dezelfde manier is de snelheid de instroomgrootheid bij de plaats. De snelheid is immers de afgeleide van de plaats.
De grootheden a en v moeten een (nog te bepalen) beginwaarde krijgen.

Start sprinter in Coach

1 $F = \frac{P}{v}$

2 $a = \frac{F}{m}$

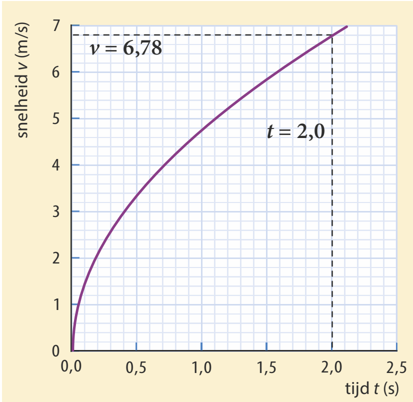
3 $v = v + a \cdot \mathrm{d}t$

4 $x = x + v \cdot \mathrm{d}t$

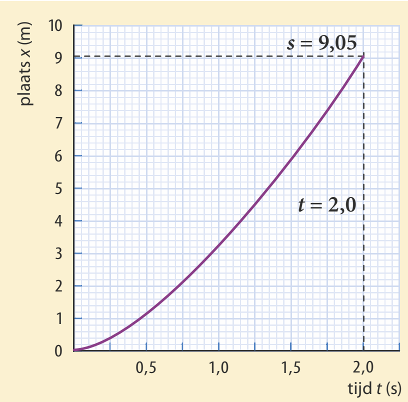
5 $t = t + \mathrm{d}t$

startwaarden: P, m, v, u, t en dt

Figuur 70



Figuur 71



Figuur 72

VOORBEELD 2

In figuur 70 zie je het model van een startende sprinter. Hierin wordt de rol van de luchtweerstand verwaarloosd. Bij de start van de sprinter is de afzetkracht na een paar passen niet meer constant. Naarmate zijn snelheid toeneemt, wordt het moeilijker met dezelfde kracht te blijven afzetten. In de praktijk blijkt dat het vermogen dat de sprinter levert, wel nagenoeg constant is. Dat betekent dat je de voorwaartse kracht kunt berekenen met:
$P = F \cdot v$
Uit deze formule volgt dat voor de voorwaartse kracht op elk tijdstip t geldt:
$F(t) = \frac{P}{v(t)}$ waarbij P een constante waarde heeft.
Opmerking: De laatste formule geeft geen waarde als $v = 0$. Dat kun je oplossen door het model te starten met een kleine waarde, bijvoorbeeld $v = 0{,}01$ m/s.
Vraag: Hoe zien de plaatsfunctie $x(t)$ en snelheidsfunctie $v(t)$ voor een sprinter eruit?
Antwoord: Met een model kun je beide functies laten berekenen en zien welke wiskundige functies passen. De resultaten van het model zijn afhankelijk van de beginwaarden van v en x en van de twee constante grootheden P en m.
In de figuren 71 en 72 zijn de resultaten weergegeven van een model met $P = 920$ W, $m = 80$ kg en beginwaarden $u = 0$ m en $v = 0{,}01$ m/s. De grafiek van de snelheid lijkt op een wortelverband en de grafiek van de plaats lijkt een machtsfunctie, waarbij de grafiek minder sterk stijgt dan bij een kwadratisch verband.
Als de snelheidsfunctie inderdaad een wortelverband is, past bij dit v,t-diagram de formule: $v(t) = 4{,}8 \cdot \sqrt{t}$ (want $v = 6{,}78$ m/s voor $t = 2{,}00$ s). Maar welke formule past dan bij het diagram van de positie $x(t)$? De afgelegde afstand is gelijk aan de oppervlakte onder de v,t-grafiek. Dat betekent dat de afgeleide van $x(t)$ gelijk moet zijn aan $v(t)$. Dat is het geval als geldt: $x(t) = 3{,}2 \cdot t^{1{,}5}$. Of beide functies overeenkomen met de grafieken van het model kun je met functiefit controleren.

W2 Model: De start van een sprinter

47 In figuur 73 zie je een dynamisch model voor het verval van atoomkernen in een radioactieve bron. Het aantal kernen dat per seconde vervalt is de activiteit $A(t)$ en is een functie van de tijd. Daarbij is de activiteit $A(t)$ evenredig met het aantal instabiele atoomkernen $N(t)$. De evenredigheidsconstante λ in de formule $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ wordt de vervalconstante genoemd. Deze constante geeft aan welk deel van de kernen per seconde vervalt. Zo betekent $\lambda = 0{,}01$ dat gemiddeld elke seconde een honderdste deel van de atoomkernen vervalt.
Neem aan dat het model op $t = 0$ start met $N = 2 \cdot 10^6$ atoomkernen. De vervalconstante is hier $\lambda = 0{,}001$.

a Bereken de activiteit op $t = 0$.

b Hoe groot zal de activiteit zijn op het moment dat de helft van de kernen vervallen is? Leg je antwoord uit.

Radioactief verval in Coach

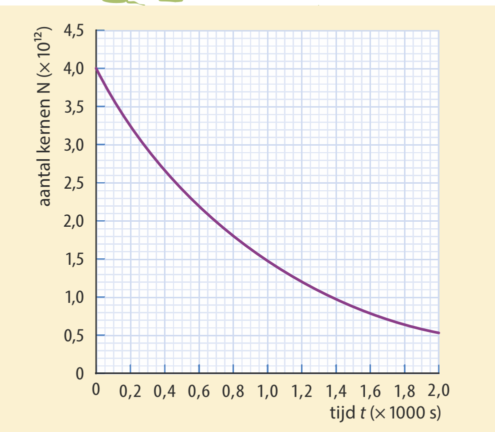
1 $A = \lambda \cdot N$

2 $N = N - A \cdot \mathrm{d}t$

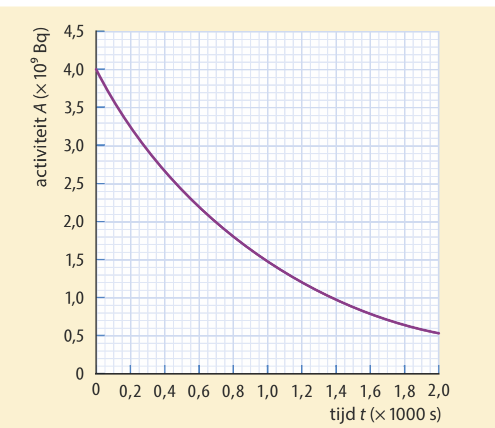
3 $t = t + \mathrm{d}t$

startwaarden: N, λ, t en dt

Figuur 73



Figuur 74 Aantal instabiele kernen



Figuur 75 Activiteit A

In de figuren 74 en 75 zie je resultaten van dit model, met als startwaarden $N = 4{,}0 \cdot 10^{12}$ en $\lambda = 0{,}001$. De diagrammen tonen het aantal instabiele kernen $N(t)$ en de activiteit $A(t)$. Het model loopt van $t = 0$ tot $t = 2000$ s.

- **c** Leg uit waardoor na 2000 s nog niet alle kernen vervallen zijn, terwijl elke seconde gemiddeld een duizendste deel van de kernen vervalt.
- **d** Leg uit dat je de formule voor $N(t)$ kunt schrijven als een exponentieel verband met grondtal 0,999.
- **e** Leg uit dat de grafiek van $A(t)$ ook een exponentieel verband is, met hetzelfde grondtal. Maak in je uitleg gebruik van het begrip afgeleide.

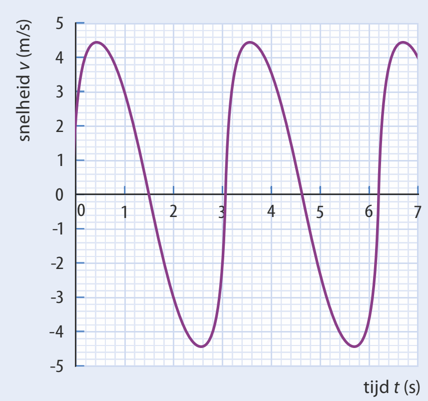
De halveringstijd $t_{\frac{1}{2}}$ van de bron is de tijd waarin de helft van de instabiele kernen is vervallen. Daarmee kun je een formule opstellen voor $N(t)$

$$N(t) = N(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$$

- **f** Laat zien dat deze formule klopt voor bijvoorbeeld $t = 3 \cdot t_{\frac{1}{2}}$
- **g** Leg uit dat de functie $A(t)$ de (negatieve) afgeleide is van de functie $N(t)$, dus $A(t) = -N'(t)$.

48 **T** Lisa gaat trampolinespringen op een bungee-trampoline (zie figuur 76). Ze krijgt een tuigje om waaraan twee elastische koorden zijn vastgemaakt. De elastische koorden worden eerst opgehesen met staalkabels. Vervolgens wordt Lisa door een helper omlaag getrokken, totdat haar voeten de trampoline raken en zij zich kan afzetten. Na een aantal keren afzetten maakt Lisa hoge, verticale sprongen. Zij komt hierbij niet boven de stellage uit.
Van de sprongen worden met een videocamera opnamen gemaakt. Hiermee is een v,t-diagram gemaakt van het zwaartepunt van Lisa. Zie figuur 77.

Figuur 76



Figuur 77

- **a** Bepaal met behulp van de figuur op het tekenblad het maximale hoogteverschil van het zwaartepunt van Lisa tijdens één sprong.
- **b** Ga met behulp van de figuur op het tekenblad na of in het hoogste punt van de beweging de elastieken nog een kracht uitoefenen op Lisa.

De v,t-grafiek van figuur 77 is geen zuivere sinus. De beweging van Lisa is dus geen harmonische trilling. Dit is geen gevolg van wrijvingskrachten of van de invloed van de wind.

- **c** Leg met behulp van de grafiek uit dat de luchtweerstand een verwaarloosbare invloed heeft op de beweging van Lisa.

In figuur 78 zie je een model om de beweging van Lisa te simuleren. Alleen de formule voor de veerkracht van de twee elastische koorden is nog niet ingevuld.

- **d** Is de veerkracht tijdens de beweging van Lisa voortdurend positief, voortdurend negatief of afwisselend positief en negatief?

Dat de beweging van Lisa geen harmonische trilling is, komt doordat de resulterende kracht op Lisa niet evenredig is met de uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand.

- **e** Noem hiervoor minstens één oorzaak.

Trampolinesprong in Coach

Coach

1 $F_z = -m \cdot 9{,}81$
2 $F_{veer} = \ldots$
3 $a = \dfrac{F_z + F_{veer}}{m}$
4 $v = v + a \cdot dt$
5 $x = x + v \cdot dt$
6 $t = t + dt$
startwaarden: m, v, h, t en dt

Figuur 78

49 Bij een Afrikaans dorpje is een watertank geplaatst. Zie figuur 79. De cilindervormige tank heeft een (binnen)diameter van 1,2 m en een (binnen)hoogte van 1,6 m. In de tank zit water.
Het water stroomt uit de tank door een kraan (met een cirkelvormige opening) aan de onderzijde van de watertank. De snelheid v waarmee het water uit de kraan stroomt hangt alleen af van de hoogte h van het water in de tank. De zwaarte-energie van het (zakkende) water bovenin de tank wordt omgezet in bewegingsenergie van water dat uit de kraan stroomt. Uit de wet van behoud van energie (energieverlies door wrijvingskrachten is te verwaarlozen) volgt:

1 $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

- **a** Leid formule (1) af uit de wet van behoud van energie.

Met de snelheid $v(t)$ van het water en de grootte van de opening van de kraan A_{kraan} kan berekend worden hoeveel water er per seconde uit het vat stroomt. Daaruit volgt ook hoe snel de waterhoogte daalt. Er geldt:

2 $I = v \cdot A_{kraan}$

3 $\dfrac{dh}{dt} = -\dfrac{I}{A_{vat}}$

Hierin is I de uitstroom uit de kraan (in m^3/s), A_{kraan} de oppervlakte van de kraanopening (in m^2) en A_{vat} de oppervlakte van de cirkelvormige doorsnede van het vat (in m^2).

- **b** Geef voor formule (2) en formule (3) een verklaring.

Met behulp van deze formules kan een model opgesteld worden van het leeglopen van het vat (zie figuur 80). De grafiek van de waterhoogte $h(t)$ die uit het model volgt is weergegeven in figuur 81. Die grafiek lijkt op een dalparabool waarvan de top op de horizontale as ligt. Voor een dalparabool met de top op de horizontale as geldt: $h(t) = a \cdot (b - t)^2$.

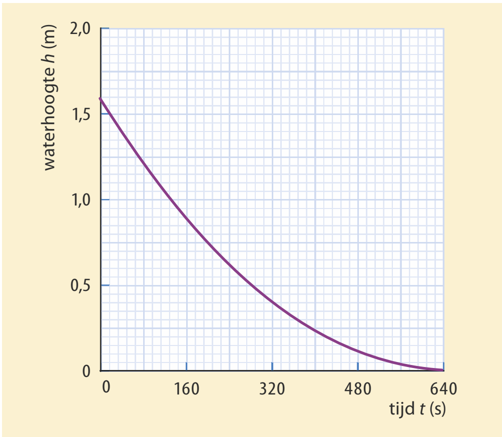
- **c** Bepaal de waarden van a en b uit figuur 81, aannemende dat de grafiek een dalparabool is.

Figuur 79

Leeglopend watervat in Coach

1 $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
2 $I = v \cdot A_{kraan}$
3 $h = h - \dfrac{I}{A_{vat}} \cdot dt$
4 $t = t + dt$
startwaarden: h, A_{vat}, A_{kraan}, g, t en dt

Figuur 80



Figuur 81 Waterhoogte leeglopend vat

De volgende deelvragen **d** t/m **f** horen bij wiskunde B.
Je gaat nu onderzoeken of deze grafiek inderdaad een dalparabool is, en of de dalparabool volgt uit de vergelijkingen waarmee het model is opgebouwd.

d Laat zien dat je de drie modelvergelijkingen kunt combineren tot: $h'(t) = -c \cdot \sqrt{h(t)}$.

e Druk de constante c uit in constante grootheden uit de drie genoemde formules.

f Laat zien dat de formule $h(t) = a \cdot (b - t)^2$ past bij $h'(t) = -c \cdot \sqrt{h(t)}$.

50 Een sjoelschijf, met een massa van 25 g, wordt door een 12 cm uitgerekt elastiekje over een horizontale vloer weggeschoten. Na het afschieten neemt de snelheid geleidelijk af. In figuur 82 zie je een model waarbij niet de tijd, maar de positie x van de schijf in stapjes verandert.

a Leg uit hoe in modelregel 1 de waarde van de veerkracht van het elastiekje direct na het loslaten berekend wordt.

Tijdens deze beweging verrichten de veerkracht en/of de wrijvingskracht arbeid, waardoor de kinetische energie verandert. Daarvoor geldt:
$W_{veer} + W_{wrijving} = \Delta E_k$.

b Laat zien dat je dit ook kunt schrijven als: $\Delta E_k = (F_v + F_w) \cdot \Delta x$.

Bij elke positie wordt hiermee de nieuwe waarde van de kinetische energie berekend.

c Vul modelregel 3 aan. Geef ook uitleg.

d Noteer hoe in modelregel 4 de snelheid berekend wordt met behulp van de kinetische energie.

Het model moet stoppen als de snelheid van de sjoelschijf afgenomen is tot nul.

e Vul modelregel 6 aan, zodat het model aan deze voorwaarde voldoet.

Sjoelschijf in Coach

Modelregels	*Startwaarden*
1 Als $x < 0$ Dan $F_v = -C \cdot x$ Anders $F_v = 0$ Eindals	$F_w = -0{,}05$ $m = 0{,}025$ $C = 5{,}0$
2 $F_{res} = F_v + F_w$	
3 $E_k = E_k + \ldots \cdot \mathrm{d}x$	$x = -0{,}12$
4 $v = \ldots$	$\mathrm{d}x = 0{,}01$
5 $\mathrm{d}x = v \cdot \mathrm{d}t$	$\mathrm{d}t = 0{,}01$
5 $x = x + \mathrm{d}x$	
6 Als … dan Stop.	$E_k = 0$

Figuur 82

W3 Model: voor een slinger

W4 Model: voor een leeglopend vat

Antwoorden op rekenvragen

Hoofdstuk 7

1	a	20,4 m
13	b	45,5 ms
15	b	60 bpm; 120 bpm
	c	0,71 s
16	b	1,6 Hz
	d	30 g
19	a	0,25 s
	c	$3{,}3 \cdot 10^2$ N/m
21	b	a = 2,0
	c	4,2 s
22	c	2,1 cm; −3,0 cm
26	a	3,4 N/m
35	a	4,0 Hz; 0,25 s
	c	2,0 m/s
36	a	8,0 s
	b	tussen 2,5 km en 5,0 km
37	b	1,3 Hz
39	c	0,67 s
	d	0,22 m
40	a	tussen 17 mm en 17 m
	c	$7{,}4 \cdot 10^2$ Hz
41	b	12,43 cm
	c	tussen 8,1 GHz en 12 GHz
	d	8,7 min
42	b	0,40 m
	c	0,80 m/s
	d	0,50 m/s
44	c	0,96 m; 1,9 Hz
45	a	$1 \cdot 10^5$ Hz
56	a	2,00 m
	b	1,00 m
	d	330 Hz; 440 Hz
58	b	185 Hz; 555 Hz
59	c	$4{,}0 \cdot 10^2$ m/s
	d	167 Hz; 333 Hz
61	b	$1{,}1 \cdot 10^2$ Hz
	c	$2{,}3 \cdot 10^2$ Hz; $3{,}4 \cdot 10^2$ Hz
62	a	6,0 m
	b	57 Hz
	c	$1{,}7 \cdot 10^2$ Hz; $2{,}8 \cdot 10^2$ Hz
63	b	$1{,}88 \cdot 10^3$ m/s
	c	$1{,}18 \cdot 10^3$ Hz
66	a	172 m/s
	b	18,2 cm
71	a	$9{,}01 \cdot 10^6$ m
	b	$6{,}67 \cdot 10^3$ m/s
75	a	6,6 N/m
	b	2,2
76	b	5,7 m
	c	7,2 m
77	d	n = 7; 6^{de} boventoon
78	b	1,6 ms
	f	$2{,}62 \cdot 10^2$ m/s

Hoofdstuk 8

17	a	400×
	b	250×
18	a	$2{,}4 \cdot 10^{-3}$ T
	b	$2 \cdot 10^{-2}$ A
20	c	$5{,}0 \cdot 10^{-5}$ T
30	b	0,13 N
32	c	0,38 T
33	a	2,7 cm
	c	1,1 mm
34	c	$8{,}2 \cdot 10^{-5}$ T
	d	$3{,}4 \cdot 10^{-4}$ N
36	c	1,5 N
49	a	0,020 Wb/s
	b	−12 V
50	c	0,17 A
64		12 km/h
65	c	$2{,}3 \cdot 10^2$ m
66	b	20 mm
	c	$2{,}1 \cdot 10^3$ m/s
68	b	12 Hz

Hoofdstuk 9

1	b	0,37
2	d	0,92
3	a	$1{,}7 \cdot 10^9$ J
	b	$4{,}3 \cdot 10^8$ J
	c	86 MJ
12	a	$1{,}3 \cdot 10^2$ N
13	a	$4{,}01 \cdot 10^{10}$ J/m^3
	b	32%
	c	$2{,}8 \cdot 10^6$ N
	d	21,8 m^3/100 km
15	a	8,0 MJ
17		18%
18	a	50°
	b	16 kJ

19	a	$1{,}1 \cdot 10^2$ g
	b	9,4 h
20		22%
22	a	2,04 kN
	b	3,4×
23	a	$3{,}6 \cdot 10^7$ J
	c	13 L/100 km
24	b	$3{,}7 \cdot 10^2$ N
	c	$7{,}8 \cdot 10^5$ J
	d	$1{,}7 \cdot 10^2$ °C
34		1,7 m
35	a	22,1 m/s
	b	$2{,}48 \cdot 10^4$ N
36	a	9,0 kN
	c	4×
	d	45 m
37	b	24 m/s
38	a	82 cm
39	c	28 m/s
40	a	0,82 m
44	a	7,0 m/s
	c	$2{,}1 \cdot 10^3$ J
	d	$1{,}4 \cdot 10^4$ N/m
54	b	$7{,}7 \cdot 10^3$ N
	c	90 m
	d	82 km/h
55	a	$8{,}0 \cdot 10^2$ J
	c	13 km/h
57	b	10,4 m
59	a	0,94 m/s
60	b	$1{,}4 \cdot 10^4$ N
	c	33%
61	a	1,3 kJ
	b	17 km/h
	c	21 km/h
62	a	$3{,}5 \cdot 10^2$ J
	c	$3{,}2 \cdot 10^2$ N
	e	24 m/s
63	c	50 N/kg
64	b	2,3 m
65	d	58 kg
75	a	600 W
	b	360 N
76	b	$8{,}1 \cdot 10^7$ J
	c	$7{,}8 \cdot 10^2$ N
	d	80 kW
78		12 W
79	b	0,23 pk
	c	59 pk
80	a	4 N
	b	16 W; 80 W; $2{,}4 \cdot 10^2$ W
81	c	1,80 kN
82	a	$4{,}1 \cdot 10^2$ W
	b	8,2%
	c	$6{,}8 \cdot 10^2$ W
83	a	69 km/h
	c	$3{,}6 \cdot 10^2$ W
84	a	$8{,}5 \cdot 10^5$ J
	b	$1{,}5 \cdot 10^5$ J
	c	93,1 min
85	a	19 N
	c	0,20
	d	41 km/h
89	a	3,1 m/s
	b	1,4 m/s
	c	0,2 s
90	a	$7{,}1 \cdot 10^2$ m/s
	b	$4{,}5 \cdot 10^2$ Hz
92	d	47%
	e	bij 11 m/s: 53%
96	a	snelheidsrecord: $1{,}0 \cdot 10^3$ W
		uurrecord: $3{,}6 \cdot 10^2$ W
	b	92 km/h
	d	84 km/h
97	a	94%
	b	83 W
98	b	1,2 m
100	b	$3{,}9 \cdot 10^5$ W
	d	44 m

Hoofdstuk 10

1	a	$9{,}2 \cdot 10^{-5}$ m/s^2
	b	$3{,}7 \cdot 10^3$ m/s
2	a	5,4 N
	b	5,9 m/s
	c	0,61 s
	e	2,5×
3	b	40 N
	d	4,1 m/s
4	a	20 m
	b	$1{,}0 \cdot 10^3$ J
	c	$-1{,}0 \cdot 10^3$ J
15	a	1,54 h
	b	8,7 N
16	a	231 N
	c	0,441 N/kg

19 d 11 m/s
20 a $1{,}68 \cdot 10^{3}$ m/s
22 d 2,0 m/s
e 4,4 m/s
23 b 40 omw/min
24 b 51 km/h
26 b 8,8 ×
d $6{,}9 \cdot 10^{2}$ ×
27 a $1{,}98 \cdot 10^{20}$ N
35 9,795 m/s^2
36 a $3{,}542 \cdot 10^{22}$ N
37 a $1{,}99 \cdot 10^{20}$ N
c $1{,}99 \cdot 10^{20}$ N
38 a 2,2 × zo klein
b 11,2 × zo groot
40 b $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
d $6{,}03 \cdot 10^{24}$ kg
42 b 1,62 m/s^2
43 $1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg
44 14,36 h
45 b $3{,}579 \cdot 10^{7}$ m
c $3{,}075 \cdot 10^{3}$ m/s
49 a 4,0 N
d $-6 \cdot 10^{7}$ J
50 b $2{,}6 \cdot 10^{10}$ J
54 a $-1{,}0 \cdot 10^{7}$ J
b $1{,}3 \cdot 10^{10}$ J
55 a $-6{,}25 \cdot 10^{9}$ J; $-9{,}45 \cdot 10^{8}$ J
b $53{,}0 \cdot 10^{8}$ J
c $4{,}73 \cdot 10^{8}$ J
e $1{,}08 \cdot 10^{7}$ J
f $5{,}76 \cdot 10^{9}$ J
56 a $7{,}668 \cdot 10^{3}$ m/s; $1{,}23 \cdot 10^{13}$ J
b $0{,}00448 \cdot 10^{13}$ J
c $-2{,}45 \cdot 10^{13}$ J
d $1{,}39 \cdot 10^{13}$ J
57 c $5{,}03 \cdot 10^{3}$ m/s
58 b 2 × zo groot
60 a $1{,}9 \cdot 10^{8}$ m/s
b 63%
61 f 10,8 km/s
70 $7{,}165 \cdot 10^{22}$ kg
71 753 km
72 b 22 s
73 e $1{,}9 \cdot 10^{12}$ m; $1{,}4 \cdot 10^{12}$ m
f $1{,}51 \cdot 10^{30}$ kg; $2{,}03 \cdot 10^{30}$ kg
74 a 5,8 × M_{aarde}
75 b $1{,}05 \cdot 10^{12}$ J
c $-1{,}65 \cdot 10^{13}$ J
d $-1{,}65 \cdot 10^{13}$ J
76 b 1%
c $5{,}91 \cdot 10^{24}$ kg
d $5{,}45 \cdot 10^{3}$ kg/m^3
e 1%; 1%

Hoofdstuk 11

1 a $\frac{53}{60}$
b $\frac{1}{21}$
c $\frac{30}{11}$
2 a 0,0508
b 0,95
c $1{,}017 \cdot 10^{13}$
3 a 45 m
b 18 m
4 a 0,341 m^2
b 14,0 m; 8,2 m^2
c 0,011 m^3; 0,25 m^2
d 60,0 cm
6 b 1,4%
7 a 2,6 cm
8 b 2,25 × zo groot
9 $0{,}7 \cdot 10^{3}$ m^3
10 a 35 kilopixels
b $6{,}6 \cdot 10^{19}$ ×
11 0,47 L (50%); 0,53 L (12%)
12 5 cm bij 40 cm
17 $4{,}9 \cdot 10^{2}$ m/s
19 b 14 km
21 a $x = 11t - 13$
22 c 0,72 × zo groot
23 a 10 dagen
33 c 7
36 b 0,93 (kg/m)
37 b 2,016 h
40 a 5 m/s^2
43 b 1,0 J
44 b 24,5 m/omw
47 a $2 \cdot 10^{3}$ Bq
b $1 \cdot 10^{3}$ Bq
49 c $4{,}0 \cdot 10^{-6}$; $6{,}4 \cdot 10^{2}$

Register

Illustratieverantwoording

Omslag: iStockphoto

Aart Groenewold pag. 43 (o), 57 (b), 117 (b, inzet)
Aerovironment pag. 122
Alain Baars pag. 109 (b)
Alvimann pag. 103 (b)
Christian Steiness pag. 104, 126
Chris Ryan / Getty Images pag. 116
CMA pag. 56 (o)
Fotogloria / UIG via Getty Images pag. 44
Fundamental Photographs pag. 57 (o)
Gary M. Prior / Staf / Getty Images pag. 119
Getty Images pag. 203
Hero Images / Getty Images pag. 33 (b)
Hollandse Hoogte / Spaarnestad Photo pag. 63
Jaap Wolters pag. 12 (m), 16 (l)
John Cassidy pag. 128 (b)
Jozef Horazny pag. 53 (o)
Kei Tsuji / Freelancer / Getty Images pag. 117 (o)
Marcy Maloy / Getty Images pag. 183
Martin Hogeboom pag. 10, 11 (b), 11 (o), 24 (o)
Móric van der Meer Fotografie pag. 70 (m)
NASA pag. 92, 130, 132, 133 (b), 133 (m), 137 (b), 143, 147 (rb)
NASA / JPL-Caltech/T. Pyle pag. 166
NASA Ames Research Center / S. Molau and P. Jenniskens pag. 94 (b)
Nordex SE pag. 70 (b)
Pim Rusch Fotografie pag. 55
Science Photo Library / ANP pag. 115,148
Shutterstock pag. 94 (o),136
Shutterstock / Alenavlad pag. 37 (o)
Shutterstock / Alexander Awerin pag. 117 (b)
Shutterstock / Alexander Pekour pag. 37 (m)
Shutterstock / Attapon Ramkomut pag. 27
Shutterstock / Atypeek Design pag. 173
Shutterstock / brizmaker pag 34, 184
Shutterstock / CHEN WS pag. 137 (o)
Shutterstock / Christian Musat pag. 24 (b)
Shutterstock / CP DC Press pag. 182
Shutterstock / cyo bo pag. 76
Shutterstock / DarioZg pag. 101 (b)
Shutterstock / Denis Kuvaev pag. 113
Shutterstock / DmyTo pag. 52
Shutterstock / Ekaterina Pokrovsky pag. 12 (o)
Shutterstock / EryAzmeer pag. 67
Shutterstock / Ferenc Szelepcsenyi pag. 7 (l)
Shutterstock / Graham Bloomfield pag. 186
Shutterstock / GTS Productions pag. 121
Shutterstock / Jenson pag. 60
Shutterstock / JFs Pic S. T pag. 53 (b)
Shutterstock / Kent Hilbert pag. 6
Shutterstock / LightField Studios pag. 7 (rb)
Shutterstock / Luis Carlos Torres pag. 43 (rb)
Shutterstock / Maridav pag. 89
Shutterstock / Matej Hudovernik pag. 103 (m)
Shutterstock / Mike Flippo pag. 42
Shutterstock / Mohd Fuad Rahim pag. 108
Shutterstock / Monkey Business Images pag. 7 (ro), 46 (o)
Shutterstock / nahariyani pag. 41
Shutterstock / Nickolay Stanev pag. 37 (b)
Shutterstock / nomadFra pag. 23
Shutterstock / pajtica pag. 106
Shutterstock / Pavel L Photo and Video pag. 141
Shutterstock / Petar An pag. 54
Shutterstock / Prasit Rodphan pag. 168
Shutterstock / Roman Martynovych pag. 202
Shutterstock / Rob Stark pag. 36
Shutterstock / Rob Wilson pag. 91
Shutterstock / Robinotof pag. 129 (o)
Shutterstock / Sandra van der Steen pag. 14 (b)
Shutterstock / sportpoint pag. 88
Shutterstock / Tumar pag. 101 (o)
Shutterstock / Tyler Olson pag. 118
Shutterstock / Viktoriya Krayn pag. 170
Shutterstock / yxm2008 pag. 95
technotr / Getty Images pag. 112 (rb)
IQ images pag. 103 (o)
TU Delft pag. 93
Wikimedia pag. 33 (o)
Wikipedia pag. 109 (o), 112 (l), 129 (b), 131 (rb)
Wikipedia / Godfrey Kneller pag. 131 (ro)
Wikipedia / Hau Khan Mang pag. 131 (l)
Wikipedia / Kneller pag. 164
Zheltyshev / Shutterstock.com pag. 16 (r)

Newton

9 789006 148657